Sous la direction de **Bernard Latorre**
Corinne Berland, François de Dieuleveult, Christophe Delabie,
Olivier Français, Patrick Poulichet

ÉLECTRONIQUE ANALOGIQUE

Composants et systèmes complexes

DUNOD

Illustration de couverture : Silent_GOS – istockphoto.com

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-077569-9

Table des matières

Présentation des auteurs

Corinne Berland

Ingénieur ESIEE et docteur HDR en électronique et traitement du signal. Enseignant chercheur à ESIEE-Paris depuis 1998. Domaines d'activité : électronique analogique basse fréquence et RF, architecture de systèmes de radiocommunication.

François de Dieuleveult

Ingénieur diplômé de l'ESME, ancien chercheur au sein du département des technologies des capteurs et du signal du CEA Saclay. Il enseigne les transmissions à l'université d'Évry, à l'ESIEE-Paris, à l'INT et à l'université Pierre et Marie Curie. Il est également l'auteur de *Principes et pratique de l'électronique* (tomes 1 & 2) paru chez Dunod.

Christophe Delabie

Docteur de l'université des Sciences et Technologies de Lille. Enseignant chercheur à ESIEE-Paris depuis 1995. Domaines d'activité : électronique analogique, micro-ondes et antennes, algorithmes évolutionnaires.

Olivier Français

Agrégé de génie électrique et docteur de l'ENS Cachan en Physique appliquée. Enseignant chercheur et directeur de la recherche à ESIEE-Paris. Domaines d'activité : instrumentation et microtechnologies appliquées à la biologie.

Bernard Latorre

Diplômé de l'INSA Toulouse, ancien ingénieur de recherche Philips puis d'étude à Thomson-CSF. Enseignant chercheur à ESIEE-Paris depuis 1991, responsable de la filière « systèmes embarqués : transports et objets intelligents » par apprentissage.

Patrick Poulichet

Ingénieur CNAM et docteur de l'ENS Cachan en électronique. Enseignant chercheur à ESIEE-Paris depuis 1993. Domaines d'activité : la comptabilité électromagnétique (CEM), les alimentations à découpage faibles puissances, la RMN portable et les microsystèmes intégrés en salle blanche.

Avant-propos

À la fois livre de référence, outil de travail et de réflexion, cet ouvrage se destine autant aux ingénieurs et techniciens du domaine qu'aux étudiants ou amateurs éclairés en électronique.

L'état de l'art en l'électronique analogique (connaissances et données techniques utiles) est présenté ici avec la plus grande clarté afin d'analyser ou de concevoir les différents éléments constitutifs de tout équipement électronique moderne.

Il rassemble aussi bien de nombreuses découvertes techniques récentes (comme la Magnéto Résistance Géante qui a valu le prix Nobel au Professeur Albert Fert) que les normes UTE nécessaires à la conception de tout système électronique performant.

Puisse-t-il inspirer et contribuer à créer les nouveaux systèmes électroniques intelligents qui seront utilisés demain dans notre quotidien.

1 Grandeurs physiques et électriques

1.1 Lois fondamentales et définitions

1.1.1 Bref historique

Nous utiliserons le système d'unités internationales (SI). Les unités de base sont les suivantes :

- mètre : unité de longueur ;
- kilogramme : unité de masse ;
- seconde : unité de temps ;
- ampère : unité d'intensité de courant ;
- kelvin : unité de température ;
- candela : unité d'intensité lumineuse.

1.1.2 Unités géométriques, cinématiques et mécaniques

Voir tableaux 1.1 et 1.2.

Tableau 1.1 Unités géométriques, cinématiques et mécaniques

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Longueur	vectorielle	λ ou $\mathbf{l}$	mètre, m	Unité de base
Temps	scalaire	t	seconde, s	Unité de base
Masse	scalaire	m	kilogramme, kg	Unité de base
Surface	scalaire	S	mètre carré, m^2	$S = \lambda^2$
Angle plan	scalaire	α	radian, rad	$\alpha = \lambda/R^2$ (R : rayon du cercle)
Angle solide	scalaire	Ω	stéradian, sr	$\Omega = S/R^2$
Vitesse	vectorielle	v ou $\mathbf{v}$	m/s	$\mathbf{v} = \Delta\mathbf{l}/\Delta t$
Accélération	vectorielle	γ	m/s^2	$\gamma = \Delta\mathbf{v}/\Delta t$

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Pulsation	scalaire	ω	rad/s	$\omega = \Delta\alpha/\Delta t$
Fréquence	scalaire	f	hertz, Hz	$f = \omega/2\pi$
Force	vectorielle	F ou $\mathbf{F}$	newton, N	$\mathbf{F} = m\,\gamma$
Travail et énergie	scalaire	W	joule, J	$W = \mathbf{F}\,\mathbf{l}$ $\Delta W = \mathbf{F}\,\Delta\mathbf{l}$
Puissance	scalaire	P	watt, W	$P = \Delta W/\Delta t$

Pour s'adapter à la taille de la grandeur à mesurer, on est amené à utiliser des multiples et sous-multiples des unités de base.

Tableau 1.2 Multiples, sous-multiples et unités différentes couramment utilisées

Grandeur	Unité de base	Multiples et unités diverses
Longueur	mètre, m	micromètre, µm : 1 µm = 10^{-6} m (anciennement micron, µ) nanomètre, nm : 1 nm = 10^{-9} m angstrom, Å : 1 Å = 10^{-10} m
Temps	seconde, s	picoseconde, ps : 1 ps = 10^{-12} s
Angle plan	radian, rad	tour, tr : 1 tr = 2 π rad
Angle solide	stéradian, sr	spat, spt : 1 spt = 4 π sr
Fréquence	hertz, Hz	kilohertz, kHz : 1 kHz = 10^3 Hz mégahertz, MHz : 1 MHz = 10^6 Hz gigahertz, GHz : 1 GHz = 10^9 Hz
Force	newton, N	kilogramme-force, kgf : 1 kgf = 9,81 N
Puissance	watt, W	cheval vapeur, ch : 1 ch = 735 W
Énergie ou travail	joule, J	watt-heure, Wh : 1 Wh = 3 600 J kilowatt-heure, kWh : 1 kWh = $3{,}6 \times 10^6$ J

1.1.3 Unités électriques et électromagnétiques

La définition de l'unité d'intensité, l'ampère, est la suivante : « l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produit, entre ces conducteurs, une force de 2×10^{-7} N/m de longueur ».

1.1.4 Lois fondamentales en électricité

Tableau 1.3 Grandeurs et unités électriques

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Courant	scalaire	I	ampère, A	unité de base
Densité de courant	vectorielle	J	A/m^2	$I = \iint_S \mathbf{J}\ \mathrm{d}\mathbf{S}$
Quantité d'électricité	scalaire	Q	coulomb, C	$Q = I\,t$
				ou $\Delta Q = I\,\Delta t$
Tension, différence de potentiel	scalaire	U ou V	volt, V	$\Delta U = \mathbf{E}\ \mathrm{d}\mathbf{l}$
Champ électrique	vectorielle	E	V/m	$U = \mathbf{E}\ \mathbf{L}$
Charge volumique	scalaire	ρ	C/m^3 , C/m^2	$Q = \rho\ V$
				ou $\Delta Q = \rho\ \mathrm{dv}$
Déplacement (induction électrique)	vectorielle	D		div $\mathbf{D} = \rho$
Capacité	scalaire	C	farad, F	$Q = C\ U$
Permittivité	scalaire	ε	F/m	Condensateur plan :
				$C = \varepsilon\ S/e$
				S : surface
				e : épaisseur
Permittivité relative	scalaire	ε_r	(sans dim.)	$\varepsilon_0 = 1/(36\ \pi) \times 10^{-9}$ F/m
Polarisation électrique	vectorielle	P	C/m^2	$P = D - \varepsilon_0\ E$
Résistance	scalaire	R	Ω, ohm	$R = V/I$
Conductance	vectorielle	G	S, Siemens	$G = I/V$
Résistivité	scalaire	ρ	$\Omega \cdot$ m	$\rho\ J = E$
Conductivité	scalaire	γ	S/m	$\gamma = 1/\rho$

Tableau 1.4 Grandeurs magnétiques et électromagnétiques

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Inductance propre	scalaire	L	henry, H	$U = L\ \Delta I/\Delta t$
Inductance mutuelle	scalaire	M	henry, H	$U = M\ \Delta I/\Delta t$
Flux d'induction magnétique	scalaire	ϕ	weber, Wb	$\Delta\phi = U\ \Delta t$
Induction magnétique	vectorielle	B ou $\mathbf{B}$	tesla, T	$\varphi = \iint_S \mathbf{B}\ \mathrm{d}\mathbf{S}$

Grandeur	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Champ (d'excitation) magnétique	vectorielle	H ou $\mathbf{H}$	A/m	$I = \int_C \mathbf{H}\, d\mathbf{l}$ C = courbe fermée
Perméabilité	scalaire	μ_0	H/m	$\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}$
Perméabilité magnétique	scalaire	μ	H/m	$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ $L = \mu N^2 S/l$(*)
Perméabilité relative	scalaire	μ_r	(sans dim.)	$\mu = \mu_0\,\mu_r$
Force magnétomotrice	scalaire	F	ampère, A	$F = \int_L \mathbf{H}\, d\mathbf{l}$
Réluctance	scalaire	R	H^{-1}	$F = R\,\phi$
Polarisation magnétique	vectorielle	J	tesla, T	$Ji = J - \mu_0 \cdot H$
Densité de flux d'énergie du champ électro-magnétique, vecteur de Poynting	vectorielle	P	W/m^2	$P = E \wedge H$

(*) Solénoïde de longueur ℓ composée de N spires.

Électrostatique

Le potentiel électrique U, dû à n charges ponctuelles, chacune d'elles de valeur Q_i étant placée à une distance r_i du point considéré est donné par :

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i^n \frac{Q_i}{r_i} \tag{1.1}$$

et le champ électrique $\mathbf{E}$ est évalué selon :

$$\mathbf{E} = -\,\mathbf{grad}\;U \tag{1.2}$$

La force électrique $\mathbf{F}_e$, s'exerçant sur une charge électrique ponctuelle de valeur Q, soumise au champ électrique $\mathbf{E}$, a pour expression :

$$\mathbf{F}_e = Q\,\mathbf{E} \tag{1.3}$$

Si une charge électrique ponctuelle de valeur Q est portée respectivement aux potentiels électriques U_1 et U_2, le travail électrique qui en résulte est :

$$W_e = Q\,(U_1 - U_2) \tag{1.4}$$

L'énergie électrostatique W_e emmagasinée par un condensateur de capacité C, porté au potentiel U est donnée par :

$$W_e = \frac{1}{2}\,CU^2 = \frac{1}{2}\,QU \tag{1.5}$$

avec $Q = CU$.

On notera que le potentiel électrique est évalué à une constante près, et conformément à l'usage, dans la plupart des formules précédentes, on a supposé que le potentiel dû à une charge ponctuelle en un point infiniment éloigné de cette dernière est nul.

Courant électrique

La densité de courant total $\mathbf{J}_T$, est la somme de la densité du courant de conduction $\mathbf{J}_C$ et de la densité du courant de déplacement $\mathbf{J}_D$:

$$\mathbf{J}_T = \mathbf{J}_C + \mathbf{J}_D \tag{1.6}$$

avec $\mathbf{J}_C = \gamma\,\mathbf{E} = \rho\mathbf{v}$

ρ étant la charge volumique, $\mathbf{v}$ la vitesse de déplacement des charges, $\boldsymbol{\mu}_e$ étant la mobilité de la charge, $\mathbf{v}$ est donné par :

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\mu}_e\,\mathbf{E}$$

d'où :

$$\gamma = \rho\,\boldsymbol{\mu}_e$$

Quand l'intensité I est constante, ou lorsque $\mathbf{J}_D$ est négligeable devant $\mathbf{J}_C$, on écrit :

$$I = \iint_S \mathbf{J}_C \;\mathrm{d}\mathbf{S} = \iint \gamma\,\mathbf{E}\;\mathrm{d}\mathbf{S} \tag{1.7}$$

Champ et induction magnétique

C étant une courbe fermée entourant un conducteur parcouru par un courant I, le théorème d'Ampère permet d'évaluer la circulation du champ magnétique le long de cette courbe selon :

$$\int_C \mathbf{H}\;\mathrm{d}\mathbf{l} = NI\ \forall C \tag{1.8}$$

N étant le nombre de tours complets effectués.

d$\mathbf{l}$ étant un élément de circuit (fig. 1.1) parcouru par un courant I placé en A, la loi de Biot et Savart permet d'évaluer l'induction magnétique d$\mathbf{B}$, en un point M, placé à une distance r de A, due à d$\mathbf{l}$:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,grad_M\left(\frac{1}{r}\right)\wedge I\;\mathrm{d}\mathbf{l} \tag{1.9}$$

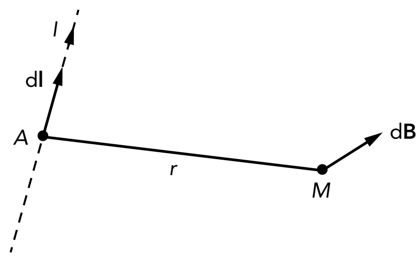


Figure 1.1

Force et travail électromagnétique

Le flux magnétique à travers une surface S est égal à :

$$\varphi = \iint_S \mathbf{B}\;\mathrm{d}\mathbf{S} \tag{1.10}$$

Toute variation de flux est accompagnée de la naissance d'une force électromotrice induite e, donnée par la loi de Lenz ou la règle de Faraday :

$$e = -\,\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t \tag{1.11}$$

Un élément de circuit d**l**, parcouru par un courant I, plongé dans un milieu où règne l'induction magnétique **B**, est soumis à une force magnétique $\mathrm{d}\mathbf{F}_M$, donnée par la loi de Laplace :

$$\mathrm{d}\mathbf{F}_M = I\,\mathrm{d}\mathbf{l} \wedge \mathbf{B} \tag{1.12}$$

Le flux magnétique capté par un circuit parcouru par un courant I a pour expression :

$$\phi = LI \tag{1.13}$$

Si on considère deux circuits voisins, dont l'un est parcouru par un courant I, le flux magnétique capté par l'autre est donné par :

$$\phi = MI \tag{1.14}$$

Sous l'action d'une force magnétique, un élément de circuit est soumis à une translation d**l**. I étant le courant traversant l'élément de circuit, il en résulte le travail élémentaire :

$$\mathrm{d}W = \mathbf{F}_M\,\mathrm{d}\mathbf{l} = I\,\mathrm{d}\phi \tag{1.15}$$

$\mathrm{d}\phi$ est la variation de flux résultant du déplacement.

1.1.5 Température. Chaleur. Circuit thermique

Température

La température (symbole θ) exprimée précédemment en degrés centigrades ou centésimaux (symbole °C), était à l'origine une grandeur repérable. L'échelle Celsius est définie par référence à l'échelle Kelvin qui sert à exprimer la température thermodynamique (grandeur mesurable, symbole T). Le kelvin (K) est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau. La relation (1.16) compare la température en degré Celsius à celle en degré Kelvin :

$$\theta\ (°\mathrm{C}) = (T - 273{,}15)\ \mathrm{K} \tag{1.16}$$

Chaleur

L'unité de quantité de chaleur SI est le joule. On utilise, hors système, comme unité pratique, la calorie, appelée précédemment petite calorie.

1 cal (calorie) vaut 4,186 8 J (joules) (1.17)

Circuit thermique

La résistance traversée par un courant continu I, est une source de chaleur qui fournit, pendant t secondes, une quantité de chaleur exprimée en joules égale à :

$$W = RI^2\,t$$

Un corps chaud, plongé dans un milieu à température plus basse se refroidit en cédant son énergie de trois façons :

- par conduction (cheminement le long des conducteurs) ;
- par convection (échauffement et circulation du fluide environnant) ;
- par rayonnement (sans contact).

Considérons un dispositif dissipant une certaine puissance, émettant par conséquent une puissance thermique P_{th}.

En régime établi, si T_j est la température de la source, et T_A celle de la température ambiante, on peut admettre qu'il y a proportionnalité entre l'élévation de la température $T_j - T_A$ et la puissance thermique P_{th}, d'où l'écriture :

$$T_j - T_A = R_{th}\, P_{th} \tag{1.18}$$

R_{th} est la résistance thermique, qui s'exprime en degrés Celsius par watt.

Le réseau thermique équivalent de la figure 1.2 rend compte de cette relation.

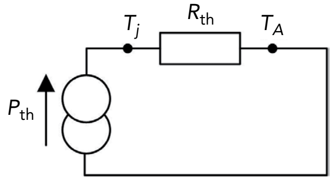


Figure 1.2

1.1.6 Photométrie

Longueurs d'onde. Spectre visible

Les longueurs d'onde des ondes électromagnétiques du domaine visible s'échelonnent approximativement entre 0,4 µm et 0,75 µm. Le maximum d'efficacité pour l'œil humain se situe au voisinage de 0,55 µm. Le domaine infrarouge couvre pratiquement le domaine allant de 0,8 µm à 100 µm.

Candela et grandeurs photométriques

La candela est l'unité d'intensité lumineuse.

L'intensité lumineuse est une grandeur vectorielle **I**. Posons $|\mathbf{I}| = \mathrm{I}$.

L'exitance ou émittance **E** désigne le flux lumineux qui rayonne. En un point à une distance ℓ de la source, on a :

$$\mathbf{E} = \mathbf{I}/\ell^2 \tag{1.19}$$

Le flux lumineux $d\phi$, capté à travers une surface dS, est donné par :

$$d\phi = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\mathbf{I}\, d\mathbf{S}^2}{\ell^2} = I\, d\Omega \tag{1.20}$$

$d\Omega$ étant l'angle solide sous lequel est vu, de la source lumineuse, l'élément de surface dS.

Tableau 1.5 Grandeurs photométriques

Grandeurs	Nature	Symbole	Unité	Relation de définition
Intensité lumineuse	vectorielle	I ou **I**	candela, cd	unité de base
Flux lumineux	scalaire	$d\varphi$	lumen, lm	$d\varphi = I d\Omega$(*)
Exitance (éclairement)	vectorielle	E ou **E**	lux, lx	$d\varphi = \mathbf{E}\, d\mathbf{S}$(*)

(*) $d\Omega$ est exprimé en stéradian, dS en mètre carré.

On voit donc que : 1cd = 1 lm/sr.

1 lx = 1 lm/m^2.

I peut également être exprimé en watt/stéradian et E en watt/m^2.

1.1.7 Unités anglo-saxonnes et américaines courantes

Tableau 1.6

Nature de la grandeur	Unité	Équivalence
Longueur	inch (pouce) foot (pied)	1 in = 25,4 mm 1 ft = 12 in = 30,4 cm
Masse	ounce pound	1 oz = 28,352 g 1 lb = 0,453 592 kg
Force	pound-weight	1 lb = 4,448 2 N
Énergie Puissance	1 HP (*British*)	1 HP = 745,7 W
Température	Température Fahrenheit	θ (°F) = 32 + 1,8 θ (°C)

1.2 Notions de mathématiques

1.2.1 Grandeurs complexes

Définitions générales et écritures

R est le corps des nombres réels.

Étant donné $Z = (x, y)$, $x, y \in R$, l'ensemble $R \times R$ muni des deux lois :

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

$$(x_1, y_1)\,(x_2, y_2) = (x_1 x_2 - y_1 y_2, x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

est un corps des complexes noté C :

$$z \in C$$

On a, d'autre part :

$$\mathrm{j} = (0, 1) \text{ et } \mathrm{j}^2 = (-1, 0)$$

et on peut utiliser l'écriture :

$$z = x + \mathrm{j}y$$

x est la partie réelle de z et y est la partie imaginaire de z.

Soit :

$$z^* = z \text{ conjugué} = x - \mathrm{j}y.$$

On peut représenter z par un vecteur **OM** dans un repère orthonormé (O, **i**, **j**), de telle manière que :

$$\mathbf{OM} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

On peut faire intervenir les coordonnées polaires (fig. 1.3).
Dans ce cas :

$$x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta,\ \ r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\mathrm{tg}\,\theta = y/x$$

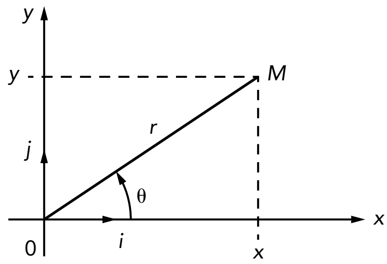


Figure 1.3

et on pourra adopter une autre écriture :

$$z = x + \mathrm{j}y = r\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}$$

Formules principales

Tableau 1.7

$z = (x, y) = (r, \theta)$	$z = x + \mathrm{j}y = r\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}$
$(x, y) \to (r, \theta)$	$r = \|z\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\mathrm{tg}\,\theta = y/x,\ \theta \in [0, \pi]$ $\mathrm{sgn}\,\theta = \mathrm{sgn}\,y$
$z_1 = (x_1, y_1) = (r_1, \theta_1)$ $z_2 = (x_2, y_2) = (r_2, \theta_2)$	$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ $z_1 z_2 = (r_1 r_2, \theta_1 + \theta_2)$
$z = (r, \theta)$ $\forall\ m \in R$	$z^m = (r^m, m\theta)$ $z^m = r^m \cos(m\theta) + j \cdot r^m \cdot \sin(m\theta)$ $z^m = (r\cos\theta + jr\ \sin\theta)^m$
$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta} = \cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta$	$\cos\theta = (\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta} + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta})/2$ $\sin\theta = (\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta})2\mathrm{j}$

Grandeurs électriques complexes

Si le régime considéré est sinusoïdal ou harmonique, il est commode d'utiliser des grandeurs électriques complexes.

Une différence de potentiel u étant appliquée aux bornes d'un dipôle présentant un comportement linéaire, un courant i le traverse (fig. 1.4), et en régime établi, si $u = U\cos\omega t$, on aura :

$$i = I\cos(\omega t + \phi).$$

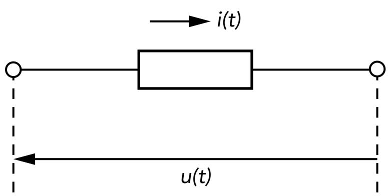


Figure 1.4

Utilisons les grandeurs complexes (dont les symboles seront soulignés) :

$$\underline{U} = U\,e^{j\omega t}, \qquad \underline{I} = I\,e^{j(\omega t + \phi)}$$

La loi d'Ohm est applicable, en introduisant l'impédance complexe :

$$\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I} = R + jX$$

R est la résistance, X la réactance, qui peuvent être fonctions toutes deux de la pulsation ω.

On peut s'intéresser également à l'admittance complexe :

$$\underline{Y} = 1/\underline{Z} = \underline{I}/\underline{U} = G + jB$$

G est la conductance, B la susceptance.

On aura :

$$\underline{Z} = Z\,e^{j\psi}$$

avec

$$Z = \sqrt{X^2 + R^2} \tag{1.21}$$

$$\mathrm{tg}\,\psi = X/R$$

et

$$I = U/Z = U/\sqrt{X^2 + R^2} \tag{1.22}$$

On constate que :

$$\mathrm{tg}\,\phi = \mathrm{tg}\,(-\psi) = -X/R \tag{1.23}$$

La puissance complexe $\underline{P}$ se calcule selon :

$$P = \frac{1}{2}\,\underline{UI^*} = P_a + jP_r$$

P_a étant la puissance active et P_r la puissance réactive.

On trouve, en l'occurrence :

$$P_a = \frac{1}{2}\,UI\cos\phi, \quad P_r = \frac{1}{2}\,UI\sin(-\phi) \tag{1.24}$$

Considérons cette fois un sous-ensemble électronique (fig. 1.5), captant ou recevant une grandeur électrique $x(t)$, sous forme de courant ou tension, et délivrant une grandeur électrique $y(t)$, également sous forme de courant ou tension.

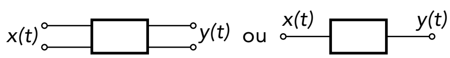


Figure 1.5

à $x = X\cos\omega t$, et $y = Y\cos(\omega t + \phi)$, on fait correspondre des grandeurs complexes :

$$\underline{X} = X\,e^{j\omega t}, \; \underline{Y} = Y\,e^{j(\omega t + \phi)}$$

Le sous-ensemble présentant un comportement linéaire, on aura en régime établi :

$$\underline{Y} = \underline{T}\,\underline{X}$$

$\underline{T}$ est la transmittance du sous-ensemble considéré.
Soit

$$\underline{T} = T(\omega)\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi(\omega)}$$

On obtient :

$$\begin{cases} Y = T(\omega)X \\ \varphi = \psi(\omega) \end{cases} \tag{1.25}$$

ce qui permet d'analyser le comportement en amplitude et en phase du sous-ensemble en fonction de la pulsation ω ou de la fréquence $f = \omega/2\,\pi$.

Logarithmes et décibels

Logarithmes

Logarithme naturel (ou népérien)

$$\ln x = \int_1^x \frac{\mathrm{d}u}{u}$$

Logarithme à base 10

$$\mathrm{Log}_{10}\, x = \ln x/\ln 10$$

Propriétés

ln e = 1, e : base des logarithmes népériens e = 2,718 28.

$\log_{10} 10 = 1$, $\log_{10} \mathrm{e} = 0{,}434\ 29$.

$\ln x = \log_{10} x/\log_{10} \mathrm{e} = 2{,}302\ 6\ \mathrm{Log}_{10}\, x$.

$\log_{10} x^a = a \log_{10} x$, $\log_{10} x_1\, x_2 = \log_{10} x_1 + \log_{10} x_2$.

$z = \rho\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\theta + 2k\pi)} \Rightarrow \ln z = \ln \rho + \mathrm{j}(\theta + 2\,k\pi)$.

Décibels

Les gains en tension ou courant et les gains en puissance sont souvent exprimés en décibels. Le décibel est défini comme suit :

V_1 et V_2 étant les tensions d'entrée et de sortie :

$$A_v \text{ en décibels} = A_{v(\mathrm{dB})} = 20 \log_{10} (V_2/V_1)$$

I_1 et I_2 étant les courants d'entrée et de sortie :

$$A_i \text{ en décibels} = A_{i(\mathrm{dB})} = 20 \log_{10} (I_2/I_1)$$

P_1 et P_2 étant la puissance d'entrée et la puissance de sortie délivrées :

$$G \text{ en décibels} = G_{(\mathrm{dB})} = 10 \log_{10} (\mathrm{P}_2/\mathrm{P}_1)$$

$$G_{(\mathrm{dB})} = 10 \log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{V_2 I_2}{V_1 I_1}\right) = \frac{1}{2}\left[A_v + A_i\right]_{\mathrm{dB}}$$

1.2.2 Signal périodique. Série de Fourier

Une fonction périodique $x(t)$ est caractérisée par :

$$x(t + kT) = x(t)\ \forall\ k \text{ entier, } T \text{ étant la période.}$$

Un signal périodique est parfaitement décrit par la superposition de signaux sinusoïdaux purs de même fréquence $1/T$, ou de fréquences $n/T = n \cdot \omega/(2\Pi)$. On montre que :

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t\right)$$

$$\boxed{A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\cdot dt}$$

$$\boxed{A_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot \cos n\omega t\,\mathrm{d}t \quad et \quad B_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot \sin n\omega t\,\mathrm{d}t}$$

À titre d'exemple, considérons le signal rectangulaire et périodique (fig. 1.6) à décomposer en série de Fourier.

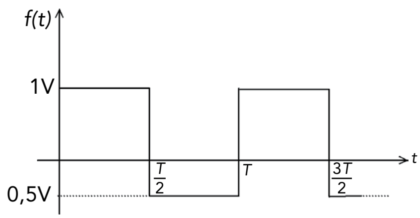


Figure 1.6

Calcul de A_0

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^{T/2}(1)\cdot \mathrm{d}t + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}(-0{,}5)\cdot \mathrm{d}t = \frac{1}{T}\left(\frac{T}{2} + (-0{,}5)\frac{T}{2}\right) = 0{,}25\ \mathrm{V}$$

La valeur moyenne est de 0,25 volt.

Calcul des coefficients A_n

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot \cos n\omega t\,\mathrm{d}t = \frac{2}{T}\left(\int_0^{T/2}\cos n\omega t\cdot \mathrm{d}t + \int_{T/2}^{T}(-0{,}5)\cos n\omega t\cdot \mathrm{d}t\right)$$

$$A_n = \frac{2}{T}\left(\frac{1}{n\omega}\left[\sin n\omega t\right]_0^{T/2} - \frac{1}{2n\omega}\left[\sin n\omega t\right]_{T/2}^{T}\right.$$

$$= \frac{2}{T}\left(\frac{1}{n\omega}\left(\sin n\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2}\right) - \frac{1}{2n\omega}\left(\sin n\frac{2\pi}{T}T - \sin n\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2}\right)\right) = 0$$

Les coefficients A_n sont nuls car la fonction $f(t)$, débarrassée de sa composante continue, est impaire. Comme elle est impaire, elle ne peut être représentée par des cosinus qui eux sont pairs.

Calcul des coefficients B_n

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot \sin n\omega t \,\mathrm{d}t = \frac{2}{T}\left(\int_0^{T/2} \sin n\omega t \cdot \mathrm{d}t + \int_{T/2}^{T} (-0{,}5)\sin n\omega t \cdot \mathrm{d}t\right)$$

$$B_n = \frac{2}{T}\left(\frac{1}{n\omega}\left[-\cos n\omega t\right]_0^{T/2} - \frac{1}{2n\omega}\left[-\cos n\omega t\right]_{T/2}^{T}\right)$$

$$= \frac{2}{T}\left(\frac{1}{n\omega}\left(1-\cos n\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2}\right) - \frac{1}{2n\omega}\left(\cos n\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2} - \cos n\frac{2\pi}{T}T\right)\right)$$

$$B_n = 2\left(\frac{1}{n2\pi}(1-\cos n\pi) - \frac{1}{2}\frac{1}{n2\pi}(\cos n\pi - \cos n2\pi)\right.$$

$$= \frac{1}{n\pi}\left(1-(-1)^n - \frac{1}{2}(-1)^n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{n\pi}\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}(-1)^n\right)$$

$$B_n = \frac{3}{2}\frac{1}{n\pi}\left(1-(-1)^n\right)$$

$$B_1 = \frac{3}{2}\frac{1}{\pi}2 = \frac{3}{\pi} \qquad B_2 = 0$$

$$B_3 = \frac{3}{6}\frac{1}{\pi}2 = \frac{1}{\pi} \qquad B_4 = 0$$

$$B_5 = \frac{3}{2}\frac{1}{5\pi}2 = \frac{3}{5\pi} \qquad B_6 = 0$$

$$B_7 = \frac{3}{7\pi} \qquad B_8 = 0$$

La fonction $f(t)$ (fig. 1.6) peut donc s'écrire sous la forme :

$$f(t) = 0{,}25 + \frac{3}{\pi}\cdot\sin(\omega t) + \frac{1}{\pi}\cdot\sin(3\omega t) + \frac{3}{5\pi}\cdot\sin(5\omega t) + \frac{3}{7\pi}\cdot\sin(7\omega t) + \frac{1}{3\pi}\cdot\sin(9\omega t)...$$

Voyons maintenant ce que cela donne quand on compare le signal de la figure 1.6 et son équivalent calculé à partir de la relation précédente.

Composition avec quelques harmoniques

Considérons le signal composé de quelques harmoniques : H1 à la fréquence de 1 kHz, H3 à la fréquence de 3 kHz et H5 à la fréquence de 5 kHz… Plus le nombre d'harmoniques est grand et plus la similitude entre le signal original et la reconstruction est grande.

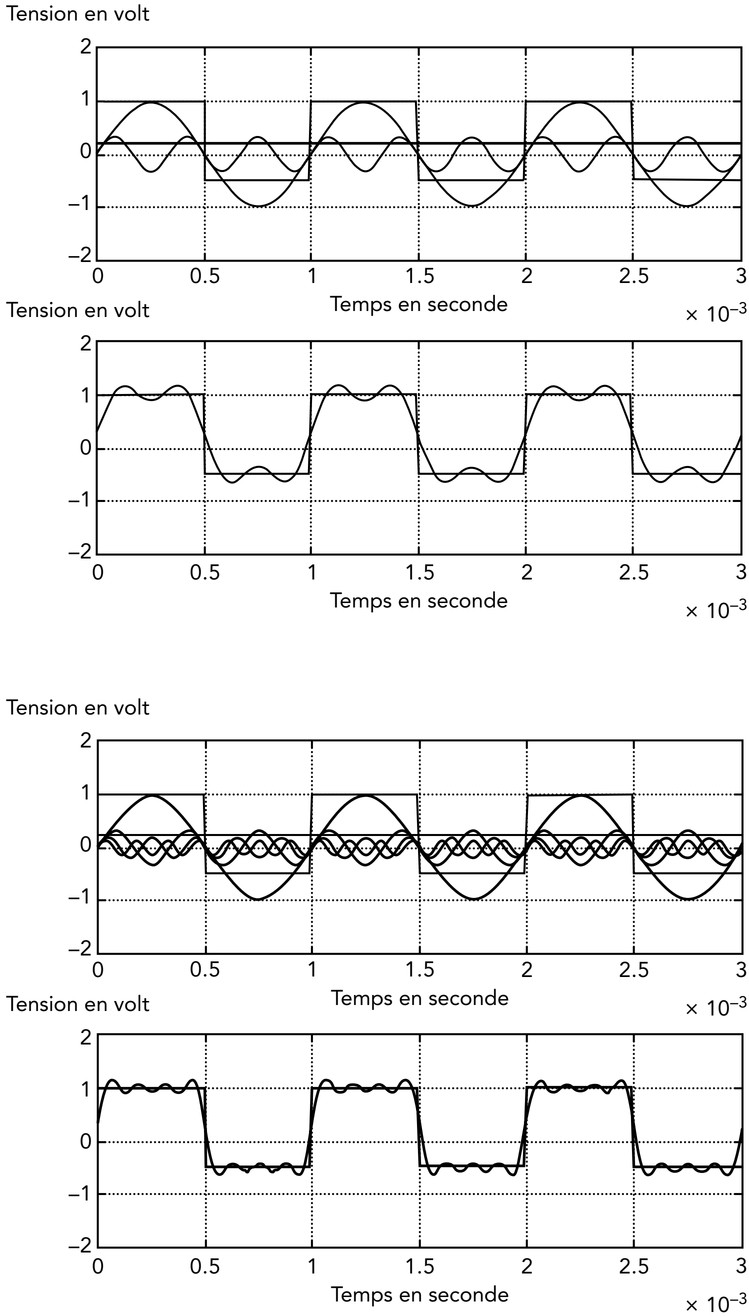


Figure 1.7

1.2.3 Calcul opérationnel

Définitions

À la fonction $f(t)$, on fait correspondre son image $F(p)$, appelée transformée de Laplace selon la transformation de Laplace :

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-pt} \mathrm{d}t \qquad (1.27)$$

On adopte les écritures suivantes pour indiquer la correspondance :

$F(p) \subset f(t)$: $F(p)$ image de $f(t)$

$f(t) \supset F(p)$: $f(t)$ original de $F(p)$.

L'original est évalué à partir de l'intégrale de Bromwich :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_0^{+\infty} F(p) \cdot e^{pt} \mathrm{d}t \qquad (1.28)$$

Les signaux échelon-unité et impulsion de Dirac souvent utilisés dans la transformation de Laplace sont illustrés dans les figures 1.8 et 1.9.

Le signal $r_\theta(t)/\theta$ limite une aire égale à l'unité. La limite de $r_\theta(t)/\theta$ lorsque $\theta \to 0$ est l'impulsion de Dirac $\delta(t)$.

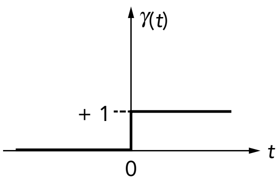


Figure 1.8

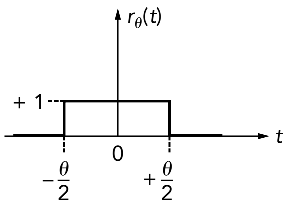


Figure 1.9

Transformées de Laplace

Dans ce qui suit, on considérera les transformées de Laplace, dites unilatérales, évaluées selon la formule (1.27). Il revient alors au même de considérer les transformées bilatérales, les fonctions étant multipliées par $\gamma(t)$. On écrit généralement :

$$p = \sigma + j\omega$$

Les trois tableaux 1.8, 1.9 et 1.10 présentent respectivement :

- les transformées des fonctions essentielles, à partir desquelles on peut obtenir les fonctions usuelles ;
- les formules les plus utiles à connaître dans la pratique courante ;
- et enfin une liste de fonctions usuelles.

Tableau 1.8 Transformées des fonctions essentielles

Fonction	Transformée	
$\delta(t)$	1	
$\gamma(t)$	$1/p$	$\sigma > 0$
$\gamma(-t)$	$-1/p$	$\sigma < 0$
e^{-at}, $\forall a$ complexe $a \in C$	$1/(p+a)$	$\sigma > -$ Réel a
$t^n\, e^{-at}$, $\forall n$ réel ≥ 0	$n!/(p+a)^{n+1}$	$\sigma > -$ Réel a
$\Sigma\delta(t - nT)$ n entier, $n \in N$	$1/(1 - e^{-pT})$	$\sigma > 0$

Tableau 1.9 Relations principales

$f(t) \supset F(p)$	$g(t) \supset G(p)$
Opération	**Relation**
Combinaison linéaire	$\Sigma\, a_i\, f_i\,(t) \supset \Sigma\, a_i\, F_i(p)$
Translation	$f(t - t_a) \supset F(p)\, e^{-pta}$
Amortissement	$e^{-at}\, f(t) \supset F(p+a)$
Dérivation	$f'(t) \supset p\, F(p)$
Intégration	$\int_0^1 f(x)dx \supset \mathrm{F(p)/p}$
Convolution	$f(t) * g(t)^{(*)} \supset F(p)\, G(p)$
Multiplication	$f(t)g(t) \supset \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\omega}^{c+j\omega} F(s)G(p-s)\mathrm{d}s$

$$^{*}f(t)*g(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{-\omega}^{+\omega} f(x)g(t-x)\mathrm{d}x$$

Tableau 1.10 Transformées usuelles

Fonction	Transformée
$e^{j\omega 0t}$	$\frac{1}{p - j\omega_0}$, $\sigma > 0$
$\cos \omega_0\, t$	$\frac{p}{p^2 + \omega_0}$, $\sigma > 0$
$\sin \omega_0\, t$	$\frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0}$, $\sigma > 0$

Fonction	Transformée
$e^{-at}(\cos \omega_0 t + \phi)$, $\forall a$ réel	$\dfrac{(p+a)\cos\varphi - \omega_0 \sin\varphi}{(p+a)^2 + \omega_0^2}$, $\sigma > -a$
$t \sin \omega_0 t$	$\left(p^2 - \omega_0^2\right) / \left(p^2 + \omega_0^2\right)^2$
$t \cos \omega_0 t$	$2\ \omega p / \left(p^2 + \omega_0^2\right)^2$

1.2.4 Erreurs et imprécisions

Développement limité

Étant donné les approximations couramment adoptées en électronique, il est fait un large usage des développements limités.

Pourvu que les conditions habituelles de validité soient respectées, une fonction $f(x)$, dérivable jusqu'à un ordre suffisant en $x = x_0$, est développable en série au voisinage de x_0 selon :

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) f'(x_0) + \cdots + \frac{(x - x_0)^n}{n!} f^n(x_0) + \varepsilon (x - x_0)^n$$

avec $\varepsilon \to 0$ pour $x - x_0 \to 0$.

Les développements les plus utilisés au voisinage de $x_0 = 0$ sont indiqués dans le tableau 1.11.

Tableau 1.11

Fonctions	Développements
e^x	$1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \cdots + \dfrac{x^n}{n!} + \varepsilon x^n$
$\sin x$	$x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \varepsilon x^{2n+2}$
$\cos x$	$1 - \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{2n!} + \varepsilon x^{2n+1}$
$(1 + x)^m$	$1 + mx + \cdots + \dfrac{m(m-1)\cdots(m-n+1)}{n!} x^n + \varepsilon x^n$
$\dfrac{1}{1 - x}$	$1 + x + x^2 + \cdots + x^n + \varepsilon x^n$, avec $\varepsilon = \dfrac{x}{1-x}$
$\ln(1 - x)$	$-x - \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x^3}{3} - \cdots - \dfrac{x^n}{n} + \varepsilon x^n$

Différentes catégories d'erreurs

On peut distinguer trois catégories principales d'erreurs, selon leur origine, et les caractères qu'elles présentent :

- erreurs accidentelles ;
- erreurs non purement accidentelles ;
- erreurs d'imperfection.

Les erreurs accidentelles sont liées à la dispersion de fabrication, à l'observateur et aux procédés de mesure. Elles doivent être traitées comme des grandeurs aléatoires.

Les erreurs non purement accidentelles sont connues en partie. Elles ont pour origine : la dérive en température ou la dérive en fonction de toute autre grandeur physique, le décalage plus ou moins systématique lié à un procédé de mesure. Dans ce dernier cas, on parle parfois d'erreurs systématiques. Une erreur non purement accidentelle doit être traitée comme une grandeur en partie certaine, en partie aléatoire.

Les erreurs d'imperfection sont dues principalement aux formules approchées et à la simplification des modèles physiques. Elles se traduisent par l'apparition d'une imprécision dont le signe et la valeur maximale sont souvent parfaitement déterminés. Elles entraînent couramment des réponses parasites, des déformations dans la courbe de réponse, ainsi que l'apparition de signaux indésirables.

1.2.5 Loi de Laplace-Gauss

Soit x une variable aléatoire, répondant à la loi de répartition de Laplace-Gauss.

La fonction de répartition, ou fonction intégrale, $F(x)$ permet d'évaluer la probabilité pour que x soit inférieur à une valeur fixée à l'avance. Soit X cette valeur, on pourra écrire :

$$F(X) = \text{Probabilité } x \leq X$$

La densité de probabilité $p(x)$ est définie par :

$$p(x) = \partial F / \partial x$$

et :

$$p(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp(-x^2/2\sigma^2) \tag{1.33}$$

σ^2 étant la variance et σ l'écart-type.

On a d'autre part, en introduisant des variables normalisées :

$$F(U) = \int_{-\infty}^{U} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2/2)\mathrm{d}u \tag{1.34}$$

La probabilité pour que $X_1 < x < X_2$ est donnée par :

$$F(X_2) - F(X_1) = \int_{X_1}^{X_2} p(x)\ \mathrm{d}x$$

On appelle espérance mathématique de x, et l'on note $E(x)$, le nombre défini par :

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) \, \mathrm{d}x$$

qui représente en quelque sorte la valeur moyenne de x.
Dans le cas considéré :

$$E(x) = 0, \; E(x^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x) \, \mathrm{d}x = \sigma^2$$

Si $E(x) \neq 0$ avec $E(x) = a$, on considère :

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)}} exp\left[\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$$

et :

$$E(x-a)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 p(x) \, \mathrm{d}x = \sigma^2$$

La courbe de la figure 1.10 représente la fonction intégrale de la loi Laplace-Gauss.

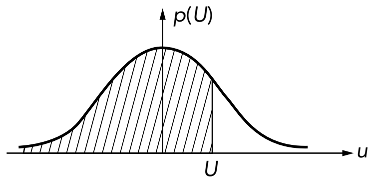


Figure 1.10

Tableau 1.12 Fonction intégrale de la loi de Laplace-Gauss

F(*U*) = **Probabilité** *u* < *U* **ou** *x* < *X* *u* = *x*σ *U* = *X*σ					
U	**F(U)**	**U**	**F(U)**	**U**	**F(U)**
0	0,500 00	1,0	0,841 34	2,0	0,977 25
0,1	0,539 83	1,1	0,864 33	2,1	0,982 14
0,2	0,579 26	1,2	0,884 93	2,2	0,986 10
0,3	0,617 91	1,3	0,903 20	2,3	0,989 28
0,4	0,655 42	1,4	0,919 24	2,4	0,991 80
0,5	0,691 46	1,5	0,933 19	2,5	0,993 79
0,6	0,725 75	1,6	0,945 20	2,6	0,995 34
0,7	0,758 04	1,7	0,955 43	2,7	0,996 53
0,8	0,788 14	1,8	0,964 07	2,8	0,997 44
0,9	0,815 94	1,9	0,971 28	2,9	0,998 13
				3,0	0,998 66

2 Matériaux et composants passifs

2.1 Électron et matériaux. Milieu conducteur et semi-conducteur

2.1.1 Milieu conducteur et isolant

L'apparition, ou la manifestation d'un courant, est due au déplacement réel ou parfois fictif de porteurs de charge électrique, positive ou négative. On distingue, en général, deux types de conduction : conduction électronique, si les porteurs de charge sont des électrons, et conduction ionique, si les porteurs de charge sont des ions.

Un matériau qui ne peut fournir de porteurs de charge disponibles pour la conduction est dit isolant.

Un métal est susceptible de fournir aisément des électrons disponibles pour la conduction. En effet, les électrons disposés sur la couche périphérique d'un atome métallique sont faiblement liés au noyau, et se déplaceront aisément sous l'action d'un champ électrique.

On définit en régime établi la vitesse $\mathbf{v}$:

$$\mathbf{v} = (q/k)\ \mathbf{E} = \mu\mathbf{E} \tag{2.1}$$

k est le coefficient de frottement, $\mathbf{E}$ est le champ électrique et μ est la mobilité de la particule.

Soit N, le nombre de charges par unité de volume du matériau, mis en œuvre dans la conduction.

La densité de courant $\mathbf{j}$ qui résulte du déplacement de N charges par unité de volume est donnée par :

$$\mathbf{j} = Nq\mathbf{v} = \mu Nq\mathbf{E} \tag{2.2}$$

sachant que $\mathbf{j} = \sigma \cdot \mathbf{E}$, on voit que la conductivité γ est donnée par la formule $\sigma = \mu Nq$.

2.1.2 Semi-conducteur

Voir chapitre 4.

2.1.3 Matériau magnétique

Dans un matériau magnétique, soumis à un champ magnétique $\mathbf{H}$, il apparaît une induction magnétique $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$.

Le tableau 2.1 présente les définitions essentielles concernant les grandeurs magnétiques.

Tableau 2.1 Grandeurs magnétiques (milieux magnétiques parfaits)

Grandeurs	Définitions et unités
H : champ magnétique	H : ampère par mètre
B : induction magnétique	$B = \mu H$ en tesla
$\mu = \mu_0 \mu_r$ μ_r : perméabilité relative	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
μ_i : perméabilité incrémentale	$\mu_i = \Delta B/\Delta H$ au voisinage de $H = 0$
M, H_i : aimantation	$B = \mu_0 (H + M)$ (2.3) M : ampère par mètre
$\mathfrak{I}$ ou B_i : polarisation magnétique,	$B = \mu_0 H + B_i$ (2.4)
Induction magnétique	B_i : tesla
χ : susceptibilité magnétique	$\chi = \mu_r - 1 = H_i/H$ (2.5)

Tableau 2.2 Susceptibilité magnétique

Types de matériau	Valeurs approximatives
Corps ferromagnétiques	100 à 100 000
Corps paramagnétiques (**H** et $\mathbf{H}_i$ de même sens)	0 à 10^{-3} ; $3{,}7 \times 10^{-5}$ pour l'oxygène
Corps diamagnétiques (**H** et $\mathbf{H}_i$ opposés)	$1{,}5 \times 10^{-4}$ pour le bismuth 7×10^{-6} pour l'alcool
Corps ferrimagnétiques, ferrites	10 à 10 000

L'aimantation résiduelle initiale étant nulle, on peut tracer la courbe de première aimantation (figure 2.1).

Si on impose à H des variations régulières entre deux valeurs extrêmes $+H_m$ et $-H_m$, on décrit un cycle d'hystérésis (figure 2.2), qui coupe l'axe des champs H en deux points symétriques $+H_c$ et $-H_c$, H_c étant le champ coercitif. Le matériau garde la « mémoire » de l'état précédent.

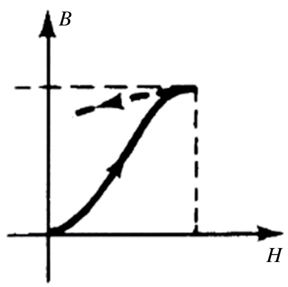


Figure 2.1

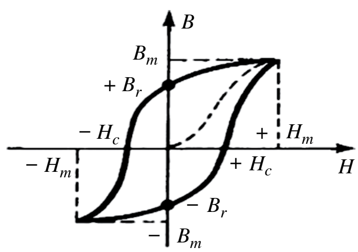


Figure 2.2

Le cycle d'hystérésis coupe l'axe des inductions B, en deux points symétriques + B_r et – B_r, B_r étant l'induction rémanente.

Si un échantillon de matériau ferromagnétique est soumis à une variation périodique de H, il apparaît à la fois :

- des pertes par hystérésis ;
- et des pertes par courants de Foucault.

Les pertes par courants de Foucault proviennent de la circulation des courants induits par les variations du champ, à l'intérieur du matériau de résistivité ρ (figure 2.3)

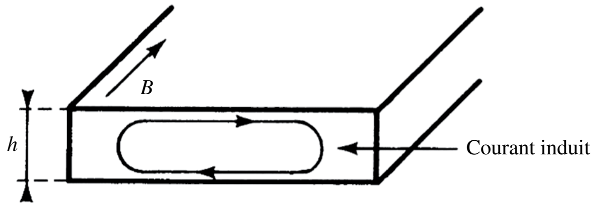


Figure 2.3

Tableau 2.3 Pertes magnétiques

Nature et formules	Commentaires
Pertes par hystérésis $W_H = \int_0^T H\,\mathrm{d}B$ $P_H = S_H f$ (2.7)	W_H : pertes par unité de volume et par cycle (joules) f : fréquence P_H : puissance perdue par hystérésis (watts) S_H : aire du cycle d'hystéresis
Pertes par courants de Foucault $P_F = \pi^2 f^2 B^2_m h^2/6\rho$ (2.8) par unité de volume	$B = Bm \cos \omega t$ $\omega = 2\pi f$ f : fréquence ρ : résistivité h : épaisseur du barreau (voir figure 2.3) P_F : watts

2.1.4 Conducteur

Les conducteurs utilisés sont des métaux dont la résistivité est de l'ordre de 10^{-8} Ω.m (Tableau 2.4). La résistivité augmente avec la température par exemple linéairement

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

Lorsque le courant traversant un conducteur présente une fréquence de variation élevée, la résistance augmente. On constate ce qu'on appelle l'effet de peau δ.

L'amplitude de la densité de courant décroît lorsqu'on s'éloigne de la surface de séparation, en pénétrant à l'intérieur du conducteur. Si on désigne par j_0 et j, les amplitudes de la densité de courant à la surface du conducteur, et à la distance z de cette surface, on a :

$$j = j_0 \exp(-z/\delta)$$

avec :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \mu \sigma f}} \tag{2.4}$$

δ : épaisseur de pénétration ou épaisseur de peau ;

μ : perméabilité du milieu conducteur ;

σ : conductivité ;

f : fréquence.

La figure 2.4 montre une coupe d'un conducteur simulée (par éléments finis) à plusieurs fréquences : en haut à gauche, pour une fréquence de 100 Hz, l'épaisseur de peau est supérieure au diamètre du conducteur et le courant est uniforme dans celui-ci. À la fréquence de 1 MHz, en bas, l'épaisseur de peau est bien inférieure au diamètre du conducteur et le courant circule dans l'épaisseur du conducteur.

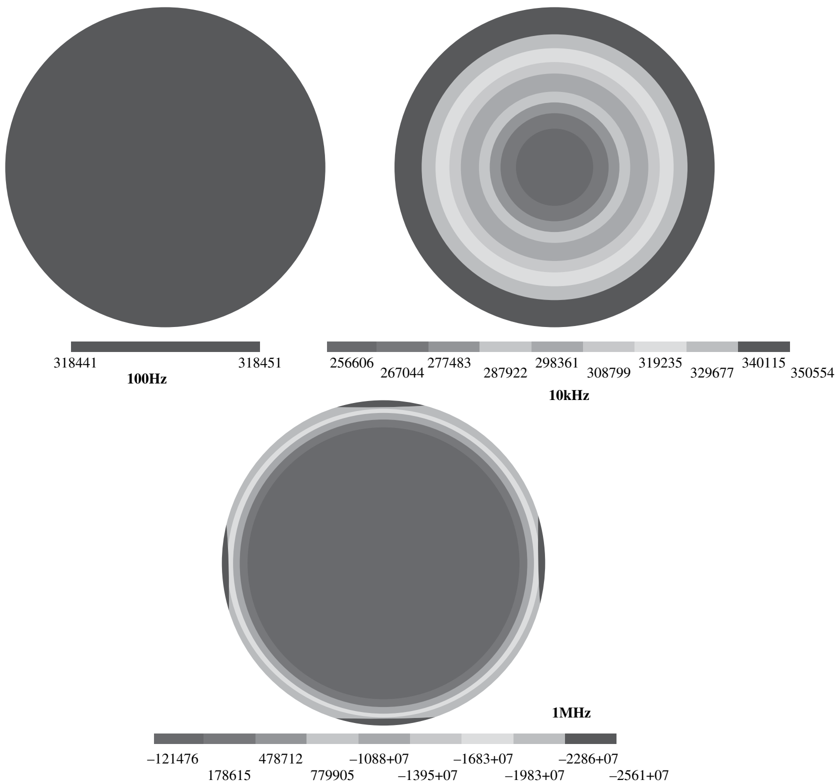


Figure 2.4

Tableau 2.4 Valeurs usuelles de ρ et α pour des métaux purs

Conducteur	Résistivité ($\Omega \times m$)	α à 20 °C	Point de fusion (°C)
Aluminium (à 97 %)	$2,82 \times 10^{-8}$	40×10^{-4}	658
Argent étiré (écroui)	$1,60 \times 10^{-8}$	38×10^{-4}	960
Chrome	$2,60 \times 10^{-8}$		1 875
Cuivre étiré (écroui)	$1,60 \times 10^{-8}$	39×10^{-4}	1 083
Étain	$11,5 \times 10^{-8}$	42×10^{-4}	232
Or écroui	$2,23 \times 10^{-8}$	34×10^{-4}	1 063
Platine	11×10^{-8}	37×10^{-4}	1 771
Plomb	22×10^{-8}	42×10^{-4}	327
Tungstène	$5,6 \times 10^{-8}$	45×10^{-4}	3 370
Zinc	$5,8 \times 10^{-8}$	37×10^{-4}	419

Tableau 2.5 Épaisseur de peau (en mm) pour quelques matériaux

Fréquence (Hz)	Cuivre	Aluminium	Acier	Mumétal
50	9,32	14,7	0,932	0,000 38
100	6,60	10,4	0,660	0,000 269
1 k	2,08	3,30	0,208	85 µ
10 k	0,660	1,04	0,066 0	–
100 k	0,208	0,330	0,020 8	–
1 M	0,066 0	0,104	0,006 60	–
100 M	0,006 60	0,0104	0,000 660	–

Pour des signaux hautes fréquences, en général au-delà de 10 MHz, on remplace un conducteur unique, par plusieurs conducteurs de section plus faible (fil de litz par exemple). On peut également remplacer le conducteur cylindrique par une bande mince, de façon à ce que le périmètre P de la section soit plus important.

En règle générale, la section du conducteur est choisie de telle manière que l'intensité admissible soit comprise entre 3 A et 5 A par mm^2.

2.2 Fiabilité des composants. Généralités

2.2.1 Définitions

Définition de la CEI (Commission électrotechnique internationale) : caractéristique d'un équipement éventuellement exprimée par la probabilité qu'il remplira une fonction donnée sous des conditions définies et pour une période de temps définie.

Le mot équipement doit être pris dans un sens large : composant, sous-ensemble, matériel, système.

On définit fondamentalement deux types de défaillance :

- défaillance catalectique ; soudaine et complète ;
- défaillance par dégradation ; progressive et partielle.

La fiabilité d'un dispositif est la probabilité d'un événement A, défini comme celui où le dispositif n'a pas eu de défaillance, dans des conditions spécifiées, pendant un temps donné.

$$\text{Fiabilité} = \text{Prob}\ (A) = N_S N_0$$

N_S : nombre de non-défaillances ;

N_0 : nombre de cas possibles de défaillances.

Réalisons N_0 expériences, soit en répétant N_0 expériences avec un seul dispositif, soit en effectuant l'expérience avec N_0 dispositifs identiques.

On introduit, de ce fait :

N_0 : nombre de dispositifs mis en fonctionnement à l'instant $t = 0$;

N_S : nombre de ceux qui ont survécu à l'instant t ;

$N_f = N_0 - N_S$: nombre de ceux qui ont péri.

Un indicateur essentiel du taux de panne est le MTBF (*Mean Time Between Failures*, moyenne des temps entre pannes). Il se calcule à partir de la relation :

$$\theta = \int_0^{\infty} R(t)\mathrm{d}t$$

Avec $R(t) = N_S{\cdot}N_0$ qui est la probabilité de survie et on a également $F(t) = N_f{\cdot}N_0$ qui est la probabilité de défaillance.

2.2.2 Courbe en baignoire

Dans la vie d'une population homogène de dispositifs ou de composants identiques, l'expérience montre qu'il existe généralement trois périodes, $\lambda(t)$ présentant au cours de chacune d'elles une variation caractéristique.

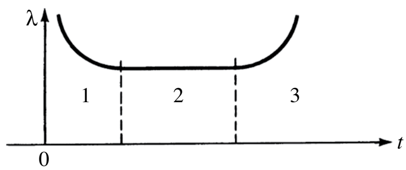


Figure 2.5

Ces trois périodes (figure 2.5) sont les suivantes :

- période de jeunesse, où λ est décroissant (zone 1) ;
- période de maturité, où λ est constant (zone 2) ;
- période d'usure, où λ est croissant (zone 3).

La zone 1 correspond aux défauts de jeunesse, au cours de laquelle les éléments chétifs disparaissent plus rapidement que les autres. Pour les éliminer, on impose en général aux dispositifs l'épreuve de déverminage, ce qui revient à leur faire subir des fonctionnements sévères, pour s'assurer que la période de jeunesse a été franchie.

La durée de la zone 2 correspond à la vie utile du dispositif. Pour des composants électroniques, elle peut atteindre des dizaines d'années.

La dernière période correspond à une dégradation irréversible des caractéristiques des composants qui doivent normalement être remplacés.

2.3 Résistances linéaires

2.3.1 Caractéristiques générales

Les deux symboles de la figure 2.6 sont utilisés pour représenter une résistance.

Figure 2.6

Tableau 2.6 Lois fondamentales en régime linéaire. Influences de la fréquence et du bruit exclues

Lois	Significations et désignations
$U = RI$ $R = \rho(\ell/S)$	Loi d'Ohm ρ : résistivité ℓ : longueur de la résistance filaire S : surface du fil résistant
$P = RI^2 = V^2/R$ $P = \frac{1}{T}\int_0^T UI\,\mathrm{d}t = \overline{UI}$	Puissance dissipée par la résistance en régime continu Puissance dissipée en régime périodique
$R = R_0[1+\alpha_R(\theta-\theta_0)]$	R : valeur de la résistance à la température θ α_R : coefficient de température $\alpha_R = (1/\Delta\theta)(\Delta R/R_0)$

Une résistance n'est jamais idéale et elle est légèrement capacitive, ou légèrement inductive, ou les deux à la fois. Son comportement en fonction de la fréquence est modélisé par les schémas équivalents, figure 2.7a, b et c. La fréquence, la résistance voire l'inductance devront être choisies pour que l'impédance de la résistance réelle soit proche de la valeur *R(f)*.

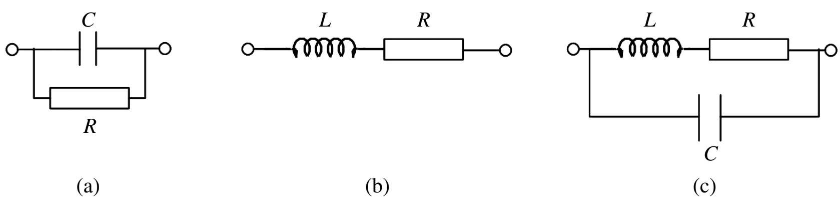


Figure 2.7

Les résistances utilisées dans les microstructures sont caractérisées par la valeur de la résistance superficielle ou résistance carrée R.

C'est la résistance d'une couche dont la longueur et la largeur sont égales. Désignons par ces dimensions et par h l'épaisseur. On a :

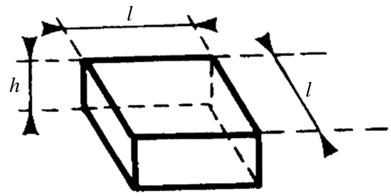


Figure 2.8

$$R_w = \rho(\ell/S) = \rho(\ell/\ell{\cdot}h) = \rho/h \text{ (Figure 2.7)}$$

En disposant n éléments en série, et p éléments en parallèle, on obtient la résistance :

$$R = R_w(n/p)$$

Une résistance est un générateur de bruit. On distingue communément deux sources de bruit :

- le bruit thermique inévitable, dû au mouvement brownien des électrons, lié à la température T ;
- le bruit de grenaille, lié à la légère variation du courant traversant la résistance.

La puissance de bruit thermique par hertz générée par la résistance a pour valeur :

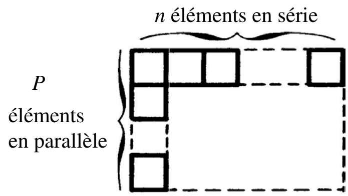


Figure 2.9

$$\Delta P/\Delta f = 4\text{ kT}$$

avec :

$k = 1{,}37 \times 10^{-23}$ J/K,

T : température absolue.

2.3.2 Les différentes technologies de résistance

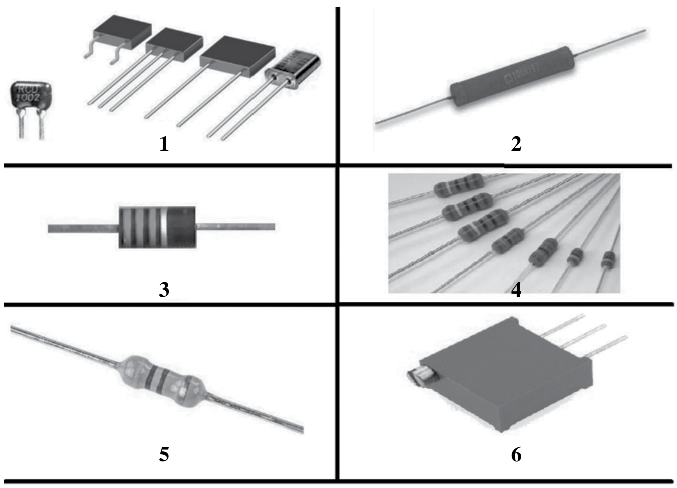


Figure 2.10

Source : DirectIndustry

Les différentes technologies des résistances sont (pour les points 1 à 6, voir figure 2.10) :

1. *Résistances bobinées de précision* : fils résistants utilisés : alliages de nickel, chrome, fer, aluminium, ainsi que manganine.
2. *Résistances bobinées à forte dissipation* : fils protégés, bobinés sur support à bonne conductibilité thermique (alumine, oxyde de béryllium).
3. *Résistances agglomérées* : mélange carbone-résine moulé.
4. *Résistances à couche métallique* : évaporation sous vide d'un métal (platine, chrome, nickel, palladium) qui se dépose sur un support en céramique.
5. *Résistance à couche d'oxydes métalliques*, en général oxyde d'étain. Dépôt par pulvérisation sur un support ou substrat.
6. *Résistance à couche de carbone* : couche de carbone déposée.
7. *Résistance à couche en « Cermet »* : résistances obtenues par cuisson à 800 °C environ, de pâtes déposées par sérigraphie. Ce sont souvent des résistances ajustables qui ont des pistes du type cermet.
8. *Résistances à films minces* : déposées par évaporation sous vide, projection cathodique. Procédés utilisés dans les microstructures hybrides.

2.3.3 Performances comparées

Tableau 2.7

Variétés technologiques	Gamme de valeurs (Ω)	Coefficient de température	Tension nominale (V)	Bruit (µV.V)
Bobinées de précision à forte dissipation $f < 50$ kHz	0,1 à 10^7 0,1 à 10^5	± 0,02 à $\pm 5 \times 10^{-4}$ $\pm 2 \times 10^{-4}$	100 à 500 80 à 2 000	négligeable négligeable
Agglomérées, capacité répartie importante	2,7 à 10^8	souvent supérieur à 20×10^{-4}	150 à 750	2 à 10
À couche de carbone (type courant)	10 à 10^7	2 à 12×10^{-4}	150 à 500	1 à 2
À couche d'oxydes (type courant)	10 à 10^6	$\pm 2 \times 10^{-4}$	150 à 500	0,1 à 0,5
À couche métallique, bonne à fréquence élevée	1 à 10^6	$\pm 0,1$ à $\pm 10^{-4}$	150 à 750	0,01 à 0,1
Cermet, excellente à fréquence élevée $f > 10$ MHz	10 à 10^7	$\pm 10^{-4}$ à $\pm 5 \times 10^{-4}$	250 à 10 000	0,1 à 10
Films minces, sérigraphie	10 à 10^7	$\pm 2,5$ à $\pm 5 \times 10^{-4}$		

Variétés technologiques	Gamme de valeurs (Ω)	Coefficient de température	Tension nominale (V)	Bruit (µV.V)
Évaporation sous vide	10 à 5 × 10^5	± 0,2 à ± 1,5 × 10^{-4}		
Projection cathodique, utilisable à fréquence élevée	10 à 5 × 10^5	0,3 à 10^{-4}		

2.3.4 Codes des couleurs et affichage de la valeur

Les valeurs des résistances sur une décade sont réparties de façon logarithmique. Pour la série E6, il y a six valeurs sur une décade calculée comme suit : $10^{0/6} = 1$, $10^{1/6} = 1.47$, $10^{2/6} = 2.15$, $10^{3/6} = 3.16$, $10^{4/6} = 4.64$, $10^{5/6} = 6.81$, $10^{6/6} = 10$.

Le tableau B.14 donne la liste des valeurs pour les séries E6, E12, E24, E48 et E96. Le nombre de valeurs par décade est établi en fonction de la précision de la résistance.

Tableau 2.8 Valeurs normalisées

E6 (± 10 %) : 100 – 150 – 220 – 330 – 470 – 680
E12 (± 10 %) : 100 – 120 – 150 – 180 – 220 – 270 – 330
390 – 470 – 560 – 680 – 820
E24 (± 5 %) : 100 – 110 – 120 – 130 – 150 – 160 – 180
200 – 220 – 240 – 270 – 300 – 330 – 360 – 390
430 – 470 – 510 – 560 – 620 – 680 – 750 – 820 – 910
E48 : 100 – 105 – 110 – 115 – 121 – 127 – 133
140 – 147 – 154 – 162 – 169 – 178 – 187 – 196
205 – 215 – 226 – 237 – 249 – 261 – 274 – 287
301 – 316 – 332 – 348 – 365 – 383 – 402 – 422
442 – 464 – 487 – 511 – 536 – 562 – 590 – 619
649 – 681 – 715 – 750 – 787 – 825 – 866 – 909 – 953
E96 (± 1 %) : 100 – 102 – 105 – 107 – 110 – 113 – 115
118 – 121 – 124 – 127 – 130 – 133 – 137 – 140
143 – 147 – 150 – 154 – 158 – 162 – 165 – 169

174 – 178 – 182 – 187 – 191 – 196 – 200 – 205

210 – 215 – 221 – 226 – 232 – 237 – 243 – 249

255 – 26 1 – 267 – 274 – 280 – 287 – 294 – 301

309 – 316 – 324 – 332 – 340 – 348 – 357 – 365

374 – 383 – 392 – 402 – 412 – 422 – 432 – 442

453 – 464 – 475 – 487 – 499 – 511 – 523 – 536

549 – 562 – 576 – 590 – 604 – 619 – 634 – 649

665 – 681 – 698 – 715 – 732 – 750 – 768 – 787

806 – 825 – 845 – 866 – 887 – 909 – 931 – 953 – 976

Source : http://www.positron-libre.com

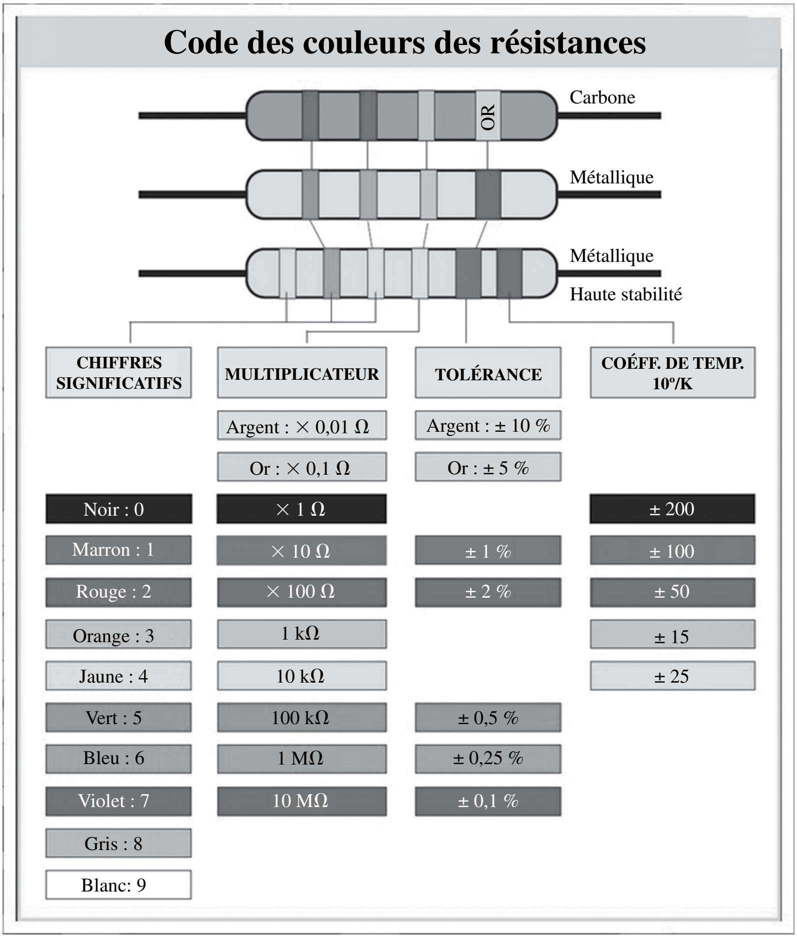


Figure 2.11 Code des couleurs

Source : http://f6kcz.free.fr

La valeur de certaines résistances est indiquée en clair ou avec une notation spécifique. C'est le cas en particulier des résistances en boîtier CMS (composant monté en surface) ou SMD (*surface Mounting Device*).

Boîtier	Inch	Millimètre
0402	40 × 20 mil	1.016 × 0.508 mm
0603	60 × 30 mil	1.524 × 0.762 mm
0805	80 × 50 mil	2.032 × 1.275 mm
1206	120 × 60 mil	3.048 × 1.524 mm

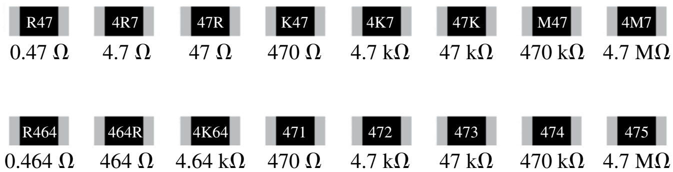


Figure 2.12 Composants CMS : taille des boîtiers et indication des valeurs

Source : http://jestineyong.com

2.4 Potentiomètres

Un potentiomètre permet de faire varier une résistance. Un curseur se déplace sur une piste conductrice et la résistance du curseur à une des deux autres connexions est modifiée.

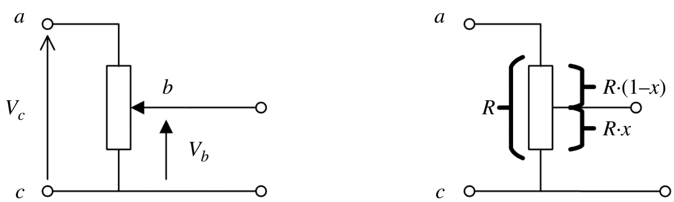


Figure 2.13

x étant un paramètre sans dimension de position, on a dans le cas théorique :

$$y_t = V_b/V_c = x \qquad \text{avec} \qquad x \in [0, 1] \tag{2.5}$$

Tableau 2.9 Fonctions essentielles

Fonctions	Observations
Diviseur de tension	Réglages fréquents
Résistance ajustable	Réglages peu fréquents
Réalisation d'une loi de variation	Lois linéaires, logarithmiques, anti logarithmiques

Les principales caractéristiques à définir selon les fonctions requises sont les suivantes :

- valeur ohmique nominale $R = R_n$;
- nombre de réglages admissible ;
- stabilité de réglage ;
- finesse de réglage ;
- conformité à la loi de variation.

Compte tenu de l'imprécision sur R, on a :

$$R = R_n(1 + \varepsilon_R)\ [1 + \alpha_R(\theta - \theta_0)].$$

Le point b mobile du potentiomètre peut être repéré par une position angulaire α ou parfois par l'abscisse de la position du curseur à partir d'un point origine.

Il y a lieu de définir :

- la course électrique totale, qui est la valeur de déplacement du dispositif de commande entre les deux positions extrêmes ;
- la course électrique utile, qui est la valeur de déplacement du dispositif de commande, pour laquelle la résistance varie conformément à la loi désirée.

Le degré de conformité (exprimé en pourcentage) est l'écart maximal entre la loi réelle de variation et la loi théorique.

La finesse de réglage est en principe liée à la résistance de contact, qui peut subir des variations brusques au cours du déplacement du curseur.

La figure 2.14 donne le tracé théorique idéal pour une caractéristique de potentiomètre linéaire et la figure 2.15 le tracé réel.

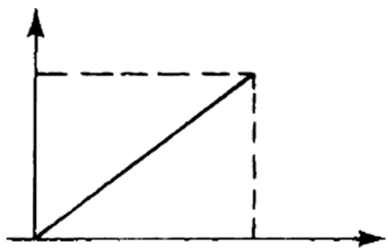


Figure 2.14 Tracé théorique

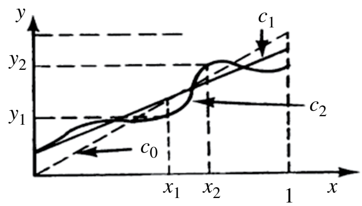


Figure 2.15 Tracé réel

2.5 Condensateurs fixes et variables

Il existe beaucoup de types de diélectriques et de techniques de fabrication qui sont utilisées pour réaliser des capacités. La première distinction est la distinction entre les capacités polarisées et non polarisées.

2.5.1 Caractéristiques générales

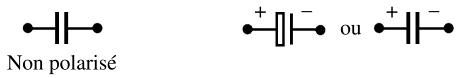


Figure 2.16 Symboles représentatifs

Pour une capacité idéale, les grandeurs électriques aux bornes de la capacité sont données dans le tableau 2.11.

Tableau 2.10 Relations fondamentales

Lois	Commentaires
$Q = CV$	Q : charge électrique en coulomb emmagasinée V : différence de potentiel appliquée en volt C : capacité en farad
$I = C(dV/dt)$	I : courant traversant la capacité en ampère
$V(j\omega) = (1/j\omega C)\ I(j\omega)$	$Z(j\omega) = 1/j\omega C$: impédance présentée par une capacité
$C = \varepsilon(S/e)$	Capacité d'un condensateur plan S : surface des armatures en mètre carré e : épaisseur en mètre La permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0\ \varepsilon_r$

Un condensateur réel ne présente jamais une capacité idéale. En particulier, il y a toujours des pertes dans le diélectrique ce qui amène à placer une résistance R en parallèle de la capacité idéale. Le schéma équivalent doit souvent être complété pour tenir compte également des connexions entre la partie interne et l'extérieur :

- ▸ d'une résistance série parasite r_S,
- ▸ d'une inductance parasite ℓ_S.

On arrive donc au schéma de la figure 2.17.

L'impédance est alors donnée par :

$$Z(j\omega) = r_S + [R/(1 + jRC\omega)]\ [1 - \ell_S C\ \omega^2 + j(\omega\ell_S/R)]$$

L'allure de l'impédance du circuit de la figure 2.17 est donnée figure 2.18.

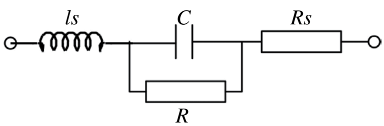


Figure 2.17

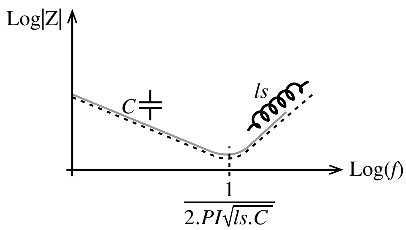


Figure 2.18

Tableau 2.11 Caractéristiques d'un condensateur réel

Lois et relations	Commentaires
$Q = \|I_c / I_r\|$	Q : coefficient de qualité Coefficient de surintensité
$Q = \omega.C.R$ $Q = 1/\omega.C.r_S$ $(si\ \omega^2 C^2 R^2 \gg 1)$	R : résistance parallèle r_S : résistance série
$R{\cdot}r_S = 1/\omega^2\ C^2$ ou $r_S = R/Q^2$ $\tan\delta = 1/Q$	Relation entre r_s et R δ : angle de pertes $\tan\delta$: facteur de dissipation

Le module de l'impédance passe par une valeur minimale pour $\omega = \omega_0$. La détermination de ω_0 est nécessaire pour utiliser le condensateur à fréquence élevée.

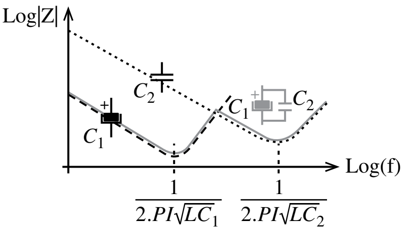


Figure 2.19

Les condensateurs présentent souvent des inductances propres ℓ_S, dont les effets sont loin d'être négligeables. Ainsi, une capacité chimique possède une inductance interne de l'ordre de 10 nH. Pour une valeur de capacité de 100 µF (C_1 sur la figure 2.19), la fréquence de résonance est de l'ordre de 150 kHz. Son utilisation en haute fréquence est possible avec l'utilisation d'un condensateur à film plastique (C_2 sur la figure 2.19) placé en parallèle pour éviter la remontée d'impédance.

2.5.2 Variétés technologiques. Condensateurs non polarisés

Les renseignements ci-après ont été extraits des publications dans les Techniques de l'Ingénieur-Électronique et des *Technologies des composants électroniques* de R. Besson (Dunod).

Tableau 2.12 Condensateurs empilés

Diélectrique utilisé	Gamme de valeurs	Tensions nominales en volts	tan δ à 1 MHz $\times 10^{-4}$
Mica	4,7 à 10 000 pF	63 à 500	Inférieur à 10
Céramique type 1	10 F à 1 nF	5 à 200	Inférieur à 10
Céramique type 2	1 nF à 100 µF	5 à 250	250
Verre	0,5 à 100 nF	300 à 500	Inférieur à 10
Porcelaine	0,5 à 10 000 pF	100 à 500	Inférieur à 8

Tolérances usuelles : 1 à 10 % sauf céramique (découplage),

– 20 à + 80 % pour céramique, type découplage.

Variation en température : selon les classes

$\alpha_c = (\Delta C/C)\ (1/\Delta\theta) = \pm\ 10 \times 10^{-6}$ à $\pm\ 800 \times 10^{-6}$

2.5.3 Variétés technologiques. Condensateurs polarisés

Il existe deux grandes variétés : les condensateurs électrolytiques à l'aluminium et les condensateurs électrolytiques au tantale.

On peut obtenir un condensateur non polarisé, en branchant en série, en sens inverse, deux condensateurs identiques.

Tableau 2.13 Condensateurs électrolytiques

Variétés	Gamme de valeurs	Tensions nominales en volts	Courant de fuite *If* C_n : *C* nominal V_n : *V* nominal
Aluminium catégorie professionnelle (–40 °C, + 85 °C)	1 à qq 10^6 µF	6,3 à 500	
Tantale { Solide Liquide	0,1 à 1 000 µF	6 à 500	0,1 à 10 µA

On considère que le courant de fuite est sensiblement proportionnel à la charge *CV*, et sa valeur est déterminée à la charge nominale $C_n\ V_n$.

C'est ainsi que pour $C_n\ V_n = 100$ µC ($C_n = 10$ µF, $V_n = 10$ V), on pourra obtenir pour *If*, une valeur comprise entre 1 µA et 0,1 µA.

2.5.4 Condensateurs en microélectronique

Grâce aux différents procédés de dépôt, sérigraphie, évaporation sous vide et pulvérisation cathodique, il est possible de réaliser des condensateurs plans, en général de faibles valeurs de capacité.

Les différents diélectriques utilisés sont le monoxyde de silicium SiO, l'oxyde de silicium SiO_2, l'alumine Al_2O_3, l'oxyde de tantale Ta_2O_5, l'oxyde de titane TiO_2, le nitrure de silicium Si_3Na_4.

En utilisant comme diélectrique SiO_2, on obtient les caractéristiques suivantes :

- capacité par unité de surface : 5 à 50×10^{-5} F/m^2 ;
- capacité maximale réalisable : 500 pF ;
- tension maximale : 100 V ;
- coefficient de température : 10^{-4}.

Les diodes varicap peuvent remplacer les capacités variables et être commandées par une tension extérieure. La diode étant polarisée en inverse, la distance entre les zones de charge d'espace est inversement proportionnelle à la tension appliquée (voir paragraphe relatif aux diodes).

2.5.5 Condensateurs variables

En fait, il faut considérer :

- les condensateurs variables proprement dits ;
- les condensateurs ajustables, utilisés dans les circuits d'accord.

Tableau 2.14 Variétés de condensateurs variables et ajustables

Types	Variétés	Valeurs et propriétés
Commande mécanique et à air	À lames planes cylindriques (à piston)	Fréquence $f > 100$ MHz quelques pF à 500 pF Pertes et coefficient de température négligeables
Diélectrique : – vide poussé		10 pF à 500 pF Tension 100 kV
Diélectrique : – céramique – verre et quartz	Disques : – cylindriques – cylindriques à piston	Ajustables Valeurs résiduelles importantes Capacités plus élevées que pour les céramiques Fréquence $f < 100$ MHz

2.6 Bobines

2.6.1 Caractéristiques générales

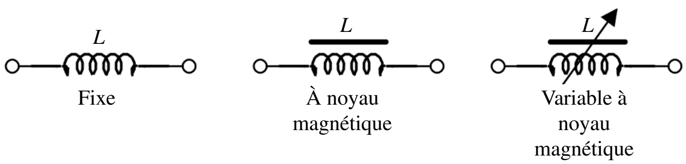


Figure 2.20 Symboles représentatifs

Tableau 2.15 Relations fondamentales

Lois	Commentaires
$V = L(\mathrm{d}I/\mathrm{d}t)$	V : tension aux bornes de la bobine L : inductance propre I : courant traversant la bobine
$V(\mathrm{j}\omega) = \mathrm{j}\omega\, L\, I$	$Z(\mathrm{j}\omega) = \mathrm{j}\omega L$ Impédance présentée par une bobine sans pertes

Une bobine ne présente jamais une inductance propre pure ; elle a normalement des pertes, qui peuvent provenir de plusieurs sources :

- résistance ohmique du bobinage en continu ;
- résistance ohmique accrue provenant de l'effet de peau présenté par les fils du bobinage ;
- perte par hystérésis provenant du noyau, proportionnel à f ;
- perte par courant de Foucault du noyau, proportionnel à f^2.

Pour rendre compte de ces pertes, on introduit une résistance de perte R en série avec L, ou une résistance en parallèle R_p (fig. 2.21).

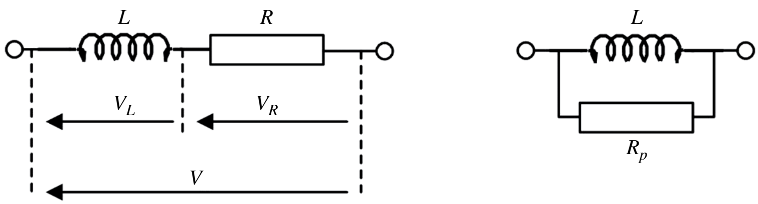


Figure 2.21

Tableau 2.16 Caractéristiques d'un bobinage réel

Lois et relations	Commentaires
$Q = \lvert V_L / V_R \rvert = \omega L / R$	Coefficient de qualité
$Q = R_p / \omega L$	Coefficient de surtension
(si $Q^2 \gg 1$)	R : résistance série
$RR_p = \omega^2 L^2$	R_p : résistance en parallèle
$R_p = Q^2 R$	δ : angle de pertes
$\tan\delta = 1/\sqrt{1+Q^2} = 1/Q$	

Le schéma équivalent de la figure 2.21 doit être complété pour tenir compte des capacités parasites, dues en particulier aux enroulements (figure 2.22).

L'impédance est alors égale à :

$$Z(j\omega) = (R + j\omega L)(1 + j\omega CR - \omega^2 LC)$$

À la pulsation de résonance ω_0 telle que :

$$\omega^2_0 LC = 1 \quad (2.5)$$

$$Z = (1/j\omega_0 C) + (L/CR) \approx L/CR, \text{ si } \omega_0 L/R \approx 1 \quad (2.6)$$

L'impédance est alors pratiquement réelle, et son module passe par sa valeur maximale pour $\omega = \omega_0$. La détermination de ω_0 est nécessaire, pour utiliser le bobinage à fréquence élevée.

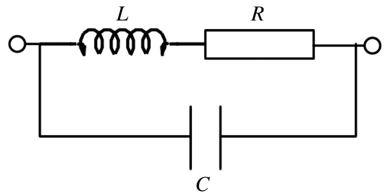


Figure 2.22

2.6.2 Calcul de *L* pour des bobinages simples

Nous donnerons simplement trois formules essentielles :

- l'une concernant un solénoïde très long ($\ell/r \gg 1$), à une seule couche ;
- la deuxième concernant un circuit magnétique fermé avec entrefer d'épaisseur ℓ_0 ;
- la troisième met en évidence uniquement la relation générale entre l'inductance propre *L* et le nombre de spires.

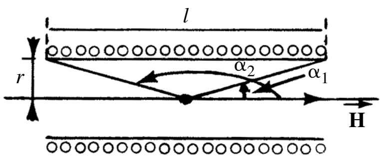


Figure 2.23

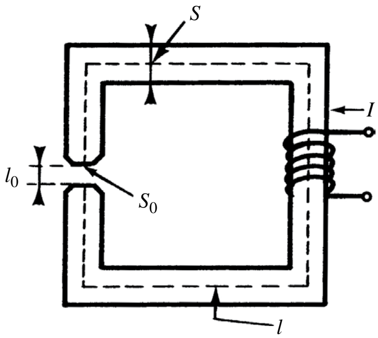


Figure 2.24

Tableau 2.17 *L* pour des bobinages simples

Types	Formules	Commentaires
Solénoïde à 1 couche (Figure 2.23)	$H = (NI/\ell)(1/2)(\cos\alpha 1 - \cos\alpha 2)$ $L = \mu_0\, S(N^2/\ell)$ (2.15) $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}$	H : A/m N : nombre total de spires, champ à l'intérieur du solénoïde L : inductance propre $S = \pi r^2$ $\ell / r \gg 1$, ℓ : m, S : m^2
Circuit magnétique (Figure 2.24)	$L = \dfrac{\mu_0 N^2 S}{\ell_0 (S/S_0) + (\ell - \ell_0)/\mu_r}$ (2.7)	μ_r : perméabilité relative S : section du noyau S_0 : section de l'entrefer ℓ : longueur totale moyenne du circuit ℓ_0 : épaisseur de l'entrefer
Noyau quelconque	$L = \mu_0\, \mu_r\, N^2\, Sm/\ell_m$ (2.8)	ℓ_m : longueur de la ligne de force magnétique moyenne S_m : surface moyenne du bobinage

Une des caractéristiques fort utiles d'un bobinage réalisé avec un noyau magnétique est la valeur :

$$L/N^2 = \mu_0 \, \mu_r (S_m / \ell_m) \tag{2.9}$$

C'est-à-dire L en henry pour une spire.

2.6.3 Coefficient de qualité et pertes dans les bobinages

Le coefficient de qualité d'une inductance dépend des facteurs suivants :

- R_0 : résistance en courant continu (fil du bobinage) ;
- R_S : résistance dans le conducteur par effet de peau ;
- R_x : résistance dans le conducteur par effet de proximité (lié à la modification des lignes de courant par le conducteur placé à coté) ;
- Rf : résistance liée aux pertes par courant de Foucault dans le matériau magnétique ;
- R_h : résistance liée aux pertes par hystérésis dans le matériau magnétique ;
- R_t : résistance liée aux traînages, liés au matériau magnétique.

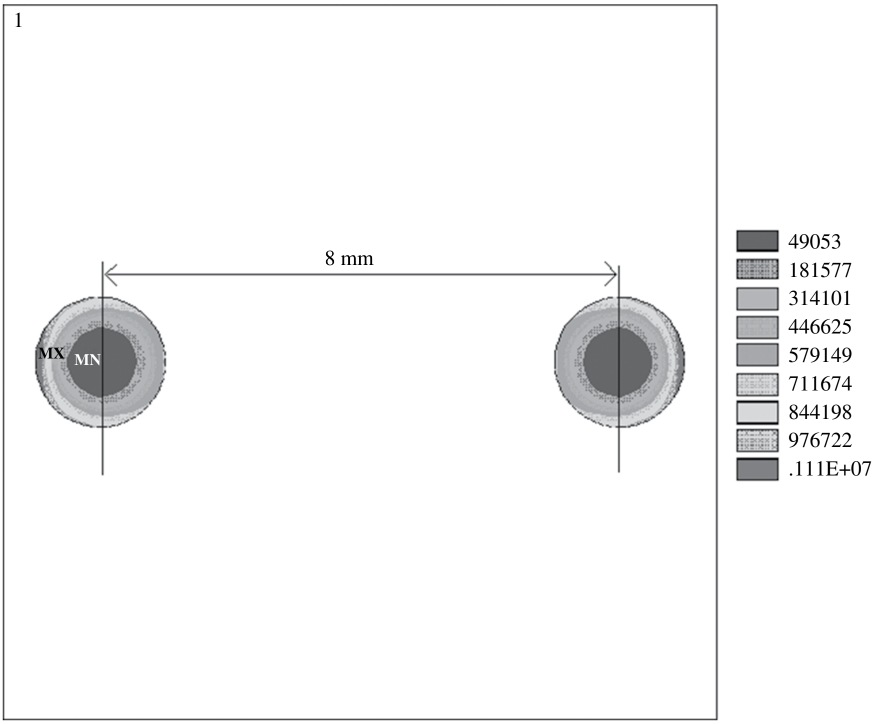


Figure 2.25

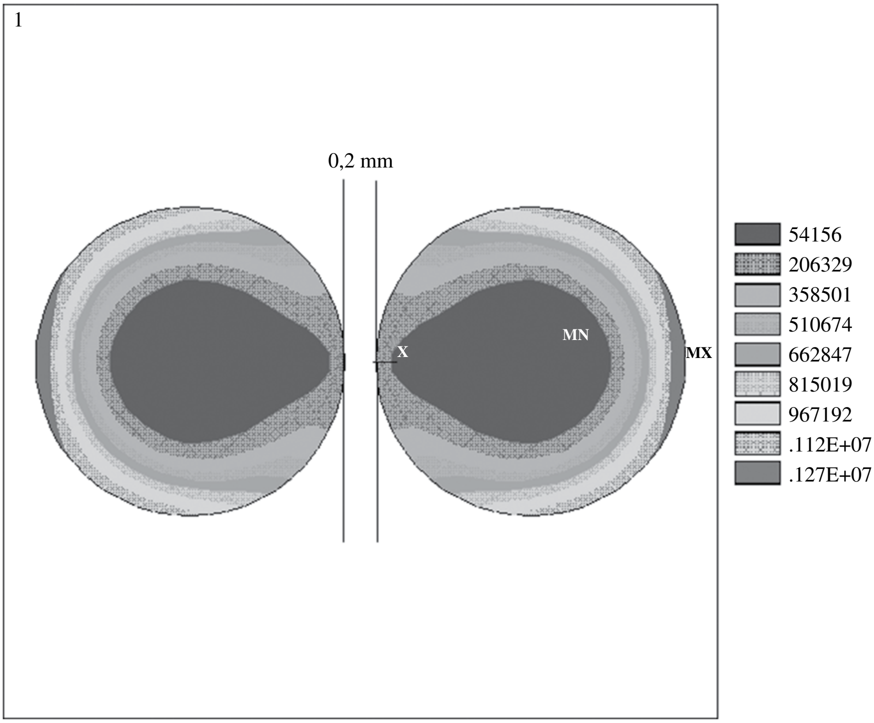


Figure 2.25 (suite) Densité de courant en A.mm^2 (obtenue par simulation numérique du type éléments finis) dans deux conducteurs éloignés sur la gauche, ou rapproché sur la droite

La variation typique d'un coefficient de qualité d'une bobine Q en fonction de la fréquence est donnée figure 2.26.

Le coefficient de qualité Q passe par une valeur maximale Q_M pour $f = f_M$. Cette dernière valeur permet de déterminer la région favorable de fonctionnement.

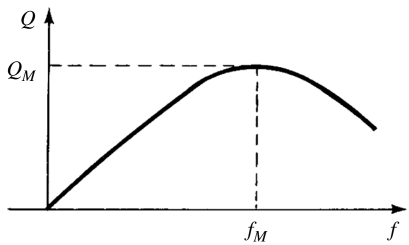


Figure 2.26

Selon la qualité du matériau, la nature du noyau magnétique tore ou pot, avec ou sans entrefer, et selon les types de bobinages choisis, on peut obtenir :

$$Q \in [20, 500]$$

pour $f \in$ [10 kHz, 100 MHz].

La valeur de Q = 100 est une valeur habituelle, qu'on peut obtenir sans difficultés particulières.

2.6.4 Variétés de noyaux-ferrites

Les ferrites sont des matériaux magnétiques caractérisés par une perméabilité relative μ_r plus ou moins importante. Ils sont également plus ou moins résistifs. Les ferrites sont utilisés pour réaliser des inductances, des transformateurs avec de très bonnes performances en termes de compacité, d'absence de fuite magnétique…

Le cycle d'hystérésis d'un matériau du type ferrite est représenté figure 2.27. Il décrit l'évolution de l'induction magnétique en fonction de l'excitation magnétique. On distingue la courbe de première aimantation de la courbe du cycle d'hystérésis.

Quand le matériau est magnétisé par un courant appliqué, les domaines magnétiques du matériau s'opposent à la variation du champ magnétique et on obtient alors le cycle d'hystérésis. Les substances ferromagnétiques sont dotées de mémoire.

Le cycle d'hystérésis est caractérisé par plusieurs zones :

- Zone linéaire : on a $B = \mu \cdot H$ avec μ constante. C'est cette zone qui est la plupart du temps exploitée pour les transformateurs et les machines tournantes.
- Saturation du milieu ferromagnétique : lorsque H devient trop grand, B ne varie presque plus. Le matériau magnétique est dit saturé. On a toujours $B = \mu \cdot H$, mais μ n'est plus constant. L'induction à saturation est de l'ordre de 1,4 T pour du fer et de l'ordre de 0,5 T pour un ferrite.

En calculant la pente du cycle d'hystérésis autour de zéro, on obtient la perméabilité initiale :

$$\mu_r = \frac{1}{\mu_0}\frac{\Delta B}{\Delta H}$$

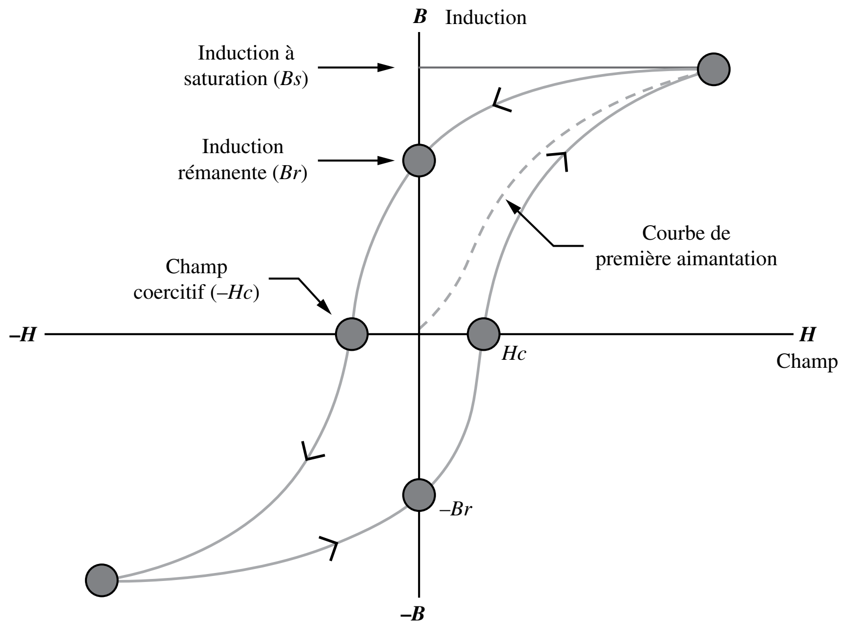


Figure 2.27 Cycle d'hystérésis.

Le choix du matériau est donc important et il est également important de prendre en compte la résistivité du matériau pour limiter les pertes par courants de Foucault. Si le matériau est conducteur, il se développe en son sein des courants induits qui introduise des pertes. Ces pertes sont plus ou moins importantes suivant la valeur de μ''_s représenté sur la figure 2.28.

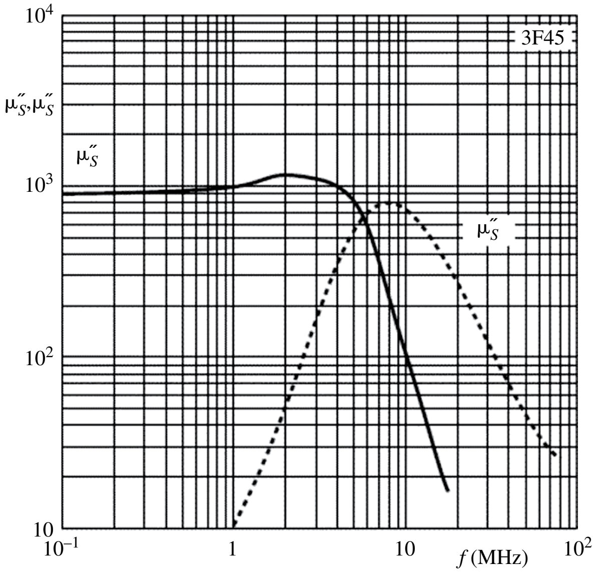


Figure 2.28 Courbe de perméabilité complexe

Tableau 2.18 Paramètres principaux

Désignation	Définitions et formules
μ_r	Perméabilité initiale : $B = \mu_r \mu_0 H$
Point de Curie θ_c	Pour $\theta > \theta_c$, le ferrimagnétisme disparaît : θ_c 100 à 200 °C.
A_L	Inductance par spire : $L = AL\ N^2$: 100 à 10 000 nH.
α	Coefficient de température : $\alpha = (1\mu_i)\ (d\mu_i/d\theta)$.

Tableau 2.19 Caractéristiques

Type de ferrite	μ_r	α en 10^{-6}	Fréquences d'utilisation
Manganèse et Zinc	750 à 5 000	± 0,6 à + 4,5	100 kHz à 1,5 MHz
Nickel et Zinc	15 à 600	– 10 à + 35	500 kHz à 200 MHz

2.7 Le quartz

Le quartz est utilisé en électronique en tant que résonateur pour définir avec le plus de stabilité possible une fréquence. Plusieurs composants peuvent être utilisés pour réaliser un oscillateur comme, un circuit LC, un résonateur mécanique, un résonateur céramique… Le quartz a bien des avantages en termes de précision, stabilité en fonction de la température, répétabilité. Les pertes dans le cristal étant extrêmement faibles conduisent à un coefficient de qualité qui avoisine les 10^7 à la fréquence de 1 MHz.

2.7.1 Le cristal

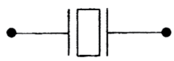


Figure 2.29

Le quartz est la forme cristalline de l'oxyde de silicium ou silice SiO_2. Il se cristallise sous la forme d'un prisme à section hexagonale régulière, se terminant à ses extrémités par des pyramides à base hexagonale (figures 2.30 et 2.31). Le quartz est le siège de résonances acoustique supérieures à des dizaines de mégahertz. Le coefficient de qualité est très élevé.

Le quartz est un matériau piézoélectrique. En effet, lorsqu'une pression est exercée sur la maille du quartz, le réseau cristallin est déformé et il s'ensuit que le barycentre des charges électriques n'est plus placé au centre. Il apparait sur des faces perpendiculaires à la pression mécanique des charges. C'est l'effet piézoélectrique direct.

Réciproquement, si on applique une tension entre deux faces, il apparait une déformation mécanique transverse et l'effet piézoélectrique inverse.

On distingue trois axes de symétrie :

- *l'axe optique* ZZ, reliant les deux sommets des pyramides ;
- *les axes mécaniques* YY, médiatrices des côtés de la section droite ;
- *les axes électriques* XX, joignant deux à deux les sommets de la section droite hexagonale.

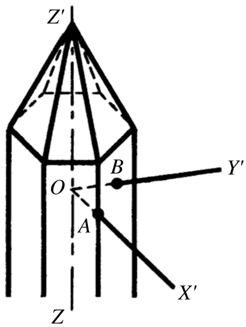


Figure 2.30

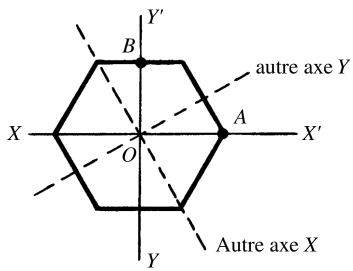


Figure 2.31

Les axes XX et YY sont perpendiculaires à ZZ. Pour étudier l'effet direct traduit par la loi de Curie, nous allons examiner la coupe de Curie ou coupe X (figure 2.32). On considère un barreau :

- de longueur L parallèlement à YY' ;
- de largeur parallèlement à ZZ' ;
- d'épaisseur h parallèlement à XX'.

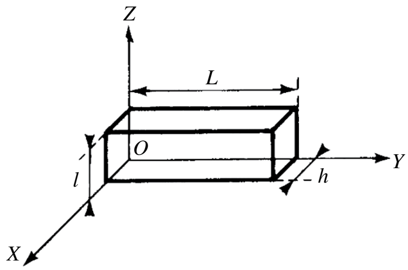


Figure 2.32 Coupe de Curie ou coupe X

Le principe de Curie sur les symétries permet d'affirmer :

- si la force appliquée F_x est parallèle à $X'X$, il apparaît une charge électrique $Q_x = K\,F_x$ sur les faces normales ;
- si la force appliquée F_y est parallèle à $Y'Y$, il apparaît une charge électrique $Q_y = -KF_y(L)$ sur les faces normales ;
- si la force appliquée F_z est parallèle à $Z'Z$, il n'apparaît pas de charge électrique.

K étant le module piézoélectrique.

La fréquence de résonance f est donnée par :

$$f = (1/(2L))\sqrt{E/\rho}$$

E : module d'élasticité, ρ : masse volumique.

L'effet piézoélectrique inverse a été montré par Gabriel Lippmann. Si on applique, entre les grandes faces, une différence de potentiel V, on constate :

- parallèlement à OX, une déformation $U = K\,V$;
- parallèlement à OY, une déformation $v = KV(L/\ell)$.

Selon l'orientation de la coupe par rapport aux trois axes ZZ', YY' et XX', on utilisera des désignations particulières telles que coupes *AC*, *AT*, *BT*, *CT*, etc. La coupe AT est à 35,25° par rapport à l'axe ZZ′ et la coupe BT est à 49° toujours par rapport à l'axe ZZ′. Des propriétés particulières sont obtenues pour ces angles précis.

2.7.2 Réseau équivalent

Du point de vue électrique, le quartz se comporte comme un résonateur série, dont le schéma équivalent représenté figure 2.33 met en évidence :

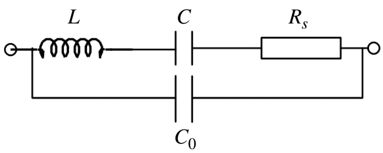


Figure 2.33

- une inductance propre L,
- une capacité C,
- et une résistance R, tenant compte de l'amortissement.

Il faut, de plus, placer en parallèle sur l'ensemble L, C, R, une capacité C_0 qui dépend des électrodes et des supports. On a $C_0 \gg C$.

La fréquence de résonance fondamentale f_0 est donnée par :

$$LC(2\,\pi f_0)^2 = 1$$

$$f_0 = 1/(2\,\pi\sqrt{LC}).$$

En fait, on constate que le quartz présente plusieurs pulsations de résonance série ω_1, ω_2, ω_3, ..., ω_n, chacune d'elles étant un multiple de la pulsation fondamentale ω_1.

$$\omega_n = n\omega_1$$

On dit que : $f_1 = \omega_1 2\,\pi$ est la fréquence fondamentale, et que :

$$f_2 = 2\,f_1, f_3 = 3\,f_1 \,..., f_n = nf_1$$

sont les fréquences des harmoniques, d'ordre 2, 3..., n.

Le schéma équivalent doit donc être complété (figure 2.34).

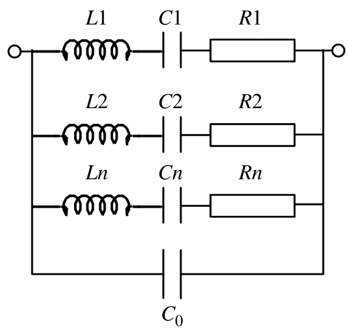


Figure 2.34

$$\begin{cases} f_1 = 1/(2\pi\sqrt{L_1C_1}) \\ f_2 = 1/(2\pi\sqrt{L_2C_2}), \dots f_n = 1/(2\pi\sqrt{L_nC_n}) \\ f_n = 2f_1, \dots, f_n = nf_n \end{cases} \tag{2.10}$$

En considérant le schéma fondamental de la figure 2.31, l'impédance est donnée par :

$$Z = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_0} \frac{R + \mathrm{j}\omega L\left[1 - \left(1/\omega^2 LC\right)\right]}{R + \mathrm{j}\omega L\left[1 - \left(1/\omega^2 L)(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}\right)\right]}$$

En mettant en évidence :

- la pulsation de résonance série $\omega_0^2 = 1/LC$, et
- la pulsation d'antirésonance, ou de résonance parallèle :

$$\omega'^2{}_0 = \omega^2{}_0\,[1 + (C/C_0)]$$

l'expression de $Z(\mathrm{j}\omega)$ devient :

$$Z = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_0} \frac{R + \mathrm{j}\omega L\left[1 - \left(\omega_0/\omega\right)^2\right]}{RR + \mathrm{j}\omega L\left[1 - \left(\omega_0'/\omega\right)^2\right]}$$

Pour $\omega = \omega_0$,

$$Zm = R(1 + \mathrm{j}\omega_0 C_0 R)$$

Pour $\omega = \omega'_0$

$$Z_M = 1/\mathrm{j}\omega'_0 C_0 + (L/C_0R)\,(C/(C + C_0))$$

La variation du module de Z en fonction de ω est donnée figure 2.35.

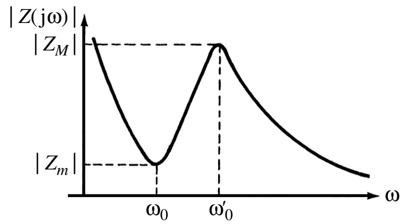


Figure 2.35

2.7.3 Variétés technologiques principales

C_0 est de l'ordre de 5 à 20 pF :

$$C_0/C \in [400, 30\,000]$$

$$R \in [2, 200]\ \Omega \text{ pour les coupes usuelles.}$$

La variation de la fréquence de résonance en fonction de la température présente un point d'inflexion pour certaines coupes (CT, LTD), qui est mis à profit pour réaliser des variétés très stables.

Tableau 2.20 Coupe AT-CT-NT

Coupe	Gamme de fréquences	Q	L	Avantages
AT	0,5 MHz à 250 MHz	10^5 à 5×10^6	0,01 H à 10 H	Bonne stabilité en température
NT	4 kHz à 100 kHz	10^5	300 H à 400 H	
CT	300 kHz à 700 kHz	$> 10^5$	—	Variation parabolique de la fréquence en fonction de la température

3 Réseaux électriques

3.1 Réseaux élémentaires

3.1.1 Dipôles générateurs. Associations avec la charge

Les figures 3.1 et 3.2 donnent les représentations normales d'un générateur de tension et d'un générateur de courant connectés à une charge R_L ou G_L.

Les éléments résistifs peuvent être donnés par leur résistance R ou leur conductance G, égale à $1/R$.

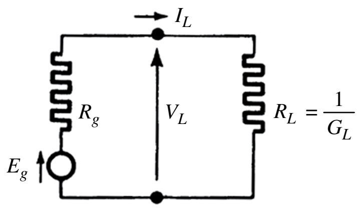


Figure 3.1

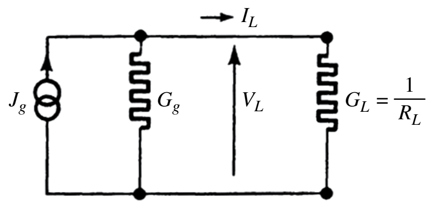


Figure 3.2

Dans le cas de la source de tension, la grandeur de sortie est V_L. Cette tension de sortie s'exprime par application double de la loi d'Ohm (formule du diviseur de tension) :

$$V_L = E_g\,(R_L/(R_g + R_L)),\ \text{et la source de tension peut être considérée comme parfaite}\ (V_L \approx E_g)\ \text{si}\ R_L \gg R_g \tag{3.1}$$

Dans le cas de la source de courant, la grandeur de sortie est I_L. Le courant de sortie (parcourant G_L) peut de même que précédemment s'exprimer en appliquant la loi d'Ohm (formule du diviseur de courant) :

$$I_L = Jg(G_L/(G_g + G_L)),\ \text{la source de courant est parfaite}\ (I_L \approx J_g)\ \text{si}\ G_L \ll G_g \tag{3.2}$$

Notons que les formules des divisions de tension et de courant peuvent prendre d'autres formes suivant que l'on utilise la résistance ou la conductance de chacun des éléments résistifs. Pour passer d'un schéma représentatif à un autre qui lui est équivalent, il suffit de se placer dans les conditions limites : $R_L = 0$ et $G_L = 1/R_L = \infty$ (ou encore $G_L = 0$ et $R_L = \infty$) et d'écrire que les tensions de sortie V_L ou les courants de sortie I_L obtenus sont les mêmes. On obtient alors les formules suivantes :

- Transformation d'une source de tension en une source de courant :

$$I_g = E_g/R_g,\ G_g = 1/R_g \tag{3.3}$$

- Transformation d'une source de courant en une source de tension :

$$E_g = I_g/G_g,\ R_g = 1/G_g \tag{3.4}$$

Si le régime est harmonique, c'est-à-dire si les courants et les tensions sont des variations sinusoïdales, les formules précédentes peuvent être généralisées, en considérant E_g et J_g comme des grandeurs complexes et en remplaçant les résistances et les conductances par des impédances (Z) et des admittances (Y) complexes (figs 3.3 et 3.4).

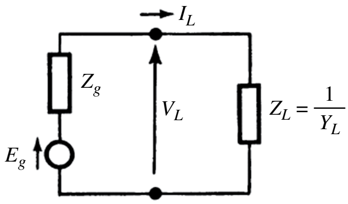


Figure 3.3

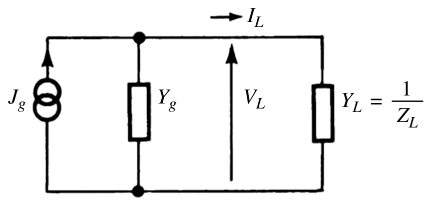


Figure 3.4

On pose : $\underline{Z_g} = R_g + jX_g,\quad \underline{Z_L} = R_L + jX_L$

$\underline{Y_g} = G_g + jB_g,\quad \underline{Y_L} = G_L + jB_L$

R_g et R_L : résistances exprimées en ohms (Ω) ;
G_g et G_L : conductances exprimées en siemens (S) ;
X_g et X_L : réactances exprimées en ohms ;
B_g et B_L : susceptances exprimées en siemens.
En outre, on obtient :

- transformation d'une source de tension en une source de courant :

$$J_g = (1/Z_g)E_g,\quad Y_g = 1/Z_g = R_g/(R_g^2 + X_g^2) + j[-X_g/(R_g^2 + X_g^2)]$$

- transformation d'une source de courant en une source de tension :

$$\underline{E_g} = (1/Y_g)\underline{J_g},\quad \underline{Z_g} = 1/\underline{Y_g} = G_g/(G_g^2 + B_g^2) + j[-B_g/(G_g^2 + B_g^2)]$$

Pour associer une charge, en choisissant sa valeur correctement à la source qui l'alimente, il importe de préciser le but poursuivi :

- transmission du maximum de *tension* : $V_L = E_g$;
- transmission du maximum de *courant* : $I_L = J_g$;
- transmission du maximum de *puissance*.

Les conditions à réaliser dans les trois cas sont indiquées dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 Association

Type d'association	Conditions	Résultats
Adaptation en tension (Fig. 3.3)	$\lvert Z_g Y_L \rvert \ll 1$	$V_L \approx E_g$
Adaptation en courant (Fig. 3.4)	$\lvert Y_g Z_L \rvert \ll 1$	$I_L \approx J_g$
Adaptation en puissance (Fig. 3.3)	$Z_L = Z_g^*$ $R_L = R_g$	Puissance active : $P_a = E_g E_g^* / 8R_g = \lvert E_g \rvert^2 / 8R_g$
Puissance active maximale	$X_L + X_g = 0$	Puissance réactive : $P_r = -P_a(X_g / R_g)$

Dans le cas général, la puissance transmise complexe est donnée par :

$$P = P_a + \mathrm{j}P_r = \left(\frac{1}{2}\right) V_L I_L^*$$

$$P = \frac{1}{2} E_g E_g^* \frac{R_L + \mathrm{j}X_L}{(R_L + R_g)^2 + (X_L + X_g)^2}$$

$$E_g E_g^* = \left| E_g \right|^2$$

$$\text{avec } E_g E_g^* = \left| E_g \right|^2$$

3.2 Analyse d'un réseau

3.2.1 Théorèmes de base

Définitions préliminaires

Branche : ensemble connecté entre deux points. Une branche constitue par définition un dipôle. Une branche peut présenter une constitution complexe.

Nœud : point où des branches sont connectées.

Maille : circuit fermé comprenant au moins deux branches.

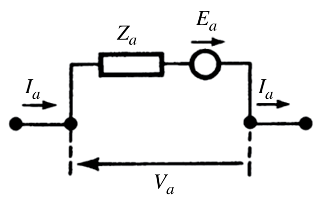


Figure 3.5

Les équations de branche peuvent s'écrire sous deux formes :

- pour une branche à impédance (fig. 3.5)

$$V_a + E_a = Z_a I_a \tag{3.5}$$

$$\mathrm{I_a + J_a = Y_a\, V_a} \tag{3.6}$$

E et *J* sont des grandeurs électromotrices,

- pour une branche à admittance (fig. 3.6)
  E_a : force électromotrice ;
  J_a : courant électromoteur.

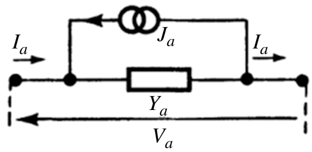


Figure 3.6

À côté des grandeurs électromotrices normales, dites indépendantes, des couplages entre branches peuvent faire apparaître des grandeurs électromotrices fictives, qu'on désigne encore par sources liées.

Les figures 3.7 et 3.8 présentent respectivement un couplage entre branches à admittances et un couplage entre branches à impédances.

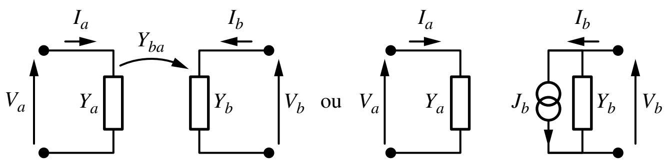


Figure 3.7 Branches à admittances.

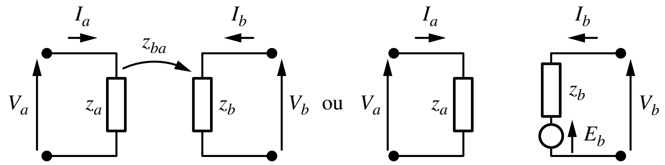


Figure 3.8 Branches à impédances.

On écrit pour les branches à admittances :

$$\begin{cases} I_a = Y_a V_a \\ I_b = Y_{ba} V_a + Y_b V_b \end{cases} \tag{3.7}$$

ou (avec une source de courant liée) :

$$I_b = J_b + Y_b \times V_b \text{ avec } J_b = Y_{ba} \times V_a$$

On écrit pour les branches à impédances :

$$\begin{cases} V_a = z_a I_a \\ V_b = z_{ba} I_a + z_b V_b \end{cases} \tag{3.8}$$

ou (avec une source de tension liée) :

$$V_b = (+E_b) + Z_b\, I_b \text{ avec } E_b = Z_{ba}\, I_a$$

$J_b = Y_{ba}\, V_a$ et $E_b = Z_{ba}\, I_a$, sont des sources liées provenant d'une action unilatérale de la branche *a* sur la branche *b*.

Lois de Kirchhoff

Loi des nœuds

La somme algébrique des intensités des courants aboutissant à un nœud est nulle.

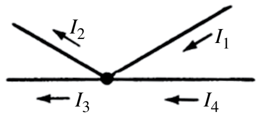


Figure 3.9

$$\sum I = 0 \text{ (fig. 3.9)} \tag{3.9}$$

En général, on considère comme positif les courants se dirigeant vers le nœud :

$$\sum I = I_1 + (-I_2) + (-I_3) + I_4 = 0.$$

Loi des mailles

Dans une maille ou circuit fermé (fig. 3.10), la somme algébrique des forces électromotrices est égale à la somme algébrique des chutes de tension dues aux impédances.

$$\sum E = \sum ZI \tag{3.10}$$

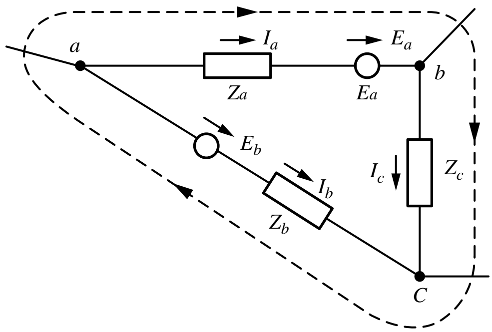


Figure 3.10

Comme dans le cas précédent, l'application de la loi des mailles exige que l'on choisisse un sens de parcours :

$$\sum E = E_a + (-E_b) = \sum ZI = Z_a\, I_a + Z_b(-I_b) + Z_c\, I_c$$

La loi des nœuds est applicable sans restriction, si des sources de courant indépendantes ou liées sont connectées au nœud par l'une de leurs extrémités. Ils sont à considérer comme des courants normaux dans l'équation (3.9).

La loi des mailles est applicable sans restriction, si certaines de ces forces électromotrices sont des sources liées. Ces dernières sont considérées comme des forces électromotrices normales dans l'équation générale (3.10).

État d'un réseau électrique. Superposition des états

L'état électrique d'un réseau est défini par l'ensemble des tensions et courants de branche. On admettra que le réseau présente un comportement linéaire, ce qui revient à dire que l'on peut appliquer le principe de superposition des états. Cela peut se traduire par l'une des deux propositions suivantes équivalentes par dualité.

Si dans la branche a d'un réseau, I_{a1}, I_{a2}, ..., I_{an} sont les courants de branche résultant de chaque ensemble de forces électromotrices indépendantes agissant séparément :

$$E_1 = (e_{11}, e_{12}, ..., e_{1p}), \qquad E_2 = (e_{21}, e_{22}, ..., e_{2p})..., \qquad E_n = (e_{n1}, e_{n2}, ..., e_{np})\ ;$$

$I_a = I_{a1} + I_{a2} + ... + I_{an}$ est le courant total résultant de l'action des ensembles agissant simultanément, c'est-à-dire à :

$$E = E_1 + E_2 + ... + E_n$$

Si dans la branche a d'un réseau, V_{a1}, V_{a2}, ..., V_{an} sont les tensions de branche résultant de chaque ensemble de courants électromoteurs indépendants agissant séparément :

$$J_1 = (j_{11}, j_{12}, ..., j_1p), J_2 = (j_{21}, j_{22}, ..., \ j_2p)\ ...\ J_n = (j_{n1}, j_{n2}, ..., j_{np})$$

$V_a = V_{a1} + V_{a2} + ... + V_{an}$ est la tension de branche totale résultant de l'action des ensembles de sources électromotrices indépendantes, agissant simultanément, c'est-à-dire à :

$$J = J_1 + J_2 + ... + J_n.$$

Théorèmes de Thévenin et de Norton

Théorème de Thévenin

On considère un réseau constitué de branches, dont certaines contiennent des sources de tension ou de courant indépendantes. Ce réseau est accessible par deux points A et B (fig. 3.11).

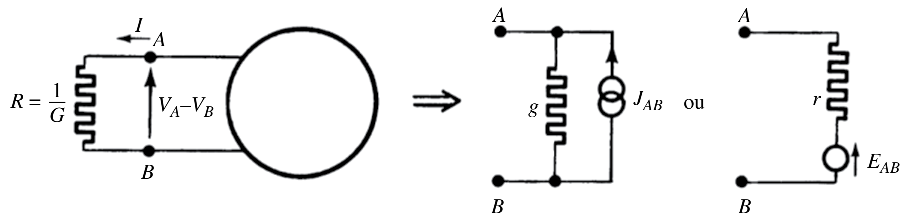


Figure 3.11

Trois propositions peuvent être énoncées :

- En circuit ouvert, aucune résistance n'étant branchée entre A et B, on mesure une différence de potentiel à vide : $E_{AB} = V_A - V_B$.
- Si on connecte une résistance R, entre A et B, le courant circulant dans la résistance R est :

$$I = E_{AB}/(R + r)$$

ce qui revient à dire que, vu de AB, le réseau se comporte comme une source de tension réelle, de force électromotrice E_{AB} et de résistance interne r.

- Si on supprime toutes les sources de tension et courant indépendantes du réseau, le dipôle AB se réduit à une résistance r, dite résistance d'entrée ou d'accès du réseau.

Théorème de Norton

On considère un réseau, dont certaines branches contiennent des sources électromotrices indépendantes. Trois propositions peuvent également être énoncées, en quelque sorte transformées par dualité des précédentes.

En court-circuit, les bornes A et B étant réunies, on mesure un courant $I = J_{AB}$, dit courant en court-circuit.

Si on connecte une conductance $G = 1/R$ entre A et B, la différence de potentiel apparaissant aux bornes de la conductance G est :

$$V_{AB} = J_{AB}[1/(G+g)]$$

ce qui revient à dire que, vu de AB, le réseau se comporte comme un dipôle générateur de courant électromoteur J_{AB} et de conductance interne g.

Si on supprime toutes les sources électromotrices indépendantes du réseau, le dipôle AB passif se comporte comme une conductance de valeur g, dite conductance d'entrée ou d'accès du réseau.

Si des composants actifs sont utilisés, certaines branches peuvent se comporter comme une résistance ou une conductance négative. Ce peut être le cas de la conductance g ou de la résistance r.

L'application des théorèmes de Norton et de Thévenin n'est plus possible. La deuxième proposition pourra être utilisée, moyennant certaines précautions.

Si $r = -r'$, avec $r' > 0$, la deuxième proposition du théorème de Thévenin devient :

$$I = E_{AB}/(R - r')$$

et la mesure est possible si $R - r' > 0 \Rightarrow R > r'$

De même si $g = -g'$, avec $g' > 0$, la deuxième proposition du théorème de Norton devient :

$$V_{AB} = J_{AB}[1/(G - g')]$$

et la mesure est possible si $G - g' > 0 \Rightarrow G > g'$.

La présence de sources liées ne modifie pas du tout les énoncés des théorèmes de Norton et de Thévenin, à condition de ne pas les supprimer.

3.2.2 Éléments d'un réseau et définitions

Définitions

Branches, nœuds, maille (voir 3.2.1).

Paire de nœuds : ensemble de deux nœuds, pris en considération pour introduire une différence de potentiel.

Sous-réseau : chacun des ensembles non connexes appartenant à un réseau forme un sous-réseau, à l'intérieur duquel tous les nœuds peuvent être connectés par une succession de branches.

Réseau fermé : l'état électrique est complètement défini.

Réseau ouvert : l'état électrique est partiellement indéterminé. Le réseau ouvert doit être complété par un ou plusieurs réseaux ouverts pour obtenir un réseau fermé.

Courants de maille linéairement indépendants : les courants de branche d'un réseau sont des fonctions linéaires homogènes des courants de maille, convenablement choisis. On désigne par M, le nombre de courants de maille linéairement indépendants, dont l'ensemble constitue un repère ou une base.

Différences de potentiel entre paires de nœuds linéairement indépendants : les tensions de branche d'un réseau sont des fonctions linéaires homogènes des différences de potentiel entre paires de nœuds convenablement choisis. On désigne par P le nombre de différences de potentiel entre paires de nœuds linéairement indépendants, dont l'ensemble constitue un repère ou une base.

Caractère topologique d'un réseau défini par l'ensemble des nombres S, B, N, P, M :

- S : nombre de sous-réseau (x) ;
- B : nombre de branches ;
- N : nombre de nœuds ;
- P : nombre des différences de potentiel entre paires de nœuds, constituant la base ou le repère ;
- M : nombre des courants de maille, constituant la base ou le repère.

On a :

$$P = N - S \tag{3.11}$$

$$M = B - P = B + S - N \tag{3.12}$$

Éléments constitutifs

- Branche à impédance (fig. 3.5).
- Branche à admittance (fig. 3.6).
- Branches à admittances avec couplage unilatéral (fig. 3.7).
- Branches à impédances avec couplage unilatéral (fig. 3.8).

Branches à impédances avec couplage bilatéral (Fig. 3.12)

Dans le cas d'un transformateur parfait, on a en régime harmonique (fig. 3.27) :

$$\begin{cases} V_a = \mathrm{j}\omega L_a I_a + \mathrm{j}\omega M I_b \\ V_b = \mathrm{j}\omega M I_a + \mathrm{j}\omega L_b I_b \end{cases} \tag{3.13}$$

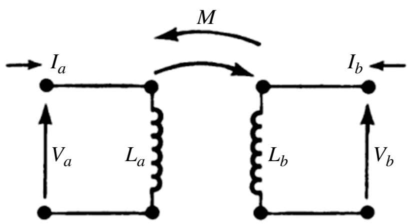


Figure 3.12

Le couplage est mis en évidence, par le terme jωM.

En régime quelconque, on introduit les grandeurs opérationnelles et on peut de plus adopter une notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pL_a & pM \\ pM & pL_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

On remarquera que nous n'avons pas introduit de résistances dites négatives. Leur présence ne modifie pas les énoncés et les définitions qui ont été présentés ainsi que les résultats qui suivent.

Ces résistances négatives dans le réseau peuvent résulter :

- du comportement particulier de certains dipôles dits partiellement actifs ;
- du couplage unilatéral entre branches d'un sous-ensemble, accessible par deux points, et qu'on a réduit, pour des raisons de commodité, à une branche équivalente.

3.3 Quadripôles passifs

3.3.1 Matrice [Z] et [Y]

Un quadripôle est un dispositif à deux paires de bornes 1-1′ et 2-2′. C'est un réseau ouvert. Il a besoin d'être connecté d'un côté comme de l'autre par deux dipôles pour que son état électrique soit parfaitement défini (fig. 3.14).

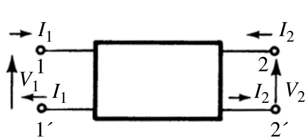


Figure 3.13

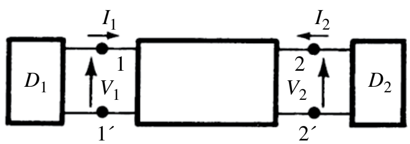


Figure 3.14

Pour déterminer les quatre grandeurs électriques I_1, V_1 et I_2, V_2, il faut mettre en œuvre quatre équations. Deux équations sont fournies par les dipôles D_1 et D_2 (loi d'Ohm). Les deux autres relations sont fournies par le quadripôle.

Les deux formes les plus répandues utilisent la matrice impédance [Z] et la matrice admittance [Y].

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Z]\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y]\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \qquad (3.15 \text{ et } 3.16)$$

On peut identifier un à un les termes de la matrice en annulant par exemple consécutivement I_1 et I_2 dans la matrice [Z] (tableau 3.2).

Tableau 3.2 Détermination des éléments de la matrice [Z]

Conditions		Matrice [Z]
Sortie : $I_2 = 0$	$V_1 = Z_{11}I_1$	$Z_{11} = V_1/I_1$ impédance d'entrée
Sortie : circuit ouvert	$V_2 = Z_{21}I_1$	$Z_{21} = V_2/I_1$ transimpédance directe
Entrée : $I_1 = 0$	$V_1 = Z_{12}I_2$	$Z_{12} = V_1/I_2$ transimpédance inverse
Entrée : circuit ouvert	$V_2 = Z_{22}I_2$	$Z_{22} = V_2/I_2$ impédance de sortie

Si le quadripôle est passif et réciproque, alors :

$$Z_{12} = Z_{21} \text{ et } Y_{12} = Y_{21}$$

Si de plus il est symétrique, alors :

$$Z_{11} = Z_{22} \text{ et } Y_{11} = Y_{22}$$

Tableau 3.3

Réseau	Matrice correspondante
Réseau à impédances Réseau en T 1 borne commune entrée et sortie	$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$ $[Z] = \begin{bmatrix} Z_a + Z_c & Z_c \\ Z_c & Z_b + Z_c \end{bmatrix}$
Réseau à admittances Réseau en ∏ 1 borne commune entrée et sortie	$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$ $[Y] = \begin{bmatrix} Y_a + Y_c & -Y_c \\ -Y_c & Y_b + Y_c \end{bmatrix}$

Tout quadripôle passif, présentant une borne commune entrée-sortie, borne 1′-2′, peut être représenté par un réseau équivalent à trois impédances, ou un réseau équivalent à trois admittances comme indiqué (fig. 3.15 et 3.16 ainsi que tableau 3.3).

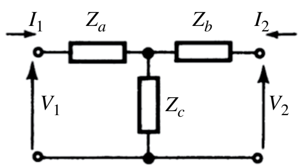


Figure 3.15

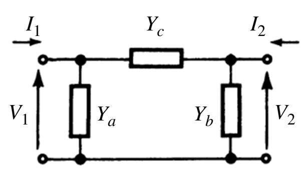


Figure 3.16

3.3.2 Matrice [*h*] et [*g*]

Les paramètres hybrides h_{ij} s'introduisent comme suit :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Les paramètres g_{ij} s'introduisent comme suit :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

La détermination des paramètres s'effectue conformément à la méthode vue en 3.3.1 (tableau 3.2) :

Exemple : $g_{21} = V_2/V_1$ pour $I_2 = 0$.

Si le quadripôle est passif alors :

$$h_{12} = -\,h_{21} \text{ et } g_{21} = -\,g_{12}$$

Si de plus le quadripôle est symétrique, alors les déterminants :

$$\Delta h = \Delta g = 1$$

3.3.3 Matrice de chaîne

Elle est fort utile pour les associations en cascade. Elle est définie par :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ C & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$[\ell] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

$\Delta\ell = 1$ (déterminant de C) si le quadripôle est passif et symétrique.

3.3.4 Combinaison de quadripôles

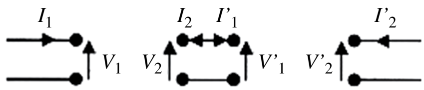


Figure 3.17 Mises en cascade

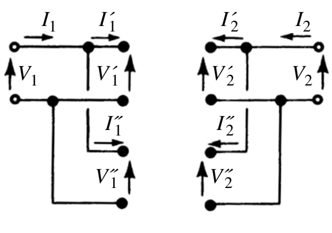


Figure 3.18 Mises en parallèle

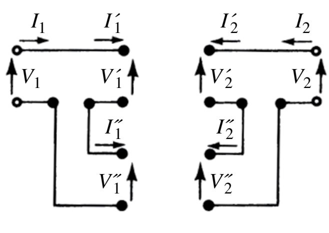


Figure 3.19 Mises en série

Tableau 3.4

Combinaisons	Matrice résultante
Mise en parallèle entrées et sorties $I_1 = I'_1 + I''_1 \quad I_2 = I'_2 + I''_2$ $V_1 = V'_1 = V''_1 \quad V_2 = V'_2 = V''_2$	$[Y] = [Y]_1 + [Y]_2$ $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
Mise en série entrées et sorties $I_1 = I'_1 = I''_1 \quad I_2 = I'_2 = I''_2$ $V_1 = V'_1 + V''_1 \quad V_2 = V'_2 + V''_2$	$[Z] = [Z]_1 + [Z]_2$ $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
Mise en série entrées, mise en parallèles sorties $I_1 = I'_1 = I''_1 \quad I_2 = I'_2 + I''_2$ $V_1 = V'_1 + V''_1 \quad V_2 = V'_2 = V''_2$	$[h] = [h]_1 + [h]_2$ $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
Mise en parallèle entrées, mise en série sorties $I_1 = I'_1 + I''_1 \quad I_2 = I'_2 = I''_2$ $V_1 = V'_1 = V''_1 \quad V_2 = V'_2 = V''_2$	$[g] = [g]_1 + [g]_2$ $\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [g] \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
Mise en cascade $I'_1 = -I_2 \quad V'_1 = V_2$	$[\ell] = [\ell]_1 \times [\ell]_2$ $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [\ell] \begin{bmatrix} V'_2 \\ -I'_2 \end{bmatrix}$

3.3.5 Impédances-image et impédance caractéristique

Impédances-image

On appelle Z_1 et Z_2 impédances-image d'un quadripôle passif et linéaire, les impédances telles que : la sortie étant fermée sur Z_2, l'impédance d'entrée est égale à Z_1 – l'entrée étant fermée sur Z_1, l'impédance de sortie est égale à Z_2 (figs 3.20 et 3.21).

Figure 3.20

Figure 3.21

Expressions générales de Z_1 et Z_2 suivant la matrice utilisée

$$Z_1 Z_2 = B/C \text{ et } Z_2/Z_1 = D/A \tag{3.17}$$

$$Z_1 Z_2 = \Delta z \text{ et } Z_2/Z_1 = Z_{22}/Z_{11} \tag{3.18}$$

$$Z_1 Z_2 = 1/\Delta y \text{ et } Z_2/Z_1 = Y_{11}/Y_{22} \tag{3.19}$$

$$Z_1 = \sqrt{AB/DC} \quad Z_2 = \sqrt{BD/AC} \tag{3.20}$$

Si le quadripôle est symétrique et passif, alors $Z_1 = Z_2 = Z_c$ avec Z_c impédance caractéristique.

Application : un câble coaxial peut être considéré comme un quadripôle passif. Son impédance caractéristique dépend de facteurs électriques et géométriques (souvent 50 ou 75 Ω).

Connecté par exemple à une antenne d'impédance de sortie $Z_s = Z_c$, il présente alors une impédance d'entrée elle aussi égale à Z_c, et ce quelle que soit sa longueur.

3.3.6 Tableau de conversion des différentes matrices

Le tableau 3.5 permet de convertir n'importe quelle matrice pour un quadripôle donné. On appliquera : déterminant de la matrice X : $\Delta X = X_{11}X_{22} - X_{12}X_{21}$.

Tableau 3.5

	Z	Y	h	g	ℓ
Z	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{\Delta Y} & -\frac{Y_{12}}{\Delta Y} \\ -\frac{Y_{21}}{\Delta Y} & -\frac{Y_{11}}{\Delta Y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta h}{h_{22}} & -\frac{h_{12}}{h_{22}} \\ \frac{h_{21}}{h_{22}} & -\frac{1}{h_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{g_{11}} & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ \frac{g_{21}}{g_{22}} & \frac{\Delta g}{g_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A}{C} & \frac{\Delta \ell}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{matrix}$
Y	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{\Delta Z} & -\frac{Z_{12}}{\Delta Z} \\ -\frac{Z_{21}}{\Delta Z} & \frac{Z_{11}}{\Delta Z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{h_{11}} & -\frac{h_{12}}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{\Delta h}{h_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta g}{g_{22}} & \frac{g_{12}}{g_{22}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & \frac{1}{g_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{D}{B} & -\frac{\Delta \ell}{B} \\ -\frac{1}{B} & \frac{A}{B} \end{matrix}$
h	$\begin{matrix} \frac{\Delta Z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{11}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & -\frac{Y_{12}}{Y_{11}} \\ -\frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{\Delta Y}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{g_{22}}{\Delta g} & -\frac{g_{12}}{\Delta g} \\ -\frac{g_{21}}{\Delta g} & \frac{g_{11}}{\Delta g} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{B}{D} & \frac{\Delta \ell}{D} \\ -\frac{1}{D} & \frac{C}{D} \end{matrix}$
g	$\begin{matrix} \frac{1}{Z_{11}} & -\frac{Z_{12}}{Z_{11}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{11}} & \frac{\Delta Z}{Z_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta Y}{Y_{22}} & -\frac{Y_{12}}{Y_{22}} \\ -\frac{Y_{21}}{Y_{22}} & \frac{1}{Y_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{h_{22}}{\Delta h} & -\frac{h_{12}}{\Delta h} \\ -\frac{h_{21}}{\Delta h} & \frac{h_{11}}{\Delta h} \end{matrix}$	$\begin{matrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{C}{A} & \frac{\Delta \ell}{A} \\ \frac{1}{A} & \frac{B}{A} \end{matrix}$
ℓ	$\begin{matrix} -\frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta Z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} & -\frac{1}{Y_{21}} \\ -\frac{\Delta Y}{Y_{21}} & -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{\Delta h}{h_{21}} & -\frac{h_{11}}{h_{21}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{21}} & -\frac{1}{h_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{g_{21}} & \frac{g_{22}}{g_{21}} \\ \frac{g_{11}}{g_{21}} & \frac{\Delta g}{g_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix}$

3.4 Réseaux à résistances

3.4.1 Réseau *R*-2*R*

Le réseau *R*-2*R* présenté figure 3.22, très utilisé dans les convertisseurs numérique-analogique, est équivalent vu de *S*, au dipôle générateur représenté figure 3.23.

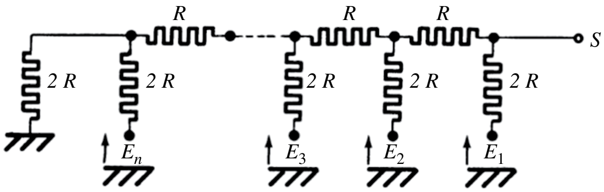


Figure 3.22

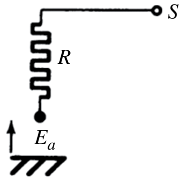


Figure 3.23

Avec :

$$E_a = \frac{E_1}{2} + \frac{E_2}{2^2} + \frac{E_3}{2^3} + \ldots + \frac{E_n}{2^n} \qquad (3.21)$$

En général E_1, E_2, ..., E_n ne peuvent prendre chacun d'eux que deux valeurs 0 ou *E*. Désignons par a_1, a_2, ..., a_n les variables binaires associées à E_1, E_2, ..., E_n ; telles que chacune d'elles ne peut prendre que l'une des deux valeurs 0 ou 1. On aura :

$$E_a = \left[\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \ldots + \frac{a_n}{2^n}\right] E$$

- Soit l'image analogique du mot binaire a_1, …, a_n avec a_1 bit de poids fort.
- Soit ε_1, ε_2, ε_3, ..., ε_{2n}, les imprécisions relatives sur les résistances d'un réseau comprenant *n* cellules et 2 *n* éléments (fig. 3.24).

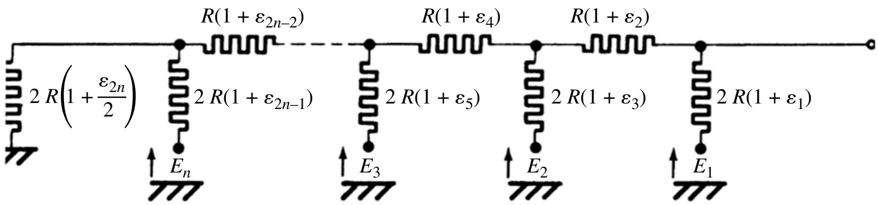


Figure 3.24

Le schéma équivalent est un générateur de tension de force électromotrice E_a et de résistance interne $R(1 + \varepsilon_a)$, ε_a étant l'imprécision relative.

Avec :

$$\varepsilon_a = \sum_{j}^{2n} \varepsilon_j / 2^j \qquad (3.22)$$

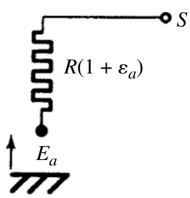


Figure 3.25

3.4.2 Réseaux atténuateurs non adaptés

Le schéma de principe est celui donné figure 3.26, si on veut prélever une fraction d'une tension. R constitue la résistance totale de la piste du potentiomètre et r_0 est égale à la fraction de R aux bornes de laquelle V_0 est prélevée. Les rapports de tension d'entrée et de sortie ne sont valables que si l'élément connecté en sortie présente une résistance élevée.

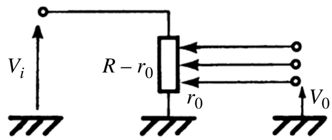


Figure 3.26

On a : $V_0/V_i = r_0/R$

Pour l'atténuateur de type binaire (R est constitué d'un nombre discret de fois r_0, généralement une puissance de 2) :

$$R = 2^n r_0 \Rightarrow V_0/V_i = 2^{-n}$$

Un exemple d'atténuateur par 4 est donné figure 3.27.

Un exemple d'atténuateur par un multiple de 10 est donné figure 3.28. Selon la sortie utilisée, on aura (p étant le numéro de la sortie sélectionnée) :

$$V_0/V = 10^p r_0/10^5 r_0 = 10^{p-5}$$

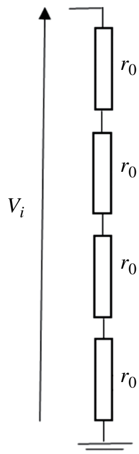


Figure 3.27

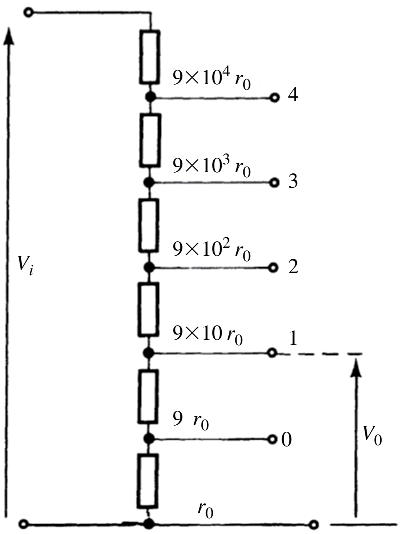


Figure 3.28

Dans le cas de la figure : $p = 1$ et $V_0/V_i = 1 \cdot 10^{-4}$.

3.4.3 Réseaux atténuateurs adaptés

La cellule élémentaire est l'une des cellules données tableau 3.3, les bras étant constitués de résistances pures, R et R', ou bien R_a et R_b.

Les impédances-images sont égales :

$$R_1 = R_2 = R_I$$

Les valeurs de R_I les plus communément adoptées sont 50 Ω, 75 Ω et 600 Ω.

3.4.4 Pont à résistances

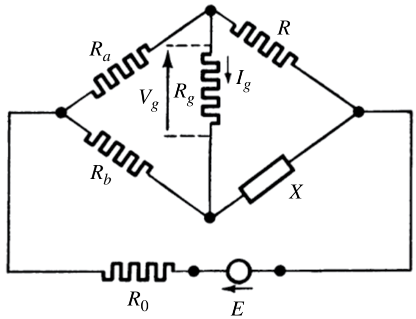


Figure 3.29

On trouve pour I_g :

$$I_g = E\frac{RR_b - XR_a}{R_0[R_g(X+R+R_a+R_b)+(X+R)(R_a+R_b)+F(R_a,R_b,X)]}$$

$$F(R_a,R_b,X) = R_g(X+R_b)(R+R_a)+XR_b(R+R_a)+RR_a(X+R_b)$$

Cas particuliers :

$$1/R_g \to 0 \text{ donne } V_g = E\frac{-XR_a+RR_b}{R_0(X+R+R_a+R_b)+(X+R_b)(R+R_a)} \tag{3.23}$$

$$1/R_g = 0 \text{ donne } R_0 = 0 \quad V_g = E\frac{-XR_a+RR_b}{(X+R_b)(R+R_a)} \tag{3.24}$$

La condition d'équilibre $V_g = 0$ est $X/R = R_b/R_a$.

3.5 Circuits couplés

3.5.1 Couplage par inductance mutuelle

Schéma (Fig. 3.30)

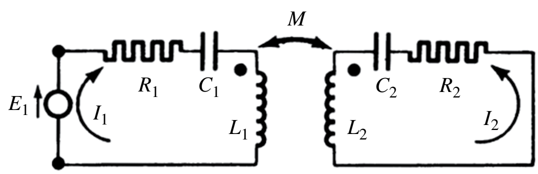


Figure 3.30

Équations de base en régime sinusoïdal

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & j\omega M \\ j\omega M & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \\ \underline{Z_1} = R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1 = R_1 + jX_1 \\ \underline{Z_2} = R_2 + j\omega L_2 + 1/j\omega C_2 = R_2 + jX_2 \end{cases}$$

Relations générales essentielles

$E_1 = (Z_1 + \omega^2 M^2 / Z_2) I_1$

$I_2 = [-j\omega M / (Z_1 Z_2 + \omega^2 M^2)] E_1$

$k = M/\sqrt{L_1 L_2}$: coefficient de couplage.

$n = \omega M/\sqrt{R_1 R_2}$: indice de couplage à la pulsation ω.

$Q_1 = \omega L_1 / R_1$

$Q_2 = \omega L_2 / R_2$: coefficients de surtension à la pulsation ω.

$k = n/\sqrt{Q_1 Q_2}$

Expression du courant I_2

$$x_1 = X_1/R_1,\ x_2 = X_2/R_2,\ I_M = E_1/2\sqrt{R_1 R_2}$$

$$|I_2| = I_M \frac{2n}{\sqrt{(1+n^2-x_1x_2)^2 + (x_1+x_2)^2}} \tag{3.25}$$

Tableau 3.6 Valeurs extrémales de $I_2(n, x)$

Valeurs de n	$\lvert I_2 \rvert$
$n < 1$ C_1 (Fig. 3.31)	$x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow I_2 = I_M(2n/1+n^2)$
$n = 1$ couplage critique C_2 (Fig. 3.31)	$x_1 = x_2 = 0,\quad I_2 = I_M$
$n > 1$ C_3 (Fig. 3.31)	$x_1 = x_2 = 0,\quad I_2 = I_M(2n/1+n^2)$ $x_1 = x_2 = \sqrt{n^2-1}$ $x_1 = x_2 = -\sqrt{n^2-1},\quad I_2 = I_M$

Les valeurs extrémales de $|I_2|$ sont considérées en supposant :

$$x_1 = x_2 = x$$

I_2 est fonction de n et x : $I_2(n, x)$.
$x_1 = x_2 = 0$, correspond au cas où les circuits au primaire et au secondaire sont accordés sur la même fréquence : $L_1C_1 = L_2C_2 = 1/\omega_0^2$

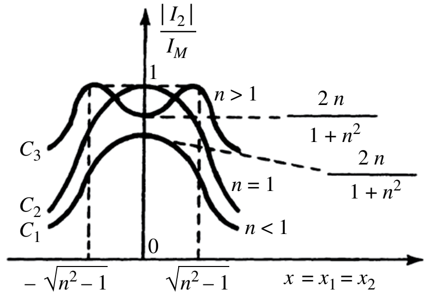


Figure 3.31

3.5.2 Couplage dans le cas général

Schéma (fig. 3.32)

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a + Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_b + Z_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

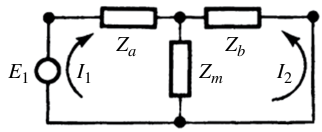


Figure 3.32

Z_m : impédance de couplage

$$Z_m = \mathrm{j}X_m$$

$$Z_{11} = Z_a + Z_m = R_1 + \mathrm{j}X_1$$

$$Z_{22} = Z_b + Z_m = R_2 + \mathrm{j}X_2$$

On définit :

$$n^2 = |Z_m|^2/R_1R_2 = X_m^2/R_1R_2$$

$$k^2 = n^2/Q_1Q_2, \quad Q_1 = X_1/R_1, \quad Q_2 = X_2/R_2$$

Relations générales essentielles

Rapport de transformation :

$$\rho = X_m/\sqrt{R_2^2 + X_2^2}$$

Impédance d'entrée :

$$Z_i = Z_1 - Z_m^2/Z_2 = R_i + \mathrm{j}X_i$$
$$R_i = R_1 + R_2\rho^2$$
$$X_i = X_1 - X_2\rho^2$$
$$I_2/E_1 = -Z_m/(Z_1Z_2 - Z_m^2) = -\mathrm{j}X_m/(Z_1Z_2 + X_m^2).$$

4 Semi-conducteurs et diodes

4.1 Introduction

4.1.1 Un essor prodigieux pour le silicium

1962 : mise au point du premier transistor à effet de champ type MOS (métal – oxyde – semi-conducteur au silicium).

1994 : la technologie microélectronique permet de réaliser des **largeurs de grille** de 0,6 µm.

2005 : début des nanotechnologies, on atteint 90 nm de largeur de grille avec plusieurs dizaines de millions de transistors sur un même circuit intégré.

2016 : la largeur de grille du transistor à effet de champ est de 14 nm. La loi de Moore (empirique) qui stipule que la densité des transistors double à peu près tous les deux ans n'est plus vérifiée, on est à la limite des phénomènes quantiques (effet tunnel) à cause de la dimension même des atomes.

Aujourd'hui la très grande majorité des transistors fabriqués est à base de silicium.

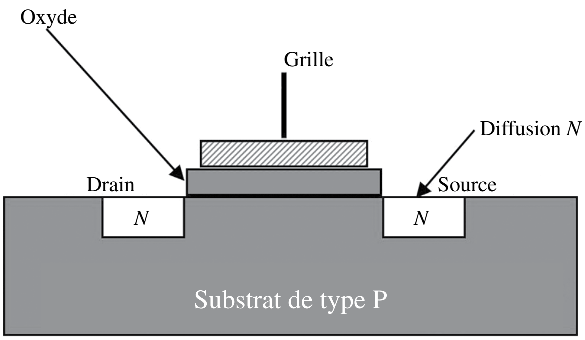


Figure 4.1

4.1.2 Les différents types de semi-conducteurs suivant leur numéro de colonne dans la classification périodique des éléments

Un matériau semi-conducteur n'est ni un isolant ni un conducteur de type métallique mais il peut selon les cas (température, dopage, ou tension appliquée sur une grille) se comporter comme l'un des deux.

Tableau 4.1

II	III	IV	V	VI
	Bore B $Z = 5$	Carbone C $Z = 6$	Azote N $Z = 7$	
	Aluminium Al $Z = 13$	Silicium Si $Z = 14$	Phosphore P $Z = 15$	Soufre S $Z = 16$
Zinc Zn $Z = 30$	Gallium Ga $Z = 31$	Germanium Ge $Z = 32$	Arsenic As $Z = 33$	Sélénium Se $Z = 34$
Cadmium Cd $Z = 48$	Indium In $Z = 49$	Étain Sn $Z = 50$	Antimoine Sb $Z = 51$	Tellure Te $Z = 52$

Il existe plusieurs types de semi-conducteurs.

Historiquement, c'est le germanium (colonne IV) qui a été utilisé pour réaliser le premier transistor. Puis à partir de 1962, le silicium (colonne IV) s'est rapidement imposé.

Il existe également les semi-conducteurs de type III/V comme l'arséniure de gallium GaAs ou II/VI comme le tellurure de cadmium CdTe. Ces semi-conducteurs ont des propriétés intéressantes. Le GaAs par exemple a sa mobilité de porteurs plus grande que le silicium ce qui lui permet de fonctionner à des fréquences supérieures à 250 GHz.

La réalisation de composés ternaires est également possible tant en III/V comme pour le GaAlAs qu'en II/VI comme pour le CdHgTe. Ces composants à **gap direct** sont très utilisés pour réaliser des diodes électroluminescentes photosensibles dans les domaines du visible (rouge) ou du proche infrarouge pour les III/V ainsi que dans l'infrarouge lointain (3-5 µm et 8-12 µm) pour les II/VI.

Enfin de nouveaux composants comme le carbure de silicium (SiC) ou le nitrure de germanium (GaN) apparaissent prometteurs comme nouveaux composants de puissance avec champ de claquage élevé et de faibles courants de fuite.

Cependant aujourd'hui encore le silicium reste le matériau prédominant en électronique.

4.2 Le silicium comme semi-conducteur

4.2.1 Matériau quasi pur et propriétés intrinsèques

Le silicium a un numéro atomique $Z = 14$. Il apparaît à l'état solide sous la forme d'une structure cristallographique dite « diamant », cubique à faces centrées où chaque atome est relié par 4 liaisons à 4 atomes voisins.

Chaque atome met en commun 1 électron avec chacun de ses 4 voisins, il y a donc 2 électrons en commun pour les 4 liaisons qui sont donc ici des liaisons covalentes.

À la température $T = 0$ K (zéro absolu) en l'absence d'agitation thermique, le semi-conducteur se comporte comme un isolant.

À température ambiante $T = 300$ K, l'agitation thermique permet à quelques électrons de la bande valence de passer à dans la bande de conduction et de devenir des électrons libres. Il apparaît simultanément un **manque d'électrons** dans la bande de valence que l'on appelle **trous**.

Sous l'effet de la chaleur quelques paires électron-trou sont ainsi créées.

La concentration en trous p_i est ici égale à la concentration n_i en électrons.

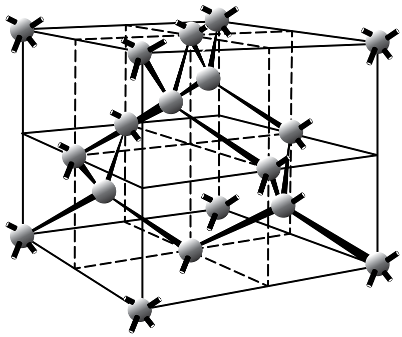


Figure 4.2 Représentation en 3D de la structure solide du silicium.

Dans un semi-conducteur pur, soumis à l'agitation thermique, il apparaît par unité de volume n électrons et p trous et d'après ce qui vient d'être dit : $n = p$.

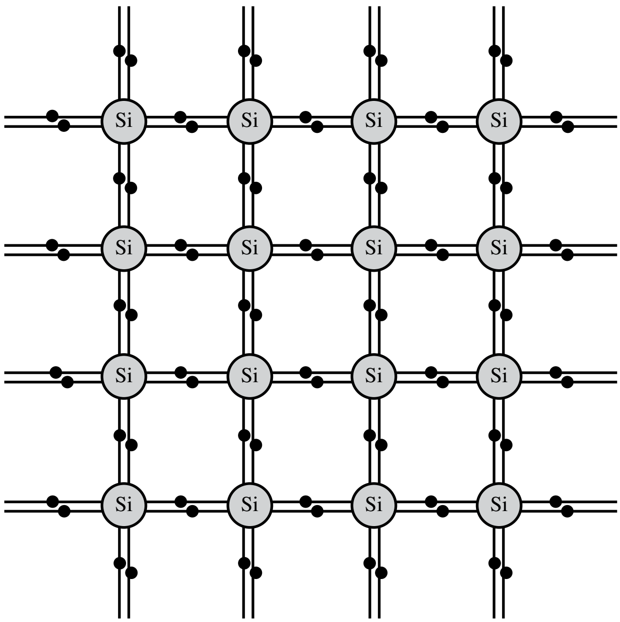


Figure 4.3 Représentation en 2D de la structure solide du silicium pur avec ses 4 liaisons covalentes par atome.

Bandes d'énergie électroniques

- Dans un atome de silicium, il y a 10 électrons (e^-) de cœur placés sur des niveaux d'énergie discrets et 4 e^- de **valence** placés sur la couche la plus éloignée du noyau.
- Dans un cristal, il existe la **bande de valence** correspondant à l'occupation possible d'électrons dans la couche la plus éloignée des noyaux et la **bande conduction** normalement vide d'électrons.

Tableau 4.2 Formules relatives au semi-conducteur intrinsèque.

$np = n_i^2$	n_i : concentration intrinsèque
$n_i^2 = N_c N_v \exp\ (-E_G/KT)$	E_G : Énergie de bande interdite
$N_c = 2\dfrac{[2\pi m_n KT]^{3/2}}{h^3}$	K : constante de Boltzmann 1,38 × 10^{-23} J/K
$N_v = 2\dfrac{[2\pi m_p KT]^{3/2}}{h^3}$	T : température en kelvins m_n : masse apparente de l'électron m_p : masse apparente du trou h : constante de Planck 6,62 × 10^{-34} J/Hz

Tableau 4.3 Valeurs numériques pour le germanium et le silicium à 300 K.

Grandeurs	Germanium	Silicium
E_G	0,72 eV	1,12 eV
n_i	2,4 · 10^{13}/cm^3	1,5 · 10^{20}/cm^3
m_n	0,55 m	1,1 m
m_p	0,35 m	0,55 m
m : masse de l'électron = 9,1 × 10^{-31} kg eV : électron-volt (énergie)		

L'énergie de bande interdite (gap) sépare ces deux bandes. Elle est de 1,12 eV pour le silicium.

Un électron de la bande valence pourra monter dans la bande de conduction et circuler librement dans le solide à condition de franchir ce gap. Ceci pourra s'effectuer soit par effet thermique soit par apport d'énergie lumineuse.

Il existe cependant quelques défauts cristallins permettant de créer des paires électron-trous sans dopage et sans apport supplémentaire d'énergie à la température ambiante.

La résistivité en fonction de la température dans un semi-conducteur non dopé est donnée grâce au graphe de la figure 4.4 :

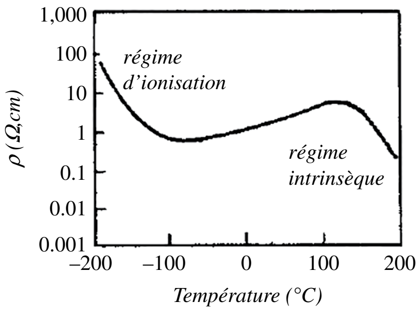


Figure 4.4

- À très basse température, les impuretés dopantes sont non ionisées et la résistivité est élevée.

- Pour des températures de –200 °C jusqu'à –100 °C, on a une ionisation progressive des impuretés.
- Pour des températures de –100 °C jusqu'à +150 °C, la résistivité est de type métallique en régime d'ionisation.
- Pour des températures supérieures à 150 °C, il y a création de nombreuses paires électron-trous, le semi-conducteur en régime intrinsèque est dit dégénéré.

4.2.2 Matériau dopé N et propriétés extrinsèques

En rajoutant des atomes d'impuretés de la colonne V ou VI dans un cristal pur de silicium, on dope le matériau qui devient type *N*.

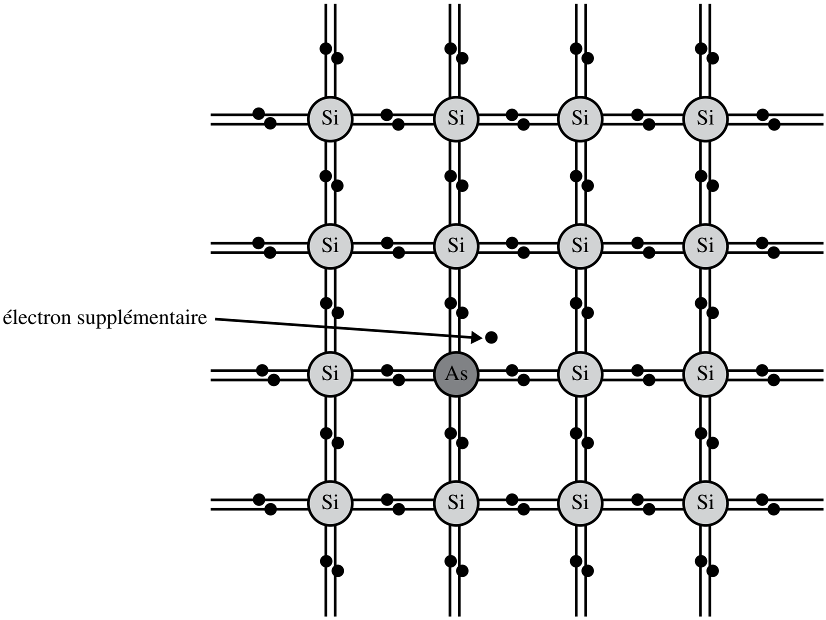


Figure 4.5 Représentation en 2D de la structure solide du silicium avec dopage type *N*.

Dopage avec des atomes de la colonne V

On introduit des atomes donneurs d'électrons dans le matériau par diffusion ou par implantation ionique

- As, Sb, P : impuretés donatrices possibles qui ont 5 électrons de valence soit 4 e^- pour les 4 liaisons covalentes, plus 1 e^- supplémentaire placé dans la bande de conduction
- Ordre de grandeur des concentrations des impuretés rajoutées $10^{14} < N_D < 10^{19}$ atomes/cm^3.
- La concentration en électrons libres $n = n_i + N_D$ reste petite par rapport au nombre d'atomes par unité de volume $N_{at} = 5 \times 10^{22}$ atomes/cm^3 ; De plus $N_D \gg n_i$ donc $n \approx N_D$.

Éléments de la colonne VI

- S, Se, Te : impuretés donatrices possibles ;
- 6 électrons de valence donc 2 placés dans la bande de conduction $n \approx 2.\ N_D$.

Dans un semi-conducteur type *N*

Les électrons libres sont majoritaires et circulent dans la bande de conduction. **La loi d'action de masse des semi-conducteurs** $n \cdot p = n_i^2$ permet de calculer p la concentration en trous libres qui est ici très petite par rapport à celle des électrons.

Dans un semi-conducteur type *N*, la conduction sera due à la fois à des électrons normalement en plus grand nombre, qu'on appellera électrons majoritaires, et a des trous normalement en plus faible quantité, qu'on appellera trous minoritaires.

4.2.3 Matériau dopé *P* et propriétés extrinsèques

En rajoutant des atomes d'impuretés de la colonne IV ou III dans un cristal pur de silicium, on dope le matériau qui devient type *P*.

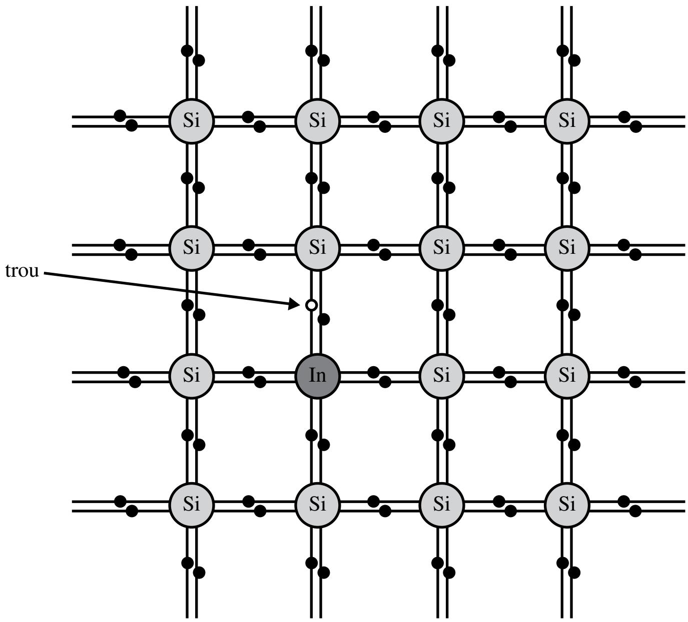


Figure 4.6 Représentation en 2 D de la structure solide du silicium avec dopage type P.

Dopage avec des atomes de la colonne III

On introduit des atomes accepteurs d'électrons dans le matériau par diffusion ou par implantation ionique.

- B, In, Ga : impuretés « acceptrices » possibles qui ont 3 électrons de valence, soit 4 pour les 4 liaisons covalentes, moins 1 e^- c'est-à-dire plus un trou supplémentaire placé dans la bande de valence.

- Ordre de grandeur des concentrations des impuretés rajoutées $10^{14} < NA < 10^{19}$ atomes/cm^3.
- La concentration en électrons libres $p = p_i + NA$ (avec $n_i = p_i$) reste petite par rapport au nombre d'atomes par unité de volume $Nat = 5 . 10^{22}$ atomes/cm^3.

De plus $N_A \gg p_i$ donc $p \approx N_A$.

Éléments de la colonne II

- Zn, Cd : impuretés acceptrices possibles.
- 2 électrons de valence donc 2 trous supplémentaires placés dans la bande de valence $p \approx 2. N_A$.

Dans un semi-conducteur type P

Les trous libres sont majoritaires et circulent dans la bande de valence. La loi d'action de masse des semi-conducteurs $n \cdot p = n_i^2$ permet de calculer n la concentration en électrons libres qui est ici très petite.

Pour le silicium, à 300 K on a : $_{\text{ni}} = 10^{10}$ /cm^3.

Dans un semi-conducteur de type *P*, la conduction est due à la fois aux trous majoritaires et aux électrons minoritaires.

4.2.4 Résistivité des semi-conducteurs dopés

À la température ambiante 25 °C, toutes les impuretés dopantes sont ionisées et la résistivité est alors entièrement liée aux dopants comme en atteste la figure 4.7.

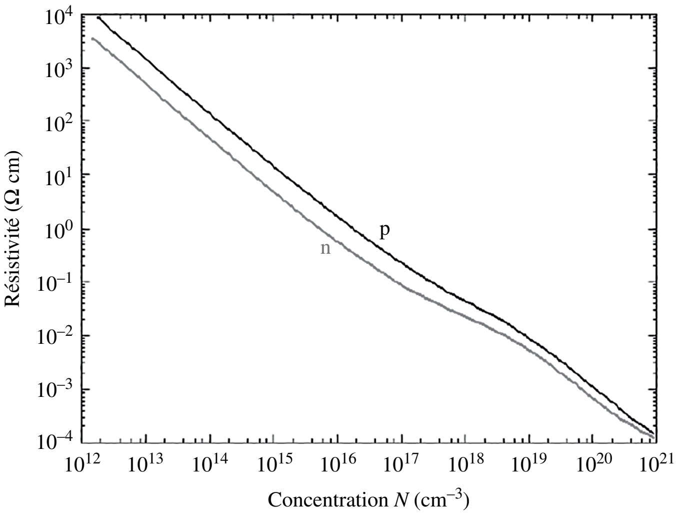


Figure 4.7

4.3 Électrons et trous soumis à un champ électrique *E*

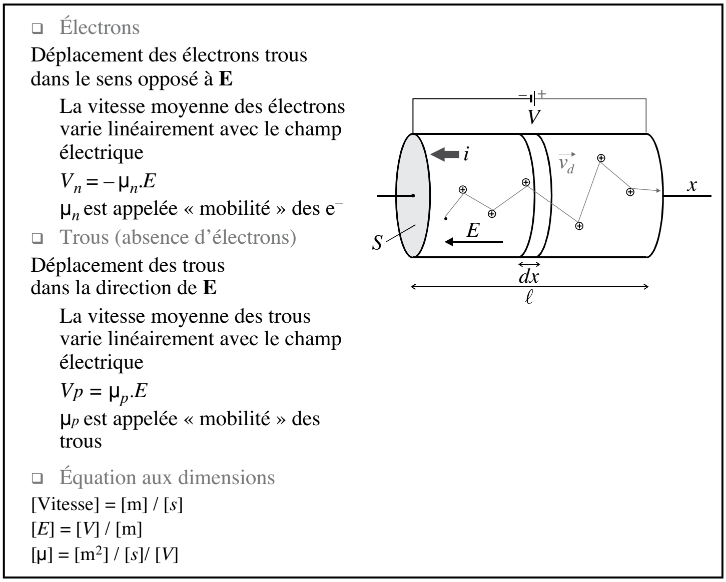


Figure 4.8

Les électrons apparaissent donc plus rapides que les trous du point de vue de la conduction électrique. En conséquence, les transistors de type NPN dont les électrons sont porteurs majoritaires seront privilégiés dans la mesure du possible devant les transistors PNP dont les porteurs majoritaires sont des trous.

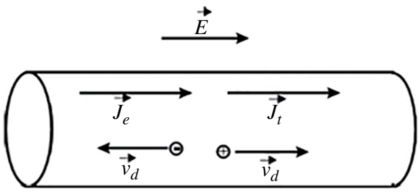


Figure 4.9

Formules

n = nombre d'électrons par cm^3 avec $5 \cdot 10^{22}$ atomes/cm^3 pour le silicium.

e = charge de l'électron = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb.

On notera la **conductivité** σ et la résistivité $\rho = 1/\sigma$.

$$I = \frac{dq}{dt} = n.e.S.\frac{dx}{dt} = n.e.S.V_n \text{ avec } V_n = \frac{dx}{dt} \text{ vitesse des électrons}$$

Pour une densité de courant connue $J = \frac{I}{S}$ alors Vn $= \frac{J}{n.e}$

La densité de courant est alors définie comme suit :

$$J = Jn + Jp = (\sigma n + \sigma p) \cdot E = \sigma \cdot E$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = n.e.\mu_n + p.e.\mu_p$$

Pour un matériau de type N, $p \ll n$ alors $\sigma = \frac{1}{\rho} = n.e.\mu_n$.

La résistance R d'un barreau de section S et de longueur l est alors égale à $R = \rho\frac{1}{S}$.

Tableau 4.4 Concentrations.

$p + N_D - n_D = n + N_A - p_A$	Semi-conducteur neutre électriquement
$np = n_i^2 = N_c N_v \exp(-E_G/kT)$ $p + N_D = n + N_A$	Semi-conducteur à l'équilibre Température suffisante pour que tous les donneurs et accepteurs soient ionisés
$p = n_i^2/(N_D - N_A)$ $n = n_i^2 (N_A - N_D)$	$p \ll n$, semi-conducteur fortement dopé N $n \ll p$, semi-conducteur fortement dopé P

Les porteurs de charge sont animés d'un mouvement désordonné, accompagné de multiples collisions.

Sous l'action d'un champ électrique, des électrons et des trous se déplacent avec des vitesses apparentes respectives v_n et v_p et l'intervalle de temps moyen séparant deux collisions successives s'appellent temps de relaxation τ_n ou τ_p.

Tableau 4.5 Conductibilité et mobilité.

Symboles et formules	Définitions
$\mathbf{v}_n = \mu_n \mathbf{E}$	$\mathbf{v}_n$: vitesse de l'électron μ_n : mobilité de l'électron
$\mathbf{v}_p = \mu_p \mathbf{E}$	$\mathbf{v}_p$: vitesse du trou μ_p : mobilité du trou

Tableau 4.6 Conductibilité et mobilité.

Symboles et formules	Définitions
Modèle de Drude $\mu_n = e.\tau_n/m_n$ $\mu_p = e.\tau_p/m_p$	τ_n : temps moyen entre 2 collisions d'électrons m_n : masse d'un électron τ_p : temps moyen entre 2 collisions de trous m_p : masse d'un trou e : charge de l'électron = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
$\mathbf{j} = e.(p\mu_p + n\mu_n)\,\mathbf{E}$ $\sigma = e.(p\mu_p + n\mu_n)$	$\mathbf{j}$: densité du courant de conduction p : densité de trous n : densité d'électrons

Mobilité	Ge	Si
μ_n	3 900 cm^{2}V^{-1}s^{-1}	1 450 cm^{2}V^{-1}s^{-1}
μ_p	1 900 cm^{2}V^{-1}s^{-1}	450 cm^{2}V^{-1}s^{-1}

4.4 Jonction PN

4.4.1 Jonction PN à l'équilibre

N_A est la concentration d'accepteurs dans P.

N_D est la concentration de donneurs dans N.

Les deux zones N et P sont électriquement neutres (atomes ionisés + porteur libres).

Tableau 4.7

Zone P	Zone N
N_A ions négatifs par unité de volume	N_D ions positifs par unité de volume
p_p trous (≈ N_A, cas Indium) charges positives	n_n électrons (≈ N_D, cas Arsenic) charges négatives
n_p électrons	p_n trous

Porteurs majoritaires et minoritaires

Diffusion des porteurs

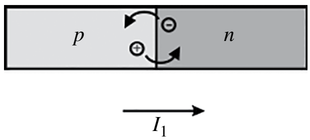


Figure 4.10

- Les électrons majoritaires peuvent transiter de la zone N vers la zone P à travers la jonction.
- Les trous majoritaires peuvent transiter de la zone P vers la zone N à travers la jonction.
- Il y a recombinaison des électrons et des trous au voisinage de la jonction.

Équilibre des charges

Pas de tension rajoutée aux bornes et donc pas de porteurs libres sortants :

- On définit la zone de déplétion (désertée) ou zone de charge d'espace au voisinage de la jonction à cause des recombinaisons des électrons et des trous dans cette zone qui engendre l'existence d'un champ électrique E dû aux ions dopants dans la zone de charge d'espace.
- L'équilibre des charges des ions est rompus dans chaque zone N et P mais il y a compensation sur l'ensemble des deux zones :

$$Q+ = Q-$$

- On définit I_1, le courant de porteurs majoritaires passant la jonction (fig. 4.10).

Description de la jonction PN à l'équilibre

- Les porteurs majoritaires (électrons ou trous) sont soumis au champ **E** et repoussés en grande partie par le champ électrique E dans leur zone respective.
- Les porteurs minoritaires (électrons ou trous) sont soumis au processus de « diffusion » indépendamment du champ électrique E.

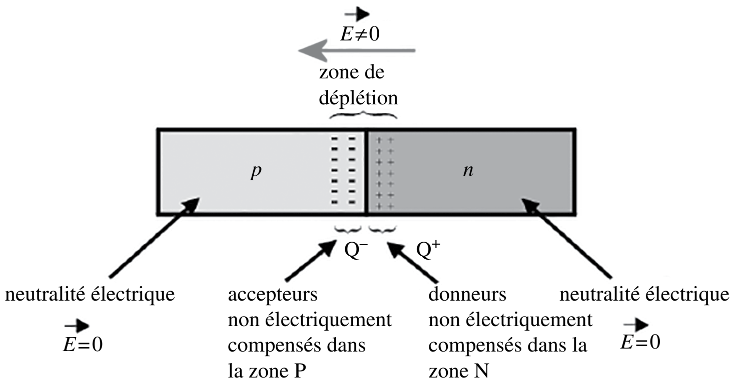


Figure 4.11

Existence d'un nouveau courant I_2 dû à la diffusion (de *n* vers *p*).

I_2 est constant indépendant de *E* à l'équilibre I_2 compense I_1 et $I_1 = -I_2$.

- En mécanique quantique, la probabilité pour qu'une particule franchisse une barrière de potentiel V_0 sans énergie apportée est non nulle. Cette probabilité vaut $Pr = \exp(-e \cdot V_0/kT)$ selon la statistique de Maxwell-Boltzmann.
- Cette statistique appliquée à la barrière de potentiel (en Volt) donne ce qui suit. *k* est la constante de Boltzmann et *T* la température en degré Kelvin. *e* est ici la charge de l'électron et l'on a $kT/e = 26$ mV à T = 300 K.

  $V_0 = (kT/e) \cdot \text{Log}(N_A \cdot N_D/n_i^2)$ dans le cas où $n = N_D$ et $p = N_A$.
- Le courant I_1 des porteurs majoritaires ou $|I_2|$ des porteurs minoritaires sont identiques ici à l'équilibre et leur expression est donnée par I_s. $Pr = I_s \cdot \exp(-e \cdot V_0/kT)$ où I_s est une constante dépendant de la section de la jonction.

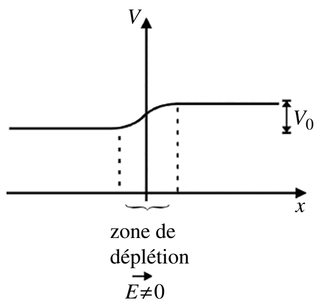


Figure 4.12

4.4.2 Description de la jonction PN hors équilibre avec introduction d'une tension externe *V*

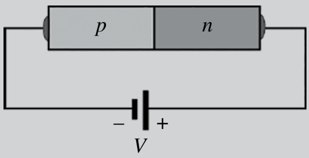
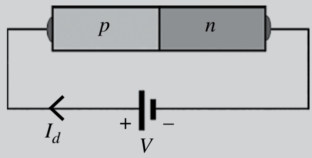
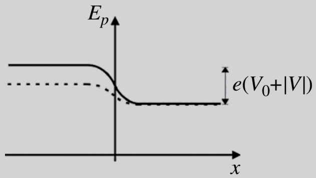
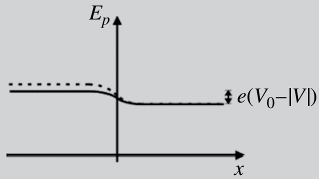
La tension externe *V* (positive ou négative) est appliquée aux bornes de la jonction et peut être interprétée comme une barrière de potentiel venant se rajouter algébriquement à la barrière interne V_0.

Convention :

- ***V* est positif** si la borne + est sur *l'anode* (zone P) et la borne – sur la *cathode (zone N).*
- **I_d est positif** si le courant passe de l'anode vers la cathode (**de P vers N**).

Tout se passe comme s'il existait une nouvelle barrière apparente $V_0 - V$ associée à sa probabilité $\exp[-e \cdot (V_0 - V)/kT]$.

Tableau 4.8

	
	
Barrière rehaussée Le courant majoritaire diminue et devient quasi nul Le courant minoritaire reste quasi constant La jonction est bloquée par *V* On est en **polarisation inverse**	Barrière abaissée Le courant majoritaire augmente Le courant minoritaire reste quasi constant La jonction est passante grâce à *V* On est en **polarisation directe**

Le courant des porteurs majoritaires dû aux électrons et trous libres majoritaires devient alors $I_1 = I_s \cdot \exp[-e \cdot (V - V_0)/kT]$.

Le courant des porteurs minoritaires reste lui quasi invariant et l'on obtient donc $I_d = I_1 - I_2 = I_o\left[\exp(\frac{V}{k.T/e}) - 1\right]$.

C'est la loi de Schockley qui exprime le courant circulant à travers la jonction en fonction de la tension à ses bornes avec $I_o = I_s \cdot \exp(-e \cdot V_o/kT)$.

La diode qui est en réalité une jonction PN vérifie cette loi avec un coefficient correctif η proche de 1.

$$I_d = I_0\left[\exp(\frac{V}{\eta.k.T/e}) - 1\right]$$

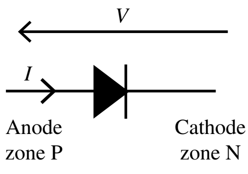


Figure 4.13

Caractéristique $I_d = f(V)$

$I_d V$ en volts.

Polarisation en direct d'une jonction PN : fonction exponentielle.

L'écart entre la bande valence et la bande de conduction est souvent appelé énergie de bande interdite (gap).

L'énergie $e \cdot V_o$ quant à elle correspond à la barrière à franchir par les électrons libres et majoritaires pour passer de N à P ou par les trous libres et majoritaires pour transiter de P à N.

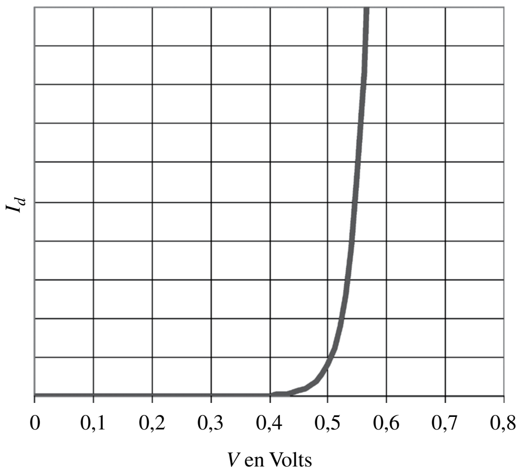


Figure 4.14

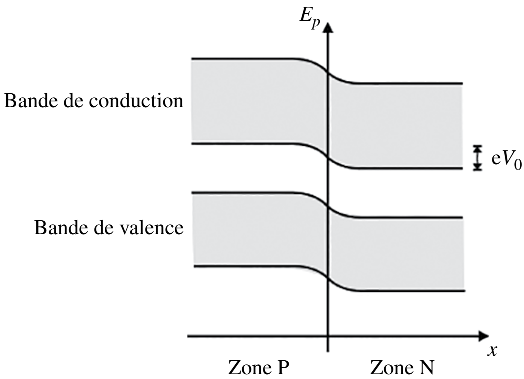


Figure 4.15

4.4.3 Modèle équivalent

En polarisation directe, pour le silicium on a $V_{do} \simeq 0{,}6$ V.

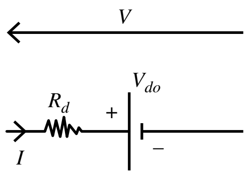


Figure 4.16

4.4.4 Diode Zéner

En forte polarisation inverse (plusieurs volts), il existe un champ électrique important de l'ordre de $E = 10^7$ V/m. Des électrons des liaisons covalentes sont alors arrachés et provoquent le passage d'un courant d'avalanche, c'est l'effet Zéner.

Le symbole de la diode Zéner et avec sa caractéristique courant-tension sont donnés ci-dessous :

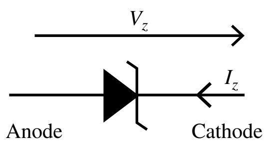


Figure 4.17

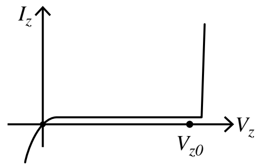


Figure 4.18

Son modèle équivalent est décrit comme suit :

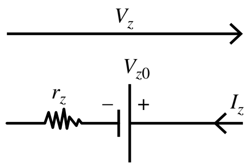


Figure 4.19

4.4.5 Capacité inverse d'une jonction PN

Lorsque l'on polarise la jonction en inverse la zone de charge d'espace s'étend avec la tension imposée V < 0 qui augmente la barrière de potentiel initiale. Une capacité inverse C_d apparaît :

$c_d = \dfrac{K}{\sqrt{-V+V_0}}$ où K est une constante.

Figure 4.20

Ainsi il est possible de changer la valeur de C_d par le simple contrôle de V réalisant ainsi une capacité variable, une varicap dont le symbole est présenté ici.

4.4.6 Charges stockées dans une diode à jonction

Quand une diode est utilisée en commutation, des porteurs minoritaires (électrons dans P et trous dans N) sont injectés en excès lorsqu'elle passe en polarisation positive (avec une tension E_1) et constituent des charges stockées. Ensuite lorsque l'on inverse la polarisation de la diode (avec une tension $E_2 < 0$), ces charges stockées qui perdurent (avec une durée de vie τ dépendant du matériau) empêchent le blocage attendu de la diode pendant un temps $t_s = \tau\left[Ln\left(\dfrac{E_1+E_2}{E_2}\right)\right]$.

Se produit ensuite après la disparition des charges stockées, la charge de la capacité inverse C_d pendant le temps t_r (charge à 90 % de l'asymptote par exemple).

La diode continue donc d'être passante pendant $t_{rr} = t_s + t_r$ alors que l'on pourrait s'attendre à un blocage en première approximation.

La fréquence de commutation maximale peut alors être donnée par la formule empirique : $f_{\max} = \dfrac{1}{10.(t_s+t_r)}$

4.5 Photodiode

L'apport d'énergie lumineuse sous forme de photons permet la création de paires électron-trou dans la zone de charge d'espace lorsque l'énergie des photons de par leur longueur d'onde dépasse l'énergie de bande interdite de la jonction PN. Des électrons et des trous libres sont ainsi créés en excès.

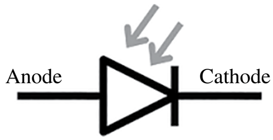


Figure 4.21

Ces porteurs, électrons et trous libres, sont alors soumis au champ électrique interne de la diode qui entraîne les électrons d'un côté et les trous de l'autre. Un courant I_{d_ph} opposé à I_d apparaît donc lors de l'illumination de la jonction.

Lorsque la photodiode est polarisée par une tension extérieure V, ce courant I_{d_Ph} vient se rajouter algébriquement au courant I_d. La caractéristique $I_d = f(V)$ apparaît donc comme la caractéristique translatée de la caractéristique $I_d = f(V)$ sans apport lumineux.

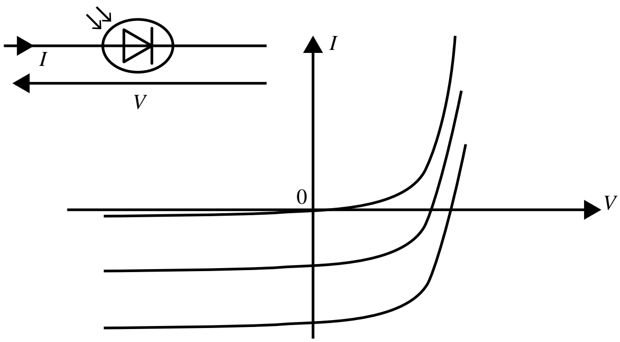


Figure 4.22

4.6 Diode électroluminescente LED

Ces dispositifs produisent un rayonnement monochromatique ou polychromatique non cohérent à partir de la conversion d'énergie électrique lorsqu'un courant la traverse. Ils sont aussi utilisés dans la construction des écrans plats de télévision à OLED (organique).

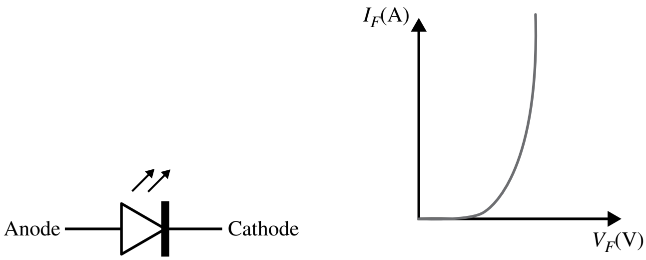


Figure 4.23 Symbole, caractéristique et valeurs typiques. V_F désigne la tension de l'anode moins celle de la cathode ; I_F désigne le courant dirigé de l'anode vers la cathode

Les premières LED commercialisées ont produit de la lumière infrarouge, rouge, verte puis jaune. L'arrivée de la LED bleue qui a valu le prix Nobel à ses inventeurs, associée aux progrès techniques et d'assemblage permet de couvrir l'ensemble de la bande du spectre visible.

Tableau 4.9

Couleur	Tension de seuil V_F	Courant direct I_F	Semi-conducteur utilisé
Rouge	2,0 V	10 mA	GaAlAs, GaAsP
Verte	2,1 V	10 mA	GaN, GaP
Jaune	2,1 V	10 mA	GaAsP
Orange	2,0 V	10 mA	GaAsP
Bleue	3,6 V	20 mA	InGaN, SiC, ZnSe

4.7 Laser à diode semi-conductrice

On se sert de diodes émettrices de lumière monochromatique avec un semi-conducteur comme le GaAs. La lumière émise est généralement amplifiée par pompage optique permettant des flux lumineux de haute puissance grâce au matériau grenat Nd:YAG (Grenat d'Yttrium-Aluminium dopé au Néodyme) par exemple, largement utilisé en chirurgie et dentisterie. Ce type de laser nécessite l'utilisation de miroirs autour de la cavité semi-conductrice montés de telle sorte que l'onde émise puisse faire indéfiniment des allers-retours dans la cavité, multipliant ainsi l'émission de photons cohérents.

5 Capteurs

5.1 Capteurs de température

5.1.1 Comportement des diodes en température

Une diode-jonction normale étant polarisée dans le sens passant, on a :

$$I_F = I_S \exp\left(V_F / E_T\right) \text{ avec } E_T = (KT/q) \tag{5.1}$$

I_S étant de la forme :

$$I_S = B\ T^3\ e^{-(E_G/KT)}$$

$E_G = 0{,}72$ eV pour le germanium,

$E_G = 1{,}12$ eV pour le silicium.

À courant I_F imposé, on montre que :

$$\frac{\Delta V_F}{\Delta T} = \frac{V_F}{T} - \frac{k}{q}\left(3 + \frac{E_G}{KT}\right)$$

On constate que lorsque la température T s'accroît de 1 degré : $\Delta V_F = -1{,}2$ mV environ pour les diodes au germanium, $\Delta F_F = -2$ mV environ pour les diodes au silicium.

Ces variations sont suffisamment fidèles pour qu'on songe à utiliser les diodes jonction en thermométrie, et dans les systèmes de compensation.

La température à prendre en considération est la température de jonction T_j.

Si P_F est la puissance dissipée par la diode, et R_{th} sa résistance thermique, on sait que :

$$T_j - T_A = R_{\text{th}}\ P_F$$

Si la diode est polarisée dans le sens bloquant, on obtient pratiquement :

$$I_R = I_S + V_R / R_r = B\ T^3 \exp(-E_G / K_T) + V_R / R_r$$

I_S double approximativement tous les 7 degrés pour la diode au silicium, et tous les 10 degrés pour la diode au germanium.

5.1.2 Détecteur de température à diodes

On peut utiliser un montage à une diode (fig. 5.1) ou, ce qui est préférable, un montage en pont (fig. 5.2). Les diodes D_1 et D_2 sont portées aux températures T_1 et T_2, dont l'une peut être une température de référence, et l'autre la température à mesurer.

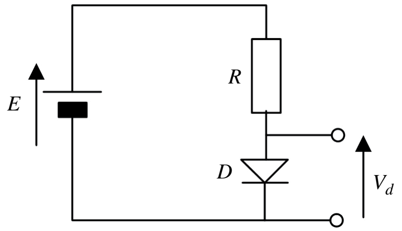


Figure 5.1

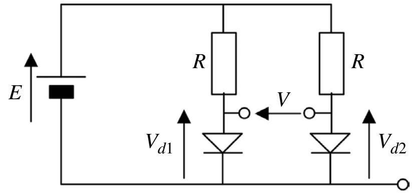


Figure 5.2

$$V_{d1} = V_{d0}\,[1 + C_D(T_1 - T_0)],\quad V_{d2} = V_{d0}[1 + C_D(T_2 - T_0)],\ V = V_{d1} - V_{d2} = V_{d0}\,C_D(T_1 - T_2) \qquad (5.2)$$

La précision de la mesure peut être évaluée en tenant compte :

- des imprécisions relatives ε_1 et ε_2 sur V_{d0} à la température de référence T_0 ;
- des imprécisions ΔC_{D1} et ΔC_{D2} sur les coefficients de température :

$$V_{d1} = V_{d0}(1+\varepsilon_1)[1+(C_D + \Delta C_{D1})(T_1 - T_0)]$$
$$V_{d2} = V_{d0}(1+\varepsilon_2)[1+(C_D + \Delta C_{D2})(T_2 - T_0)]$$
$$V = V_{d1} - V_{d2} = V_{d0}[\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_{d1} - \varepsilon_{d2}] + V_{d0}\,C_D(T_1 - T_2)$$

avec : $\varepsilon_{d1} = (T_1 - T_0)[(1+\varepsilon_1)\Delta C_{D1} + \varepsilon_1 C_D]$

$\varepsilon_{d2} = (T_2 - T_0)[(1+\varepsilon_2)\Delta C_{D2} + \varepsilon_2 C_D]$

5.1.3 Capteurs de température spécialisés

Thermistance

Les thermistances sont des éléments dont la résistance varie fortement en fonction de la température. La courbe de variation typique est donnée figure 5.3.

Quand θ passe de 20 °C à 60 °C, certaines thermistances peuvent varier de 100 000 Ω à quelques centaines d'ohms.

Pour utiliser les thermistances en détecteurs de température, on réalise un pont constitué de deux résistances R_1 et R_2, dont l'une est en série et l'autre en parallèle sur R_T. On obtient pour la résistance résultante :

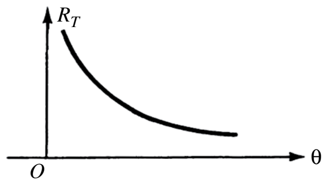


Figure 5.3

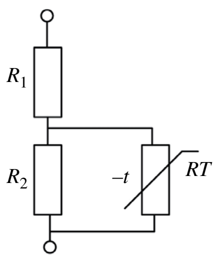


Figure 5.4

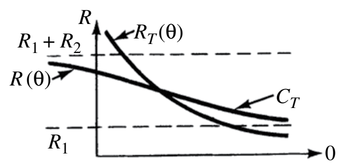


Figure 5.5

$$R = R_1 + [R_2\,R_T/(R_2 + R_T)]$$

Le tracé représentatif C_T de $R(\theta)$ est donné figure 5.5.

Quand $\theta \to 0$, $R \to R_1 + R_2$ et quand $\theta \to \infty$, $R_T \to 0$ et $R \to R_1$

Les formules essentielles utilisées sont :

$$R_T = A\,e^{B/T} \qquad T\text{: degré K} \tag{5.3}$$

$$C_R = (1/R_T)(dR_T/dT) = -B/T^2 \tag{5.4}$$

Pour les types usuels :

$$B \in [2\,000, 4\,000] \text{ en degré K.}$$

Les caractéristiques fondamentales à préciser sont les suivantes :

- valeur de B ou de C_R ;
- valeur de R_T à une température de référence, avec la tolérance, habituellement de 20 % ;
- la constante de temps thermique qui peut être très importante, de quelques secondes à quelques minutes selon les variétés ;
- la puissance dissipée admissible ;
- la caractéristique tension-courant, dont un exemple type est donné figure 5.7 et qui permet de délimiter la zone de fonctionnement où l'échauffement est négligeable.

Figure 5.6 Symbole représentatif d'une thermistance

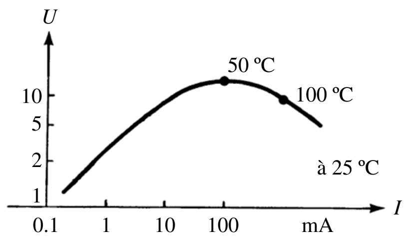


Figure 5.7

Composant spécialisé LM355z

Disponible chez plusieurs constructeurs, ce circuit intégré spécialisé se comporte comme une diode Zener avec en plus une connexion dédiée au calibrage. La tension inverse est directement proportionnelle à la température exprimée en kelvins, avec un coefficient de 10 mV/K. La précision du composant calibré est meilleure que 1 %.

$$V_z = 10 \text{ mV/K}$$

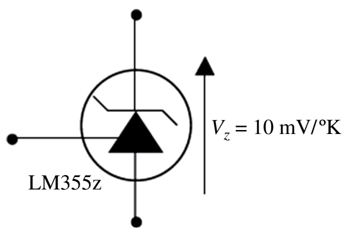


Figure 5.8

5.2 Capteurs de pression de fluides

Ils sont couramment réalisés à l'aide de matériaux piézorésistifs, pour lesquels l'application d'une contrainte mécanique se traduit par une polarisation électrique.

Les capteurs de pression différentiels intégrés comportent une lame souple, obtenue par gravure de plaques de silicium selon les procédés microtechnologiques. Sur cette lame sont déposés suivant un schéma « en pont » les quatre capteurs piézorésistifs.

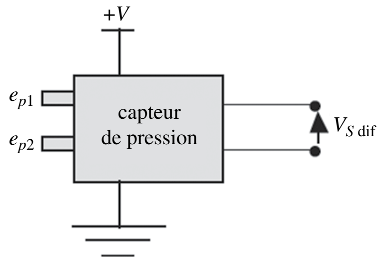


Figure 5.9

L'optimisation de la forme de la lame et des caractéristiques physiques des capteurs permet la génération d'une tension proportionnelle à la différence des pressions existant au-dessus et au-dessous de la lame. Elle est de plus compensée en température par construction.

On a :

$$V_{s\ \mathrm{dif}} = K(e_p1 - e_p2)$$

avec K de l'ordre de 0,1 mV/kPa. Certains capteurs ont une référence interne de vide (et donc une seule entrée e_{p1}) et permettent une mesure de la pression absolue.

La faible sensibilité du capteur nécessite l'emploi d'amplificateurs d'instrumentation différentiels avant exploitation.

5.3 Capteurs d'humidité

Il existe de nombreux types de capteurs d'humidité. Parmi les plus répandus figure le capteur capacitif constitué de deux électrodes entre lesquelles un matériau poreux et isolant est déposé (polymères). L'humidité interne du matériau poreux s'équilibre avec celui de l'air ambiant. La grande permittivité de l'eau ($\varepsilon_r = 80$) permet d'obtenir des variations sensibles de la capacité en fonction de l'humidité. Ces capteurs ont besoin d'être suivis d'une électronique de traitement pour la linéarisation en fonction de l'humidité, mais aussi de la température.

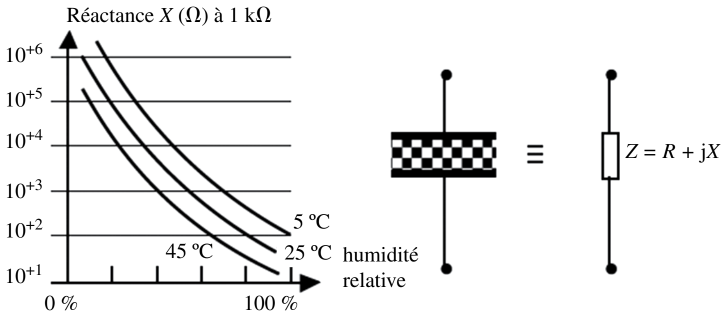


Figure 5.10 Évolution typique des capacités à isolant poreux

Notons que les progrès des microtechnologies se concrétisent par l'apparition de composants comprenant à la fois l'élément sensible (capacitif ou résistif) et l'électronique de traitement sur la même puce, garantissant une bonne linéarité (quelques pourcents).

Le temps d'établissement (durée pendant laquelle le capteur, soumis à une brusque variation d'humidité, voit sa sortie se stabiliser) est de l'ordre de quelques dizaines de secondes.

5.4 Capteurs d'éclairement

5.4.1 Photodiodes et photopiles

Effet photovoltaïque

L'absorption de photons d'énergie suffisante augmente le courant dû aux porteurs minoritaires I_L. On obtient :

$$I = I_S(\exp V/E_T - 1) - I_L \tag{5.9}$$

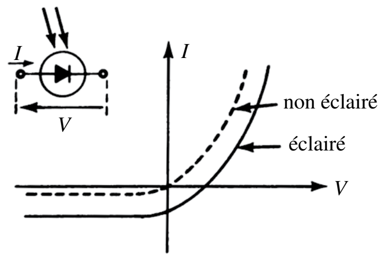


Figure 5.11

Les schémas équivalents réels complets sont présentés figure 5.12.

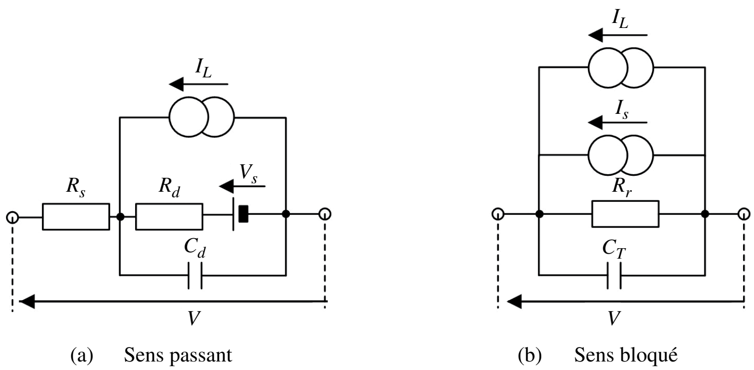


Figure 5.12

La diode polarisée dans le sens bloquant est utilisable en photodiode (fig. 5.13).

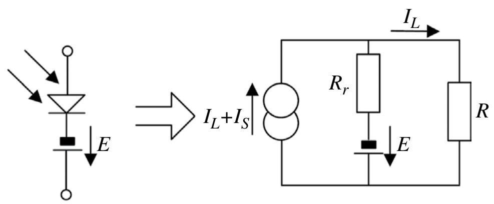


Figure 5.13

La diode polarisée dans le sens direct est utilisable en photopile, et le point de fonctionnement est illustré figure 5.14.

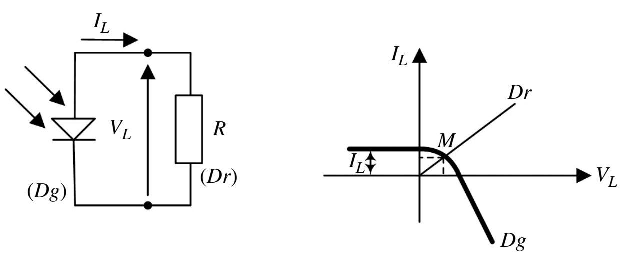


Figure 5.14

La diode éclairée se comporte comme un dipôle générateur D_g conforme à la caractéristique de la diode normale décalée de la quantité I_L.

La valeur de I_L se déduit de la sensibilité de la diode σ à une longueur d'onde déterminée λ :

$$I_L = \sigma W_L$$

W_L : puissance d'éclairement efficace, effectivement transformée en énergie électrique. Elle s'exprime en A/W. I_S est souvent désigné par courant d'obscurité.

Une photodiode présente une sensibilité variable en fonction de la longueur d'onde λ et le maximum de sensibilité est obtenu au voisinage de $\lambda = 0{,}8$ à 1 µm (fig. 5.15).

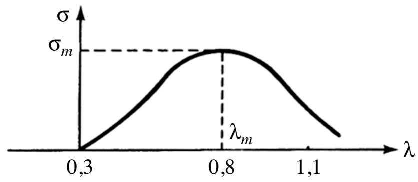


Figure 5.15

Exemple de calcul : photodiode σ : 0,9 µA/µW à $\lambda = 0{,}9$ µm (infrarouge),

S : surface active : 0,05 cm^2.

Densité de puissance reçue : 1 mW/cm^2.

Rendement : 0,7.

On trouve :

Puissance W_L efficace : 0,05 mW × 0,7.

$W_L = 0{,}035$ mW = 35 µW.

$I_L = \sigma W_L = (0{,}9 \times 35)$ µA = 31,5 µA.

5.4.2 Phototransistors

Les phototransistors sont des transistors bipolaires dont seules les connexions d'émetteur et de collecteur sont présentes.

La base est remplacée par une fenêtre au travers de laquelle les signaux optiques sont appliqués. Le schéma équivalent d'un phototransistor est celui d'un transistor classique associé à une photodiode (sens inverse) (fig. 5.16).

Le courant I_B est constitué du courant inverse d'obscurité I_o ainsi que du courant photoélectrique I_P :

$$I_B = I_o + I_P$$

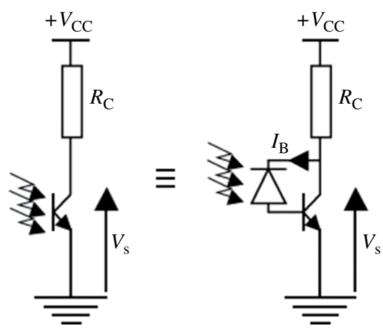


Figure 5.16 Schéma équivalent d'un phototransistor

I_P étant proportionnel au flux d'éclairement θ_0 (puissance reçue par la fenêtre constituant la base) :

$$I_P = K\,\theta_o$$

On en déduit facilement la tension de sortie du montage :

$$V_s = V_{cc} - (\beta + 1) R_c (I_o + K\Theta_o) \approx V_{cc} - \beta R_c\, K\Theta_o$$

La sensibilité $S(\lambda)$ du phototransistor est égale au rapport du courant collecteur sur le flux d'entrée. Elle dépend (de façon similaire à une photopile) de la longueur d'onde du signal optique avec les ordres de grandeur suivants :

$$1\ \text{A/W} < S(\lambda) = \beta K < 100\ \text{A/W}$$

5.5 Capteurs de force ou de pression piézoélectrique

Constitution des capteurs piézoélectriques

Les matériaux piézoélectriques naturels ou artificiels (quartz, titanate de baryum, polymères orientés…) ont la propriété, lorsqu'ils sont insérés entre les armatures d'un condensateur, de faire apparaître sous contraintes mécaniques des charges électriques en quantité proportionnelle à la force appliquée.

Ces matériaux étant anisotropes, les composantes du vecteur polarisation à l'intérieur du matériau sont exprimées de façon quelconque par le produit de la matrice piézoélectrique du matériau par le tenseur des contraintes.

De cette caractéristique, il découle deux modes privilégiés d'utilisation des piézoélectriques (fig. 5.17).

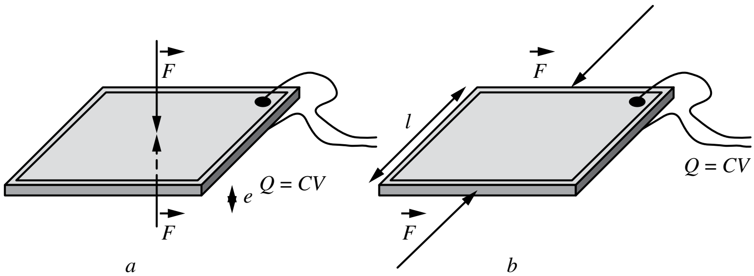


Figure 5.17 Application de la force suivant (a) l'axe électrique et (b) l'axe mécanique

Dans tous les cas, la charge générée Q est proportionnelle à F :

$$Q = \mathrm{d}F$$

Le schéma équivalent est constitué d'un générateur de charge et de la capacité du capteur (fig. 5.18).

Le courant $i(t)$ est la dérivée de $Q(t)$. Il est donc proportionnel à la dérivée de F :

$$i(t) = \mathrm{d}\frac{\partial F}{\partial t}$$

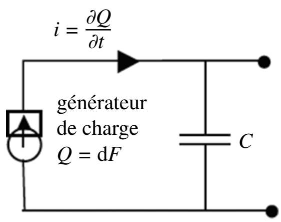


Figure 5.18 Schéma équivalent simplifié du capteur piézoélectrique

Exploitation du capteur piézoélectrique

On utilise souvent un amplificateur de charge. L'amplificateur opérationnel est monté en intégrateur. Le potentiel de l'entrée – est le même que celui de l'entrée +, c'est-à-dire 0 V (masse). Ceci permet de négliger la capacité C dont la tension est quasi nulle. Le courant $i(t)$ parcourt le condensateur C_i qui se charge sous la tension $-V_s(t)$.

On obtient :

$$V_s(t) = -\frac{1}{C_i}\int_0^t i(t)\,\mathrm{d}t = -\frac{d}{C_i}F \qquad \text{si} \quad V_s(t=0)=0$$

La sortie V_s est proportionnelle à l'intégrale du courant $i(t)$ et donc proportionnelle à F.

La capacité C_i est périodiquement court-circuitée pour éviter la dérive de $V_s(t)$ au cours du temps et assurer la condition $V_s(0) = 0$.

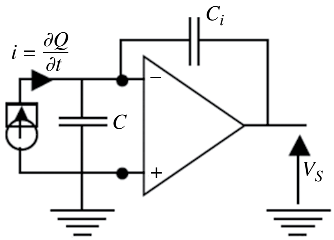


Figure 5.19 Utilisation d'un amplificateur de charge à AOP

5.6 Capteurs d'accélération

La bande de fréquences utile détermine le choix du capteur.

Accéléromètres à déplacement : un corps massif se déplace jusqu'à l'équilibre sous l'action combinée de l'inertie et d'une force de rappel. On procède ensuite à la mesure du déplacement par une méthode optique, capacitive, inductive… Ces accéléromètres conviennent bien à la mesure des accélérations faibles de fréquences nulles ou basses (quelques dizaines de Hertz).

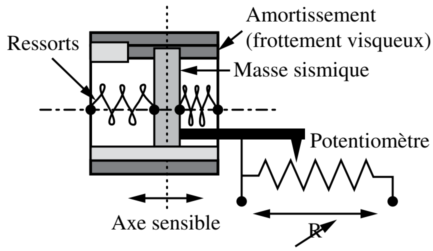
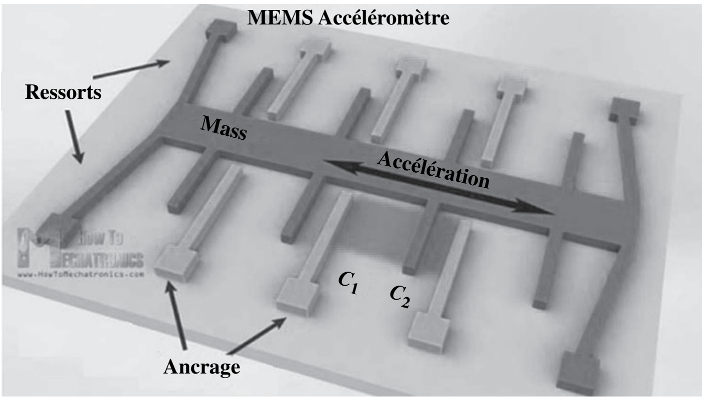


Figure 5.20 Exemple de réalisation d'un accéléromètre à piston et sortie potentiométrique

Accéléromètres à mems : une partie massique est déplacée et mise en résonance par l'action d'une tension appliquée. Le déplacement est déterminé par la mesure des capacités C_1 et C_2 entre la partie mobile et la partie fixe de la figure 5.21. Les parties fixes et mobiles sont appelées IDT (pour InterDigital Transducer) et sont plus ou moins proches en fonction du déplacement. L'épaisseur des couches des matériaux de la figure 5.21 ainsi que l'ordre de grandeur des distances entre les doigts sont de l'ordre du micromètre ; la longueur de recouvrement des doigts est de l'ordre de la centaine de micromètre. Le déplacement est mesuré par les deux capacités en mode différentiel.



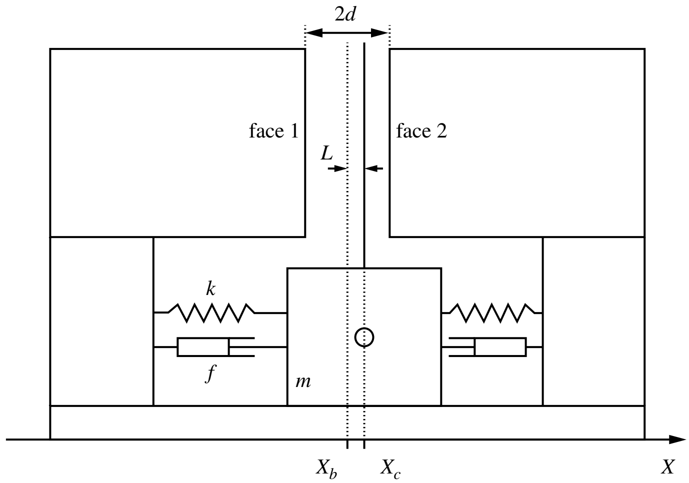


Figure 5.21 Principe d'un l'accéléromètre à mems à un axe et d'un gyromètre

Source http://howtomechatronics.com

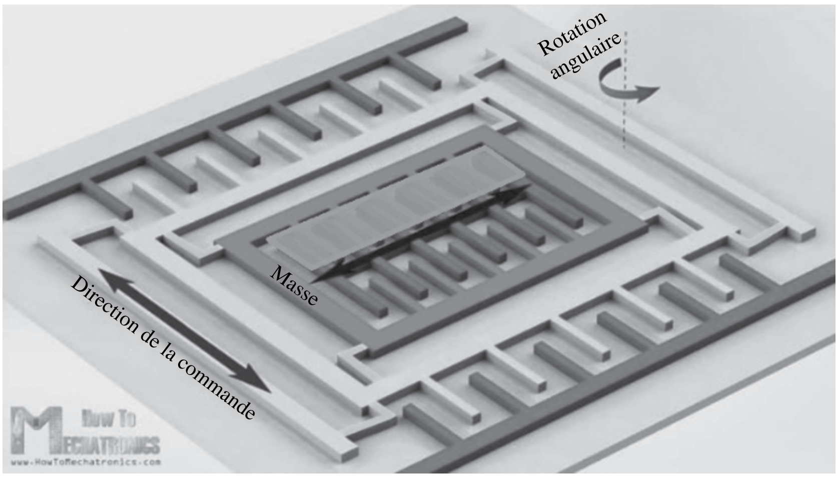


Figure 5.22 Principe d'un gyromètre

Source http://howtomechatronics.com

Concernant le gyromètre, la partie mobile du centre est mise en résonance (Driving Direction) par l'application d'une tension sur les IDT externes. En présence d'un mouvement de rotation de l'ensemble du mems, l'action de la force de Coriolis sur le centre fait se déplacer la masse du centre et les capacités des IDT dépendent du déplacement exercé par la rotation.

Accéléromètres vibratoires : la masse sismique est couplée à un système (souvent une poutre constituée de matériau piézoélectrique) du second ordre ayant une fréquence de vibration propre élevée, de l'ordre de la dizaine de kiloHertz. Ils ne conviennent pas pour la mesure d'accélération à fréquences faibles ou continues.

Le déplacement relatif de la masse sismique par rapport au corps de l'accéléromètre obéit à l'équation :

$$\frac{z}{z_0} = \frac{\dfrac{-p^2}{\omega_0^2}}{\dfrac{p^2}{\omega_0^2} + 2\xi\dfrac{p}{\omega_0} + 1}$$

avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K}{M}}$ pulsation propre de la masse M rappelée par le ressort de raideur K et $\xi = \dfrac{F}{2\sqrt{KM}}$ coefficient d'amortissement fonction du coefficient de frottement visqueux F.

Le matériau piézoélectrique mesure directement la force de rappel proportionnelle au déplacement relatif. L'accélération est obtenue par double dérivation. La zone utile est dans ce cas réservée à l'étude des phénomènes situés très au-dessus de la fréquence propre. Pour cette raison, la fréquence propre constitue généralement un critère de choix pour la mesure de vibrations de fréquences élevées.

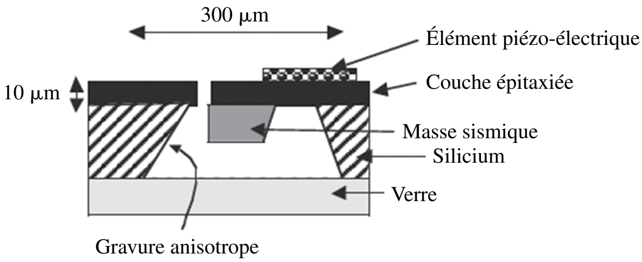


Figure 5.23 Exemple schématique de capteur obtenu par procédés photo-lithographiques

Dans le cas de la mesure de vitesse absolue, la bande de fréquences utile est centrée sur $f_0 = \omega_0/2\pi$. En choisissant $\xi = 1$ (amortissement critique), on s'assure d'une bonne linéarité de la réponse en amplitude.

5.7 Capteurs magnétiques

Les principes utilisés pour les capteurs magnétiques sont assez nombreux. Les capteurs inductifs utilisés pour les têtes de lecture de magnétophone ou de magnétoscope, utilisent l'effet inductif. Un bobinage est réalisé autour d'un circuit magnétique qui a pour rôle de canaliser le champ magnétique. Cet effet est utilisé aussi pour des capteurs de position, pour des capteurs de pression ou pour des détecteurs de défaut dans des structures mécaniques. Ce principe utilise les courants de Foucault générés dans le matériau. Le parcours de ces courants est modifié en présence de défauts mécaniques.

L'effet Hall est assez sensible et linéaire et ses caractéristiques le destinent particulièrement à de l'instrumentation, par exemple dans des capteurs de courant. Il est utilisé dans cette application pour détecter l'induction magnétique générée par le passage du courant que l'on veut déterminer. Il est aussi utilisé dans des capteurs de position ou des capteurs de vitesse.

Les magnétorésistances sont très sensibles, mais pas très linéaires. Elles sont utilisées dans des capteurs de champ magnétique terrestre ou dans des compas magnétiques. Les têtes de lecture des disques durs utilisent ce principe ou un principe de magnéto-résistance géante.

Le tableau 5.1 résume les principales caractéristiques des différents capteurs d'induction envisagés ici.

L'effet de magnétorésistance anisotropique exploite l'effet de magnétorésistance sur des couches minces magnétiques qui ont été polarisées magnétiquement dans une direction particulière pendant la formation du cristal. L'effet de magnétorésistance géante exploite la variation de résistance d'un multicouche d'épaisseur très faible.

Tableau 5.1 Principales caractéristiques de différents capteurs d'induction

Procédé de mesure	Plage de mesure (mT)	Résolution (nT)	Bande passante (Hz)	Applications
Effet inductif	10^{-10} à 106	Variable	0,1 à 10^7	Champ variable uniquement
Effet Hall	0,1 à 3×10^4	100	0 à 100 M	Linéaire
Magnéto-résistance anisotropique et géante	10^{-3} à 5	10	0 à 10 M	Plus sensible que l'effet Hall mais moins linéaire

5.7.1 Effet Hall

L'effet Hall apparaît si le matériau est parcouru par un courant I et s'il est soumis à une induction B. Les directions de l'induction magnétique et du courant sont initialement perpendiculaires. L'échantillon de la figure 5.24, siège de l'effet Hall, est polarisé par une tension appliquée entre les deux faces en $x = 0$ et $x = l$.

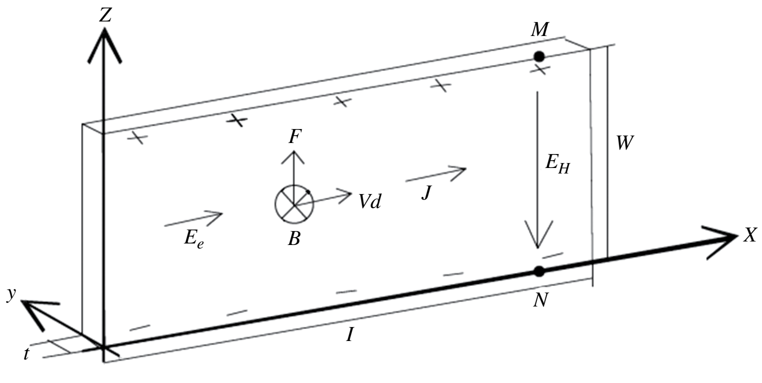


Figure 5.24 Effet Hall dans un échantillon long

L'effet générateur de Hall apparaît dans tous les matériaux conducteurs. La constante de Hall est inversement proportionnelle au nombre de porteurs ionisés dans le matériau.

Un matériau semi-conducteur est donc tout à fait indiqué pour constituer un générateur de Hall sensible. Le semi-conducteur est dopé *N* ou *P*. Nous considérons dans la suite le déplacement des électrons et des trous. Pour un matériau donné, la tension de Hall est proportionnelle au courant qui circule et à l'induction magnétique appliquée :

$$V_H = \frac{R_H}{t} I \cdot B$$

Dans un matériau de type n, la constante de Hall est $R_H = -\frac{1}{qn}$.

Les générateurs de Hall sont réalisés avec des matériaux de type antimoine d'indium (InSb) ou arséniure d'indium (InAs). Ces matériaux ont des mobilités très grandes par rapport à de l'arséniure de gallium (AsGa), par exemple. L'arséniure de gallium est aussi utilisable mais sa sensibilité est bien moindre. Ces corps ont, à dopage égal, des conductivités supérieures à celles du germanium ou du silicium.

La figure 5.25 représente le synoptique d'un capteur à effet Hall et son électronique rapprochée. La polarisation des capteurs à effet Hall peut être faite à courant constant ou sous tension constante. Les deux sorties du capteur à effet Hall sont dirigées vers un amplificateur différentiel d'instrumentation.

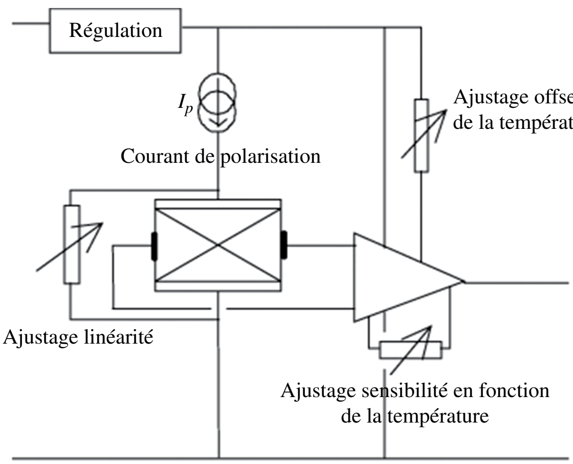


Figure 5.25 Structure interne d'un capteur à effet Hall évolué

5.7.2 Magnétorésistance anisotropique (AMR)

Les capteurs AMR existent surtout en couche mince. Ils présentent une forte sensibilité pour les faibles valeurs d'induction et une faible consommation d'énergie. Le maximum de variation de résistance est de l'ordre de 3 à 4 %. Ces capteurs sont fabriqués à partir de couches ferromagnétiques (par exemple du permalloy) qui présentent une anisotropie magnétique obtenue par l'exposition à un champ magnétique fort pendant la formation du cristal. Cette exposition à un champ magnétique, le type de réseau cristallin et la géométrie déterminent la direction de facile aimantation.

Lorsque le courant fait un angle de 45° avec la direction de facile aimantation, la variation de résistance en fonction de l'excitation magnétique est donnée par la relation $R(H)$ suivante :

$$\Delta R(H) = \Delta R_{\max} \left(\frac{1}{2} \pm \frac{H_y}{H_0} \sqrt{1 - \left(\frac{H_y}{H_0} \right)^2} \right)$$

Pour des variations faibles de H_y par rapport à H_0, la variation de résistance est linéaire.

Pour réaliser l'inclinaison du courant, on utilise une géométrie dite « *Barber pole* » (fig. 5.26). Avec ce type de géométrie, les couches de matériau magnétorésistif alternent avec des couches d'un matériau à forte conductivité comme l'aluminium. Le courant est ainsi forcé de circuler perpendiculairement à la direction des couches d'aluminium, soit à 45° avec l'horizontale.

Nous avons placé sur la figure 5.27 la variation de résistance en fonction de l'induction magnétique pour un matériau magnétorésistif et une géométrie utilisant la technique *Barber poles*.

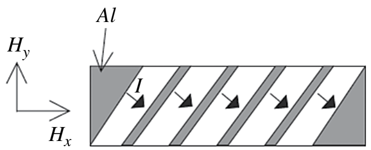


Figure 5.26 Constitution de la structure *Barber pole*

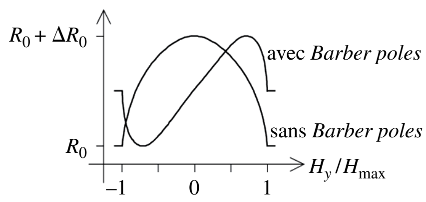


Figure 5.27 Caractéristiques des capteurs magnétiques. La structure *Barber pole* autorise une plus grande linéarité autour de zéro

La plupart des capteurs magnétorésistifs disponibles sont sensibles aux champs magnétiques dirigés suivant la plaquette, et non perpendiculairement à la face sensible comme les générateurs de Hall. Plusieurs techniques sont utilisées pour réaliser les capteurs magnétorésistifs. Philips utilise une technique de photolithographie à partir de permalloy ($Ni_{18}Fe_{19}$). La technique *Barber pole* est employée pour linéariser la caractéristique de la tension en fonction de l'induction magnétique.

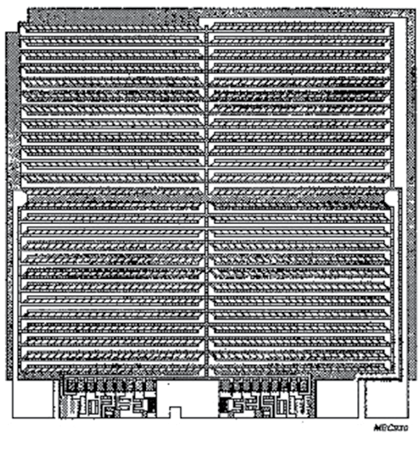


Figure 5.28 Réalisation d'un capteur magnétorésistif. On distingue les zones sensibles connectées les unes aux autres en série.

5.7.3 Magnétorésistance géante

L'effet de magnétorésistance géante apparaît lorsqu'un sandwich de couches ferromagnétiques et de couches de matériaux non magnétiques (FeCr, FeNiAg, FeNiCu avec des épaisseurs par exemple de Fe = 30 Å et Cr = 9 Å) est soumis à un champ magnétique extérieur. L'épaisseur des différentes couches doit être beaucoup plus faible que le libre parcours moyen (longueur moyenne entre deux collisions) dans le multicouche.

Dans un multicouche de matériaux magnétiques et non magnétiques, le couplage anti-ferromagnétique entre les couches magnétiques et non magnétiques maintient les couches magnétiques successives dans une orientation antiparallèle. La magnétisation de chaque couche est orientée alternativement dans un sens et dans l'autre comme on peut le voir sur la figure 5.29a. Quand on applique un champ magnétique extérieur, les interactions entre les différentes couches s'estompent et les couches magnétiques se magnétisent dans la direction imposée par le champ magnétique extérieur. La résistance de passage du courant transversalement aux couches est plus faible quand les couches sont magnétisées dans le même sens que le moment magnétique extérieur, que dans le cas où la magnétisation est orientée alternativement dans un sens et dans l'autre. La magnétorésistance découle de cet effet.

Les électrons de passage du courant ont un spin de type parallèle ou antiparallèle par rapport au vecteur de magnétisation. Lorsque le spin de l'électron est orienté dans le sens antiparallèle au moment magnétique extérieur, la résistance de la couche est élevée. Par contre, si le spin et le moment magnétique sont parallèles, la résistance de la couche faible.

Sur la figure 5.29 nous présentons deux multicouches (FeCr) avec, en (a), l'application d'une induction faible et, en (b), une induction de l'ordre du Tesla. En (a), un électron

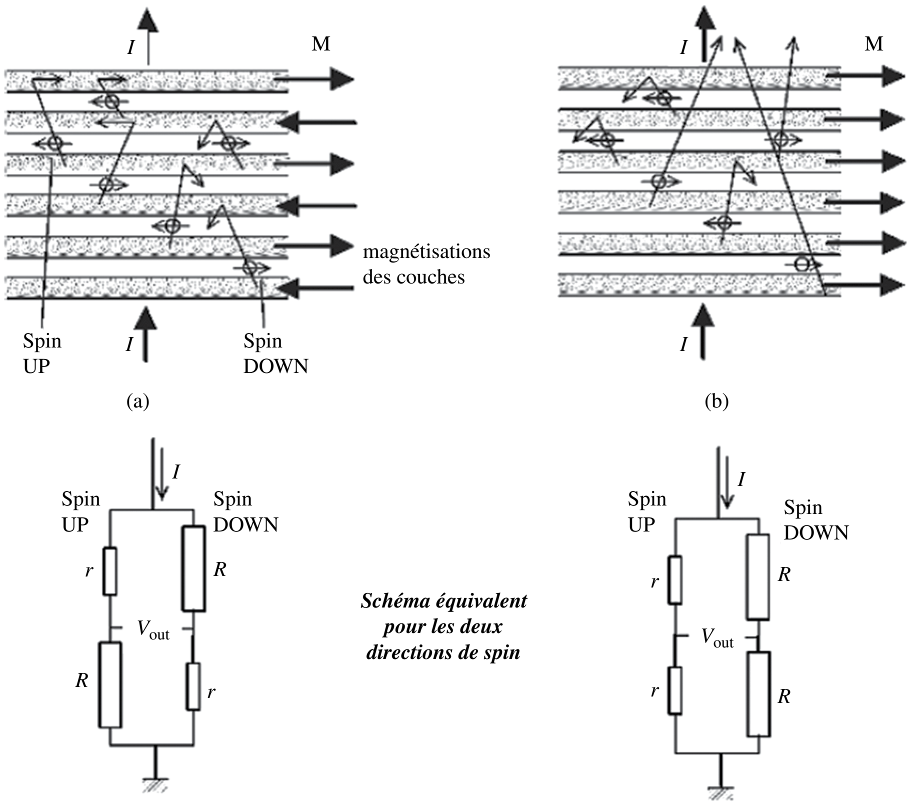


Figure 5.29 Schéma de la conduction dans un multicouche montrant la résistance plus ou moins importante suivant l'orientation de la magnétisation de la couche par rapport à l'orientation du spin de l'électron

qui a un spin orienté dans le même sens que le vecteur magnétisation de la couche diffuse sans collision jusqu'à une couche où il se trouve défavorisé. Au contraire, en (b), les électrons favorisés sortent sans encombre du multicouche. En (a), aucun des électrons ne sort librement, tandis qu'en (b), la moitié des électrons sortent librement. La résistance du multicouche de la figure 5.32a est donc beaucoup plus grande que celle du multicouche de la figure 5.32b. On constate donc une diminution de la résistance avec l'augmentation de la valeur de l'induction.

La figure 5.30 donne un exemple de capteur de type GMR. Les résistances GMR sont disposées en pont de Wheastone. En général, deux résistances sont alors blindées par une couche magnétique comme on peut le voir ici. Il est aussi déposé un concentrateur de flux pour augmenter la sensibilité dans une direction.

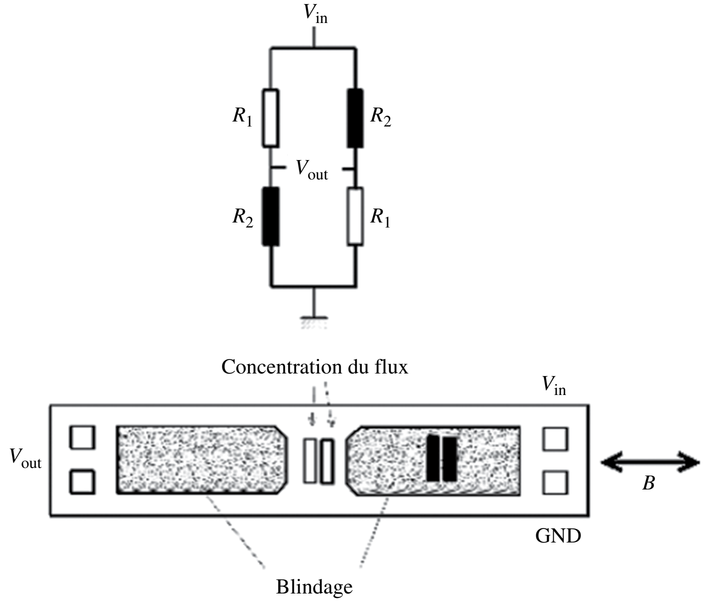


Figure 5.30 Principe et réalisation d'un capteur de champ magnétique (constructeur NVE)

5.8 Capteurs de courant

La figure 5.31 décrit les principes physiques mis en jeu pour la mesure des courants. Ils établissent une relation entre le courant à mesurer I et la tension de sortie V_S. La première méthode consiste à utiliser la loi d'Ohm (relation 1). La mesure de tension aux bornes d'une résistance (ou un shunt de mesure) permet la connaissance du courant. Le second principe utilise la conversion du courant en induction magnétique par la relation de Maxwell-Ampère (relation 2). L'induction B ou le champ H, images de I, sont traduits en variation de résistance (*Magneto resistance* MR et *Giant Magneto resistance* GMR voire *Magneto impedance* MI) ou directement en tension (effet Hall).

À partir de la variation de l'induction magnétique (relation 3), la relation de Maxwell-Faraday permet d'assurer la conversion entre le courant de mesure et la tension de sortie.

Ce principe est exploité dans les capteurs amagnétiques. Enfin, le transformateur de courant utilise les principes physiques mis en jeu par la relation de Maxwell-Ampère, celle de Maxwell-Faraday et enfin la loi d'ohm pour faire apparaître un courant secondaire (relation 4).

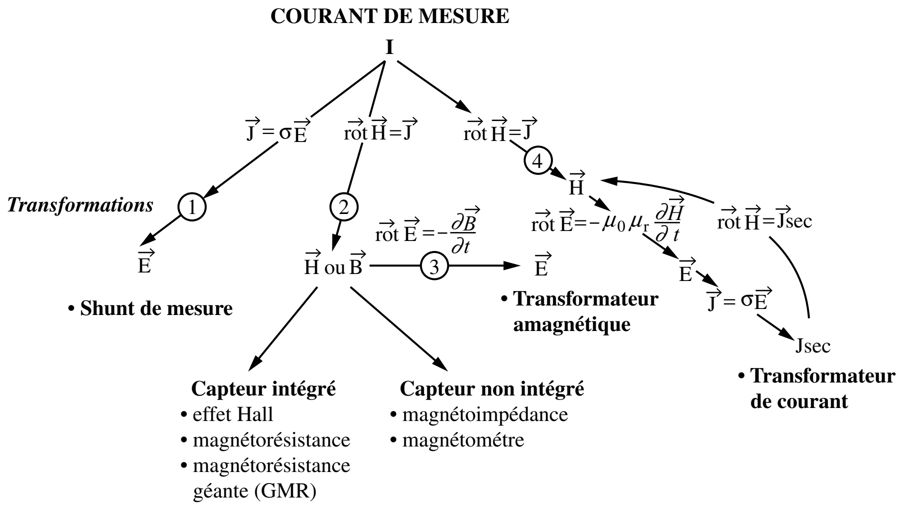


Figure 5.31 Principes mis en jeu pour la mesure de courant

5.8.1 Shunt de mesure

La méthode la plus simple consiste à mesurer la tension aux bornes d'une résistance pour déterminer le courant la traversant. Cette méthode est peu onéreuse et procure une bonne précision en basse fréquence. La résistance de mesure et le circuit qui lui est associé doit présenter une bonne stabilité en température, une bonne précision et être exempte de termes parasites (inductance série, capacité répartie) et d'effet de peau qui dégradent la réponse en haute fréquence. Ses limitations importantes sont liées à l'absence d'isolation, aux pertes d'insertion pour la mesure des forts courants et à la bande passante limitée vers les hautes fréquences. Différentes technologies existent comme précisé dans la suite.

Shunt en couches

Les résistances en couche épaisse peuvent supporter une puissance de l'ordre de la centaine de watts avec une inductance globale de l'ordre de 10 nH essentiellement due à la connectique extérieure du boîtier. Ces composants présentent une bonne stabilité ainsi qu'une faible capacité parasite. La difficulté d'utilisation est liée à la connectique du capteur. La fréquence de coupure haute (ce qui correspond à la bande passante) de ce type de composant est déterminée par la relation suivante :

$$f_c = \frac{1}{2.\pi}.\frac{R_{mesure}}{L_{parasite}}$$

R_{mesure} est la résistance de mesure tandis que $L_{parasite}$ est l'inductance parasite de la connectique du shunt aux points de prélèvement de la tension. La figure 5.32 illustre la géométrie de ces composants.

La mesure du courant par shunt doit se faire en respectant des contraintes électromagnétiques et thermiques. Il s'agit d'implanter la résistance shunt sur le circuit imprimé en créant une faible inductance de connexion tout en permettant d'évacuer efficacement la chaleur dissipée. Pour limiter le problème évoqué plus haut, il est intéressant d'employer la mesure 4 pointes, c'est-à-dire de différencier les connexions d'amenée du courant et les connexions de mesure de la tension. L'inductance parasite est minimisée dans ce cas.

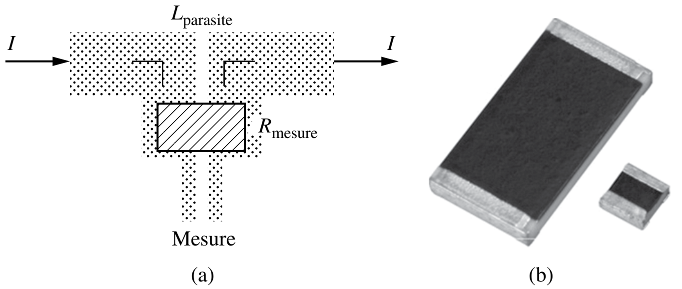


Figure 5.32 Exemples de shunt en couche épaisse
https://www.vishay.com/resistors-fixed/current-sensing/

Shunt coaxial

Pour pouvoir mesurer des courants en très hautes fréquences (1-100 MHz), on utilise le principe du shunt coaxial. L'inductance de connexion de la résistance est limitée par la structure coaxiale. Le matériau du composant est choisi de façon à présenter un effet de peau faible. La résistance est placée au centre du tube comme le montre la figure 5.33 ; ainsi, les performances en haute fréquence sont bonnes et facilement pré-déterminables. Aussi est-il possible de corriger les mesures obtenues en HF par la fonction de transfert du capteur. Cette pratique est mise en œuvre dans les appareils de mesure de grande précision et qui utilisent ces dispositifs. Cependant, pour la mesure des forts courants le shunt devient encombrant et onéreux.

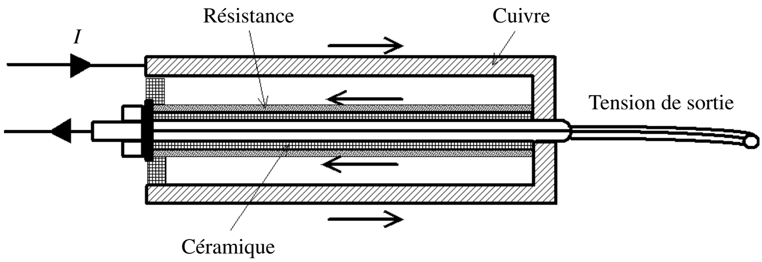


Figure 5.33 Principe du shunt coaxial

Le shunt est systématiquement utilisé quand il n'y a pas de nécessité d'isolation de la mesure du courant, donc souvent dans des applications à faible coût. Sa fréquence de coupure dans le cas de structures coaxiales peut atteindre 100 MHz.

5.8.2 Capteurs de courant basés sur la mesure de l'induction

Principe de la mesure directe en boucle ouverte

Le principe, basé sur la proportionnalité entre le champ d'induction B et le courant qui le crée I est représenté à la figure 5.34. Un capteur d'induction est placé dans l'entrefer d'un circuit magnétique en forme de tore. Il mesure le champ d'induction créé par le passage du courant *I*. Le rôle du circuit magnétique est de focaliser le champ dans l'entrefer, ce qui accroît sa sensibilité et limite l'influence du décentrage du conducteur central. Le circuit magnétique doit présenter de faibles pertes pour éviter un échauffement et avoir un champ rémanent faible.

Le théorème d'Ampère nous indique que : $I = \frac{\ell_e}{\mu_e} \frac{B}{\mu_0}$

I : courant à mesurer, ℓ_e : longueur moyenne du circuit magnétique, μ_e : perméabilité équivalente, entrefer compris.

La tension de sortie du capteur s'exprime alors par : $V_s = k \cdot B = k \frac{\mu_0 \mu_e}{\ell_e} I$. Elle est proportionnelle au courant à mesurer et k est le coefficient de sensibilité du capteur d'induction.

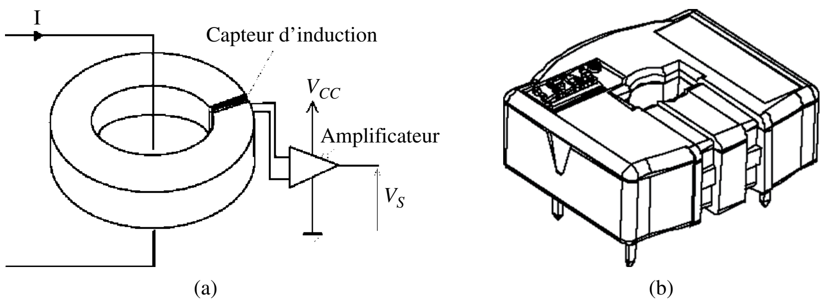


Figure 5.34 Utilisation d'un capteur d'induction pour mesurer le courant et photo du HFIS 40-P LEM

Ce principe nécessite un capteur d'induction précis et à faibles dérives. Les sources d'erreur sont de plusieurs origines : le capteur d'induction, l'électronique de traitement et le circuit magnétique. Le champ rémanent de ce dernier introduit une composante continue à la sortie du capteur qui est dépendante des valeurs extrêmes du courant mesuré et de la largeur de l'entrefer. La composante continue peut être toutefois rendue négligeable par un choix adapté du matériau magnétique et de l'entrefer.

Les capteurs de courant utilisant ce principe sont à faible coût dans un encombrement réduit. La précision est correcte mais inférieure à un capteur de courant à compensation de flux. Un exemple de performances est donné dans le tableau suivant.

Tableau 5.2 Exemple de performance d'un capteur de courant à mesure directe de flux

Plage de mesure	Précision	Bande passante	Dimensions (mm)
Jusqu'à 120 A	± 2-5 %	50 kHz	$15 \times 20 \times 19 = 5{,}7$ cm^3

Capteur de courant à compensation de flux

Ce type de capteur de courant fonctionne en boucle fermée. Le principe est représenté à la figure 5.35. Le courant à mesurer I génère un flux dans le circuit magnétique. Il est compensé par le courant i_2 issu de l'amplificateur afin d'annuler en permanence les ampères-tours :

$$N_1 \cdot I = N_2 \cdot i_2$$

Le capteur d'induction détecte l'induction dans l'entrefer et la compensation de flux génère les ampères-tours nécessaires à l'annulation du champ dans l'entrefer. La tension de sortie V_S est l'image du courant de compensation i_2 donc du courant I. Ce principe permet donc la mesure des courants continus et variables, il fournit une bonne linéarité, une grande dynamique de mesure et une précision satisfaisante pour les applications industrielles et d'instrumentation, de l'ordre de 1 à 2 %.

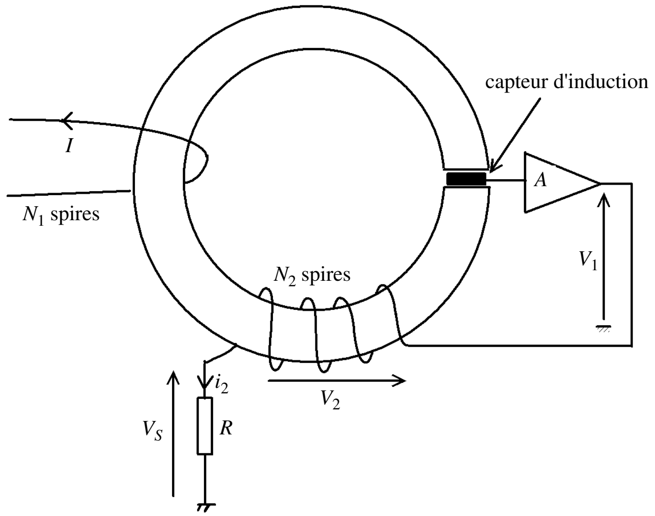


Figure 5.35 Principe de la sonde de courant à annulation de flux

L'amplificateur (gain A) délivre une tension V_1 à l'origine du courant i_2 dans les N_2 spires du bobinage. Le sens de la boucle constitué par les N_1 spires, le capteur d'induction, l'amplificateur et le bobinage de N_2 spires est tel qu'une augmentation du courant I provoque un accroissement du champ magnétique. En réaction, la tension V_1 s'accroît et induit un courant i_2 qui tend à annuler les ampères-tours créés par le courant I.

Expression de la bande passante

Au-delà d'une certaine fréquence, le flux dans l'entrefer tend vers une valeur nulle et la tension de sortie est alors délivrée par le transformateur. Le recouvrement des deux fonctionnements distincts – effet Hall et transformateur – occasionne souvent un creux au raccordement des bandes passantes. À partir d'un calcul simple sur le schéma de la figure 5.35, nous allons montrer quelles sont les conditions qui permettent d'obtenir un fonctionnement satisfaisant sur l'ensemble de la plage de fréquence. Dans l'expression suivante, le capteur d'induction et l'amplificateur ont une bande passante supposée infinie. Les résistances des deux enroulements sont nulles et les inductances de fuite sont négligées. L'expression de la tension de sortie V_S en fonction du courant mesuré I est donnée par :

$$V_s = R \cdot I \cdot \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{e.R}{N_2 \mu_0 A}} \cdot \frac{1 + j\omega \frac{N_2 S}{A}}{1 + j\omega N_2^{\,2} \frac{\mu_0 \cdot S}{e \cdot R + N_2 \mu_0 A}}$$

e est l'épaisseur de l'entrefer, et S la section de fer du circuit magnétique. La réponse en fréquence $\frac{Vs}{I}$ est invariante avec la fréquence si les deux numérateurs de la fonction sont égaux ce qui conduit à :

$$N_2 \cdot \mu_0 \cdot A \gg e \cdot R$$

Le terme $\frac{e.R}{N_2 \mu_0 A}$ doit être petit devant 1. Le comportement fréquentiel et la précision de la sonde dépendent donc du gain de l'amplificateur A et le gain de l'amplificateur pour des fréquences élevées n'est pas forcément suffisant pour obtenir une réponse linéaire. Le produit gain bande de l'amplificateur doit être choisi en conséquence.

Si on souhaite utiliser des amplificateurs opérationnels délivrant un faible courant, le nombre de spires N_2 devra nécessairement être important. La contrepartie est :

- l'augmentation de la capacité parasite du bobinage avec pour effet de limiter la réponse en haute fréquence ;
- l'augmentation de la résistance d'enroulement R_{bob} qui limite la dynamique de tension de sortie disponible :

$$V_{smax} = [R/(R + R_{bob})] \cdot I/N_2$$

avec

$$(R + R_{bob}) \cdot I/N_2 < V_{cc},$$

V_{cc} est la tension d'alimentation de l'amplificateur.

En résumé, les principales caractéristiques découlant de ce principe sont :

- bonne précision : elle dépend peu des caractéristiques du générateur de Hall. Les erreurs du capteur d'induction sont compensées par l'utilisation de la boucle d'asservissement à flux nul.
- pas de saturation du matériau magnétique puisqu'il travaille autour d'une induction nulle. Cette caractéristique évite la déformation des signaux lors de la mesure de courant à composante continue importante. Par contre, lors de la mesure de courant à forte dynamique, l'asservissement à flux nul peut ne plus être assuré transitoirement avec un risque de saturation dynamique du circuit magnétique.
- Pour les capteurs de courant de fort calibre, l'amplificateur délivre un courant de compensation important sur une large bande passante, ce qui rend coûteuse la conception d'un amplificateur fonctionnant sur une large bande passante.

Les capteurs à flux nul présentent de bonnes performances : leur précision est de l'ordre du pourcent tandis que leur bande passante s'étend jusqu'à quelques 100 kHz et la gamme de mesure s'étend jusqu'à plusieurs kA. Dans le cas des sondes d'instrumentation, la précision est meilleure, de l'ordre de 0,5 % et la bande passante s'étend jusqu'à quelques dizaines de MHz pour un calibre de 50 A. La société Tektronix utilise ce principe pour ses sondes d'instrumentation.

Le matériau et la forme du circuit magnétique sont choisis pour ne pas avoir trop de pertes et ne pas provoquer trop d'échauffements liés aux pertes par hystérésis et courants induits dans le matériau. Le matériau magnétique est souvent constitué de tôles magnétiques en Fer Nickel assemblé.

À titre d'exemple, le tableau ci-dessous donne les performances d'un capteur de courant fonctionnant en mode compensation de flux.

Tableau 5.3 Exemple de caractéristiques d'un capteur de courant à compensation de flux

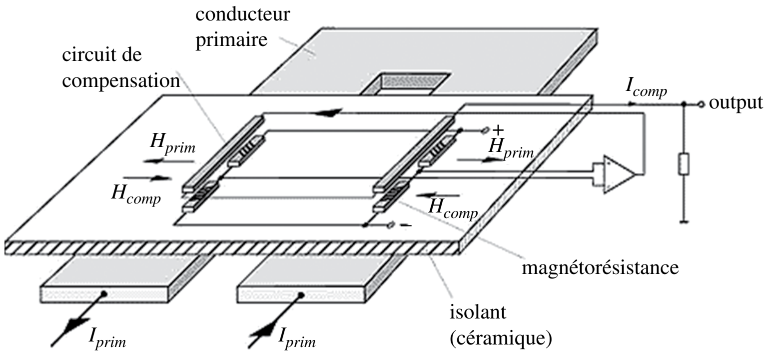
Courant nominal	Précision	Bande passante	Dimensions (mm)
Jusqu'à 100 A	± 1 %	DC –50 kHz	$33 \times 29 \times 14 = 13$ cm^3

La société Honeywell commercialise un capteur de courant utilisant un principe de compensation de flux et avec un capteur magnéto résistif comme capteur d'induction qui est associé à un ASIC pour corriger les variations de l'offset et les variations de la sensibilité en fonction de la température. La sensibilité du capteur magnétorésistif étant plus grande que celle du capteur à effet Hall, il est possible de ne pas utiliser de circuit magnétique. Le conducteur dans lequel circule le courant à mesurer est immobilisé dans une position optimale à proximité du capteur magnétorésistif. Pour augmenter la linéarité, on réalise un asservissement à flux nul. La figure 5.36 montre un schéma de principe. Ce type de capteur de courant développé pour des applications automobile est économique, compact, précis (< 1 %) et permet la mesure de courants jusqu'à 50 A.

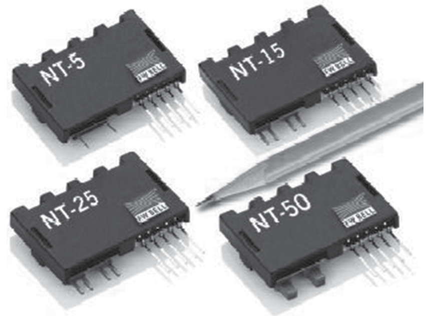
5.8.3 Capteur de Rogowski ou capteur amagnétique

Les avantages des capteurs Rogowski ou capteurs amagnétiques sont : isolation de la sortie, large plage de mesure du courant (jusqu'à 100 kA), fréquence de coupure haute d'environ 1,5 MHz, bonne précision (< 5 %) et bonne linéarité (< 0,5 %). L'absence de circuit magnétique ferromagnétique évite la saturation et n'introduit pas de limite de courant. Les capteurs de Rogowski ont une plage de mesure de courant s'étendant de 10 A à 100 kA avec des sensibilités comprises entre 0,01 mV·A^{-1} et 100 mV·A^{-1}, ils présentent une bonne linéarité de par leur principe qui ne nécessite pas la présence d'un matériau ferromagnétique.

Le fonctionnement du capteur de Rogowski est basé sur la loi de Faraday, le principe est indiqué à la figure 5.37. La tension mesurée aux bornes des spires qui entourent le conducteur à mesurer est proportionnelle à la dérivée du flux créée par le passage du



(a)



(b)

Figure 5.36 Principe d'un capteur de courant sans circuit magnétique et photo d'un capteur utilisant ce principe

Source : SYPRIS F.W. BELL.

courant dans le circuit (mutuelle induction). Pour avoir une image du courant, la tension de bobinage est intégrée :

$$V_b = M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \qquad \rightarrow \qquad I = \frac{1}{M}\int V_b \mathrm{d}t$$

V_b est la tension aux bornes du bobinage, M est la mutuelle entre le conducteur central et le bobinage.

Les performances de ces capteurs dépendent essentiellement de l'électronique associée, il faut cependant noter que pour obtenir une sensibilité acceptable, le nombre de spires du bobinage est très élevé, ce qui conduit à limiter la bande passante HF à cause des effets capacitifs répartis vis-à-vis du conducteur de retour. La figure 5.37 présente un capteur de Rogowski, le bobinage est disposée suivant un trajet fermé pour capturer la totalité du flux ortho-radial créé par le courant à mesurer. Le conducteur constituant la bobine se referme par le centre du bobinage, formant un retour coaxial afin d'être insensible au flux parasite dans la surface formée par le bobinage circulaire.

En théorie, la précision du capteur ne dépend pas de la position du conducteur primaire dans la boucle. Mais lorsque le bobinage n'est pas régulier, la section du bobinage change et l'erreur de mesure n'est plus nulle lorsque le conducteur de mesure se déplace dans la fenêtre

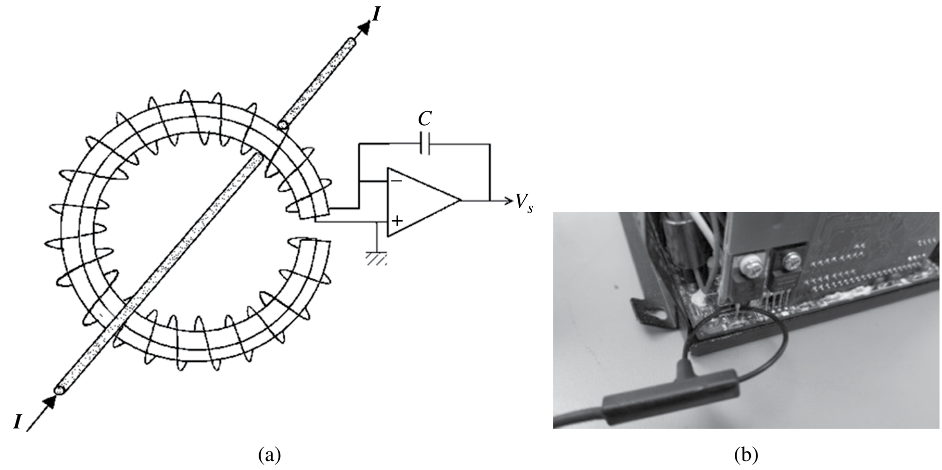


Figure 5.37 Capteur de Rogowski

Source https://www.rs-online.com/designspark/what-is-a-rogowski-coil-current-probe

de mesure. Ainsi, lorsque le conducteur de mesure est placé près de la jonction de sortie, l'erreur est de 3 %, et lorsque le conducteur est placé au centre elle est inférieure à 1 %.

La société LEM a développé sur ce principe une technologie à base de bobinages imprimés, représentée figure 5.38. Les bobinages PCB sont associés de façon concentrique, le conducteur interne est placé en série avec le conducteur externe. L'intégrateur de sortie est commandé par la différence des deux tensions mesurées sur chaque moitié du bobinage : une moitié extérieure en série avec une moitié intérieure. Quand un champ extérieur parasite influence les bobinages en créant des tensions quasi-identiques aux bornes des deux demi-enroulements, la soustraction de ces deux termes s'annule et évite de fausser la mesure. Par contre, quand le champ magnétique est généré par le courant à mesurer, la tension n'est pas nulle car les contributions des enroulements intérieur et extérieur ne sont pas les mêmes mais s'ajoutent.

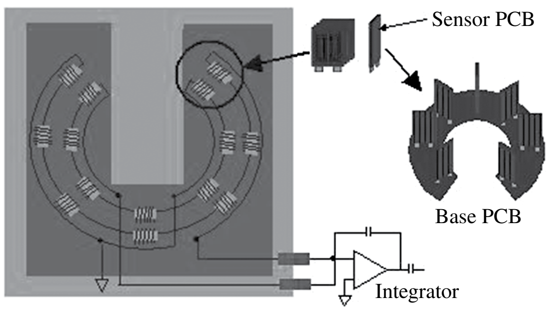


Figure 5.38 Technologie PCB développée par la société LEM pour réaliser un capteur de Rogowski : *Sensor PCB* : capteur sur circuit imprimé ; *Integrator* : intégrateur ; Base PCB : circuit imprimé de base.

Le capteur de Rogowski est employé pour les mesures de forts courants dans des configurations où il n'est pas possible d'ouvrir le circuit à mesurer (jeu de barres par exemple). À titre d'exemple, le tableau suivant donne les performances de ce genre de capteur de courant.

Tableau 5.4 Exemple de performance d'un capteur de courant de Rogowski

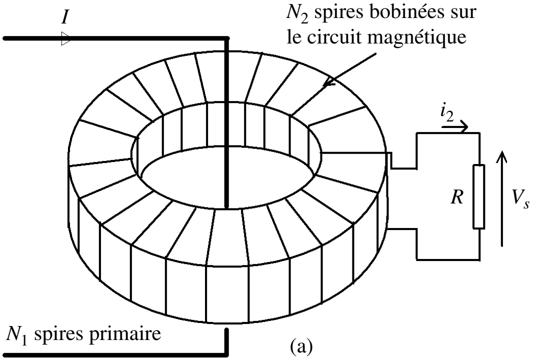
Plage de mesure	Précision	Bande passante	Dimensions
De quelques A à 100 kA	1 %	10 Hz à 100 kHz	Diamètre de 95 à 370 mm

5.8.4 Le transformateur de courant

Les transformateurs de courant sont classés en deux catégories : les transformateurs de courant à faible coût pour la mesure industrielle à fréquence fixe (50, 60 et 400 Hz) et les transformateurs de courant dits d'instrumentation. Ces derniers ont une sortie qui permet de les connecter facilement à des appareils de mesure et ils sont blindés contre les champs magnétiques extérieurs. La résistance qui fixe le rapport de transformation est parfois distribuée pour contrôler les effets des inductances et capacités parasites du bobinage en haute fréquence.

Les transformateurs de courant d'instrumentation ont une bande passante de l'ordre de 1 Hz à 20 MHz avec une précision de 0,1 % à 0,5 %. La fréquence de coupure haute peut atteindre 300 MHz pour des transformateurs de courant optimisés en réponse en fréquence.

Le principe est donné à la figure 5.39. Le conducteur parcouru par le courant à mesurer passe à l'intérieur du circuit magnétique sur lequel sont bobinées N_2 spires. En général, la spire primaire est unique et elle est constituée d'un fil de section importante. Le circuit magnétique peut être soit de forme torique soit d'une autre forme et il est éventuellement ouvrable.



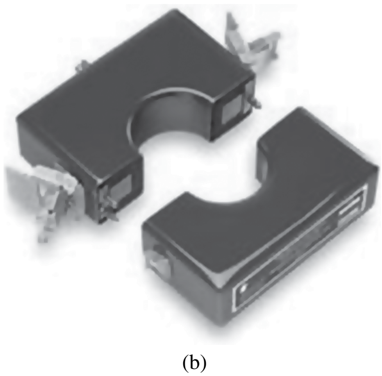


Figure 5.39 Transformateur de courant. Photo Pearson

Le transformateur est caractérisé par sa sensibilité (k en $V{\cdot}A^{-1}$) qui exprime le rapport de la tension mesurée aux bornes de la résistance R sur le courant I qui circule dans le conducteur de mesure.

$$k = R\frac{N_1}{N_2}$$

L'impédance Z_{ins} ramenée au primaire (impédance d'insertion) prend la valeur donnée par l'équation suivante. Elle doit être la plus petite possible.

$$Z_{ins} = \frac{R}{\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2} // p.L_\mu$$

L_μ est l'inductance magnétisante. La fonction de transfert du transformateur chargé par une résistance R est de la forme suivante :

$$\frac{Vs}{I} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}} \; avec \; \omega_c = \frac{R}{L_\mu}.$$

La fréquence de coupure basse du transformateur est suivant les réalisations, comprise entre quelques Hertz et plusieurs kHz. En haute fréquence, l'inductance de fuite et les capacités parasites limitent la fréquence d'utilisation.

La saturation du transformateur en courant continu I_{dcsat} dépend de la perméabilité du matériau et de son induction à saturation B_{sat} comme le montre la relation : $B_{sat} = \ell\mu_0\mu_r.I_{dcsat}$. ℓ représente la longueur du circuit magnétique. Il est donc intéressant d'utiliser des matériaux à forte perméabilité μ_r et à induction à saturation B_{sat} élevée comme les nanocristallins ($\mu_r \to 100\ 000$, $B_{sat} = 1{,}2$ T).

Enfin, la dépendance de L_μ avec μ_r impose que la perméabilité reste la plus stable possible en fréquence, ce qui nécessite des matériaux à grand facteur de mérite. Le facteur de mérite est définit par le produit $F = \mu_r(f_c)\cdot f_c$ où f_c est la fréquence de coupure à −3 dB de la perméabilité μ_r.

La bande passante du transformateur de courant peut s'étendre de quelques dizaines de Hertz à quelques centaines de MHz. La précision peut être meilleure que 0,1 %. La capacité en courant s'étend jusqu'à environ 20 kA. Lorsque le circuit magnétique est de forme torique, le transformateur de courant s'avère peu sensible aux perturbations extérieures et l'immunité peut être augmentée en utilisant un blindage. Il peut être utilisé pour la mesure de courant à variations très rapides (commutation des semi-conducteurs) et il peut être également utilisé en instrumentation de compatibilité électromagnétique.

5.9 Capteurs acoustiques

5.9.1 Microphones à condensateur

Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement de ces microphones très utilisés repose sur la variation de capacité résultant de la déformation du diaphragme (ou de la membrane) sous l'action des ondes acoustiques (fig. 5.29). L'armature fixe du condensateur C_m ainsi constitué comporte des orifices d'amortissement, tandis qu'un capillaire de décompression rend le microphone insensible aux variations de pression atmosphérique (imposant du coup une fréquence de coupure basse de l'ordre de 10 Hz). Pour le microphone à Mems (Micro Electro Mecanical System), la variation de capacité est engendrée par une membrane qui bouge en fonction de la pression acoustique. Elle est placée juste derrière la plaque percée de trous et visible sur la figure 5.40.

Ils s'utilisent avec un circuit de polarisation comportant un générateur de tension V_0, une résistance de charge R et une capacité de liaison C.

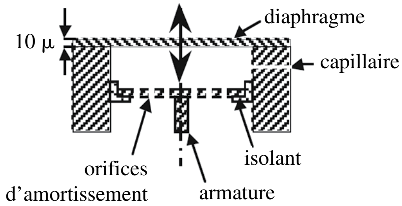


Figure 5.40 Coupe schématique d'un microphone à condensateur et vue d'un microphone à mems

Source STS

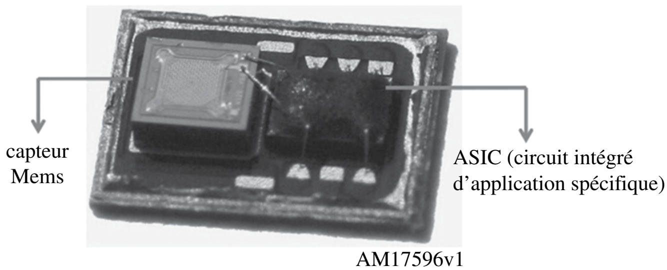


Figure 5.41 Schéma de polarisation d'un microphone à condensateur

On choisit la résistance R de façon à ce que la constante de temps RC_m soit grande devant la période de la plus basse fréquence du signal sonore, ce qui assure un fonctionnement à charge constante. On obtient à l'entrée du préamplificateur une tension v égale à :

$$v = \frac{\Delta C_m}{C_m} V_0$$

Notons qu'un autre schéma de polarisation existe avec la source de tension connectée en série sur le microphone. Les microphones à condensateur ont une sensibilité de l'ordre de quelque 10 mV/Pa.

Le microphone à mems convertit la variation de capacité en une tension digitale avec une variation de largeur d'impulsion ou une tension analogique. La sensibilité du microphone à mems est également de l'ordre de 10 mV/Pa. Sa dynamique est supérieure à 60 dB et sa bande passante d'environ 20 Hz-20 kHz. Il est beaucoup utilisé dans des applications comme pour les téléphones portables, les ordinateurs, etc.

Microphone à électret

Dans ce cas, l'une des électrodes est revêtue d'un matériau polymère extrêmement isolant (Téflon) dans lequel sont piégées des charges électriques. Celles-ci créent un champ électrique constant jouant le rôle de la source de tension de polarisation V_0.

La capsule électret se connecte donc directement à l'entrée du préamplificateur, situé le plus souvent dans le corps principal du microphone. L'électret n'est malheureusement pas stable dans le temps (pertes des charges emprisonnées). Les durées de vie actuelles se comptent néanmoins en dizaines d'années.

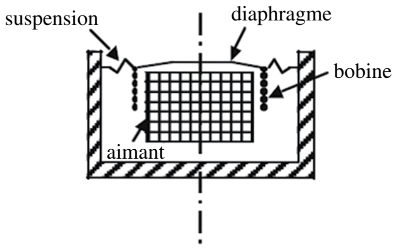


Figure 5.42 Coupe schématique d'un microphone à bobine mobile

5.9.2 Microphones à bobine mobile

Les microphones à bobine mobile utilisent le principe de l'induction magnétique : une bobine solidaire du diaphragme glisse le long d'un aimant permanent (figure 5.31). La variation de flux magnétique se traduit par l'apparition d'une f.é.m induite image du signal sonore.

5.9.3 Diagramme de directivité

Les caractéristiques géométriques de la capsule microphonique (profondeur de la cavité) permettent d'imaginer des microphones dont la sensibilité s'exprime relativement à la pression ou au gradient de pression existant entre les deux faces de la capsule, ou encore à une combinaison de ces deux éléments. Il en résulte les directivités représentées figure 5.32. L'axe 90° est celui vers lequel est dirigé le microphone. Les microphones très directifs sont utiles pour la réduction du bruit ambiant ou encore pour limiter l'effet larsen.

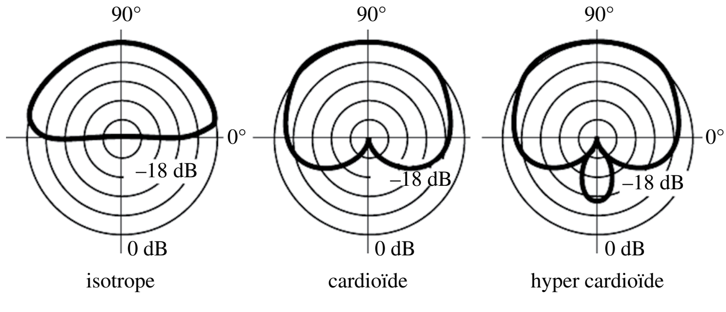


Figure 5.43 Diagrammes de directivité classiquement rencontrés

6 Circuits à diode

6.1 Redressement et détection d'amplitude

6.1.1 Mise en série. Mise en parallèle

Il est souvent nécessaire de disposer plusieurs diodes en série ou en parallèle, de façon que le montage puisse supporter une tension inverse élevée ou fournir un courant important. Dans tous les cas, des précautions élémentaires doivent être prises.

Pour répartir au mieux la tension inverse V_R aux bornes de deux diodes D_1 et D_2 placées en série (fig. 6.1), on dispose en parallèle deux résistances R_1 et R_2.

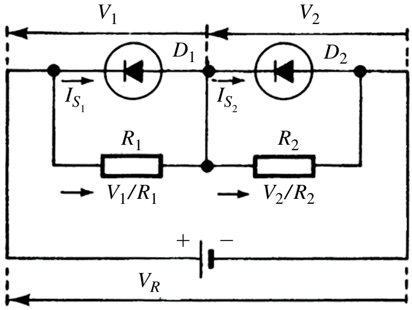


Figure 6.1

On a :

$$I_1 = I_{S1} + V_1/R_1, I_2 = I_{S2} + V_2/R_2.$$

Par ailleurs :

$$V_R = V_1 + V_2, I_1 = I_2$$

$$I_{S1} - I_{S2} + V_1/R_1 - V_2/R_2 = 0$$

On en déduit :

$$\begin{cases} V_1 = V_R[R_1/(R_1+R_2)] - [R_1R_2/(R_1+R_2)](I_{S1}-I_{S2}) \\ V_2 = V_R[R_2/(R_1+R_2)] + [R_1R_2/(R_1+R_2)](I_{S1}-I_{S2}) \end{cases} \tag{6.1}$$

Règle pratique pour le choix de R_1 et R_2 :

$$R_1 = R_2 = R,\ V_R/R \geq I_{SM} \tag{6.2}$$

I_{SM} : valeur maximale de I_{S1} et I_{S2}.

Pour répartir au mieux le courant imposé total I entre deux diodes placées en parallèle, on dispose une résistance en série avec chaque diode (fig. 6.2).

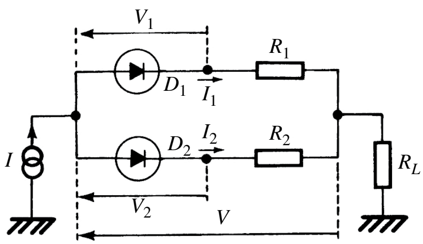


Figure 6.2

I_{S1} et I_{S2} étant les courants de saturation des diodes D_1 et D_2, on a :

$$V = R_1 I_1 + V_1 = R_2 I_2 + V_2, \quad I_1 = I_{S1} \exp(V_1/E_T), \quad I_2 = I_{S2} \exp(V_2/E_T)$$

$E_T = KT/q$;
K : constante de Boltzmann ;
T : température absolue ;
q : charge de l'électron.
$E_T \approx 0{,}025$ V à 27 °C ou 300 K.
Le calcul de la répartition peut être mené simplement en posant :

$$R_1 = R_2 = R, \qquad I_1 = (I/2)\,(1 + x), \qquad I_2 = (I/2)\,(1 - x), \qquad |x| < 0{,}1$$

Des équations :

$$\begin{aligned} &V = R_1 I_1 + E_T \ln(I_1/I_{S1}) = R_2 I_2 + E_T \ln(I_2/I_{S2}) \\ &I = I_1 + I_2 \end{aligned}$$

on tire :

$$\begin{aligned} &R(I_1 - I_2) + E_T \ln(I_1/I_2)(I_{S2}/I_{S1}) = 0 \\ &RIx + E_T \ln(I_{S2}/I_{S1}) + E_T \ln[(1+x)/(1-x)] = 0 \\ &\ln[(1+x)/(1-x)] \approx 2x \Rightarrow x(RI + 2\,E_T) = E_T \ln(I_{S1}/I_{S2}) \end{aligned}$$

$$x = [E_T/(RI + 2E_T)\ln(I_{S1}/I_{S2})] \tag{6.3}$$

Conditions pratiques à respecter :

$$|x| < 0{,}1 \qquad RI > 20\,E_T \Rightarrow RI > 0{,}5\text{ V}$$

6.1.2 Emballement thermique

La diode portée à une température suffisamment élevée peut s'emballer. Lorsque la diode est utilisée alternativement en régime de conduction et de blocage, elle dissipe :

- dans le sens passant la puissance $P_d = V_d I_d$;
- dans le sens inverse la puissance $P_i = V_i\, I_i$.

C'est au cours du fonctionnement en inverse que l'emballement peut s'amorcer. En régime établi, la température interne T_j de la diode est liée à la température ambiante T_A par la « loi d'Ohm thermique » : $T_j - T_A = R_{\text{th}}\, V_i\, I_i$ et I_i est à son tour fonction de T_j : $I_i = f(T_j)$. R_{th} a pour unité physique K/W ou °C/W.

Si la température ambiante T_A varie légèrement :

$$\Delta T_j - \Delta T_A = R_{\text{th}}\, V_i\, \Delta Ii,\ \Delta I_i = kI_{i0}\, \Delta T_j \tag{6.4}$$

I_{i0} étant le courant inverse, très voisin du courant de saturation I_S.
On sait que :

$$\Delta I_i/I_{i0} = \Delta I_S/I_S = (3 + E_G/kT)(\Delta T/T)$$

Pour les diodes au germanium :

$$E_G = 0{,}72\text{ eV}, \qquad \text{à } 300\text{ K} \qquad \Delta I_i/I_{i0} \approx 0{,}1\,\Delta T_j$$

Pour les diodes au silicium :

$$E_G = 1{,}12\text{ eV}, \qquad \text{à } 300\text{ K} \qquad \Delta I_i/I_{i0} \approx 0{,}15\,\Delta T_j$$

Des relations précédentes, on tire :

$$\Delta T_j = \Delta T_A/(1-K), \text{ avec } K = R_{\text{th}}\, k\, V_i\, I_{i0} \qquad (6.5)$$

Le régime est stable si $K < 1$, il est instable si $K > 1$.

Il y a donc emballement pour :

$$k\, R_{\text{th}}\, V_i\, I_{i0} > 1$$

au voisinage de la température T_j considérée.

6.1.3 Redressement simple alternance et détection d'amplitude

Un circuit simple de redressement est constitué (fig. 6.3) d'une source de tension sinusoïdale caractérisée par sa force électromotrice

$$e_g = E_g \cos \omega t$$

et sa résistance interne R_g, d'une diode D, d'une capacité de filtrage $C \cdot R_L$ constitue la charge et symbolise le circuit situé en aval.

Pour l'étude du redressement, on adopte le modèle linéaire par parties pour la diode D, de telle façon que :

$$I = (V - V_S)r_d \qquad \text{pour} \qquad V > V_S, \qquad I = 0 \qquad \text{pour } V \leq V_S$$

Le courant I n'apparaît que durant une fraction de la période T (figure 6.4).

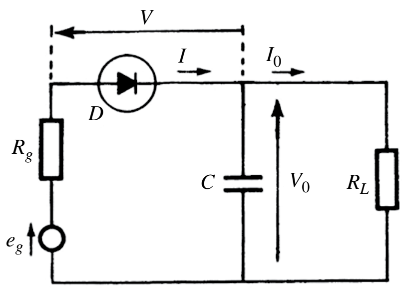


Figure 6.3

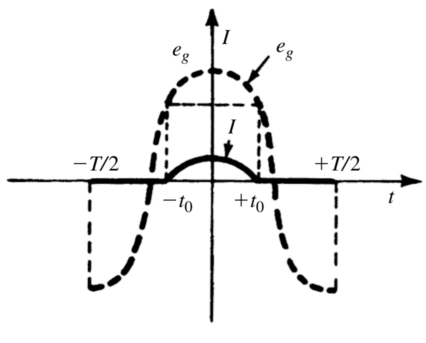


Figure 6.4

Les équations sont les suivantes :

$$-T/2 < t < -t_0 \text{ et } t_0 < t < +T/2, D \text{ bloquée}, I = 0\,;$$

$$-t_0 < t < +t_0, D \text{ conductrice}, V = V_S$$

et

$$(R_g + r_d)\, I = (e_g - V_0 - V_S) = (E_g \cos \omega t - V_0 - V_S) \qquad (6.6)$$

au moment du passage conduction-blocage $t = +t_0$, et du passage blocage-conduction $t = -t_0$, on a :

$$e_g(t_0) = e_g(-t_0) = V_0 + V_S \qquad \text{soit} \qquad E_g \cos \omega t_0 = V_0 + V_S \text{ et } I = 0.$$

Par suite, on obtient également :

$$(R_g + r_d)I = E_g(R_g + r_d)\,(\cos \omega t - \cos \omega t_0), \qquad t \in [-t_0, +t_0] \qquad (6.7)$$

Le courant de sortie I_0 absorbé par la résistance de charge R_L, et la tension de sortie V_0, fluctuent légèrement autour de leurs valeurs moyennes $\bar{\boldsymbol{I}}_{\mathbf{0}}$ et $\bar{\boldsymbol{V}}_{\mathbf{0}}$

Ces fluctuations sont suffisamment faibles pour qu'on puisse écrire :

$$\mathrm{I}_0 \approx \bar{\boldsymbol{I}}_{\mathbf{0}},$$

$$\mathrm{V}_0 \approx \bar{\boldsymbol{V}}_{\mathbf{0}}$$

Le courant moyen est évalué selon :

$$\bar{I} = \bar{I}_0 = (1/T)\int_{-T/2}^{+T/2} I(t)\,\mathrm{d}t$$

soit en posant $\theta_0 = \omega t_0$: angle de passage :

$I_0 = [E_g/(\pi(R_g + r_d))](\sin\theta_0 - \theta_0\cos\theta_0)$, avec $\cos\theta_0 = (\bar{V}_0 + V_S)/E_g$ Déterminons les éléments du générateur équivalent E_0 et R_0 ; $V_0 = E_0 - R_0 I_0$,

$$R_0 = -\Delta V_0/\Delta \mathrm{I}_0 \text{ à } E_g \text{ constant}, \qquad R_0 = \pi(R_g + r_d)/\theta_0 \tag{6.8}$$

et par suite :

$$V_0 = (E_g \sin\theta_0/\theta_0) - V_S - R_0 I_0 \Rightarrow E_0 = (E_g \sin\theta_0/\theta_0) - V_S \tag{6.9}$$

On remarquera que :

$$R_0 > R_g + r_d \tag{6.10}$$

Dans le cas de la détection d'un signal modulé en amplitude de forme : e_g $E_g(1 + m_a \cos\omega_S t)\cos\omega_p t$.

$\omega_S \ll \omega_p$, ω_S : pulsation du signal modulant.

ω_p : pulsation du signal porteur.

m_a : taux de modulation.

L'impédance $Z_L = R_L/(1 + \mathrm{j}C\omega R_L)$ doit être choisie de telle façon que Z_L soit faible pour $\omega = \omega_p$ et proche de R_L pour $\omega = \omega_S$, ce qui conduit à :

$$1/\omega_p \ll CR_L \gg 1/\omega_S \tag{6.11}$$

On obtiendra dans ces conditions :

$$V_0(t) = E_g\cos\theta_0 + m_a E_g \cos\theta_0 \cos\omega_S t \tag{6.12}$$

6.1.4 Montages redresseurs

La figure 6.5 présente le schéma d'un redresseur à double alternance.

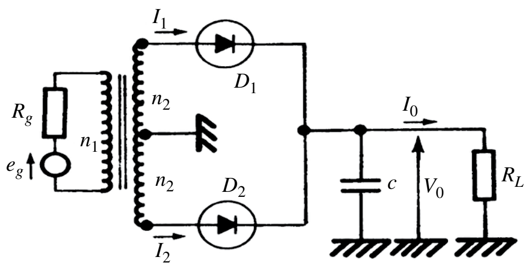


Figure 6.5

On a :

$$\bar{\boldsymbol{I}}_{\mathbf{1}} + \bar{\boldsymbol{I}}_{\mathbf{2}} = \mathrm{I}_0$$

Chacune des diodes débite approximativement en valeur moyenne la moitié du courant de sortie I_0. Si les diodes sont identiques, on peut appliquer pour chacune d'elles les résultats du redressement simple alternance.

n_1 et n_2 étant le nombre de spires au primaire et aux secondaires du transformateur, on devra considérer la source de tension ramenée à chaque secondaire caractérisée par la force électromotrice :

$$e'_g = (n_2/n_1)\, e_g = ne_g = nE_g \cos \omega t$$

et la résistance interne :

$$R'_g = (n_2/n_1)^2\, R_g = n^2\, R_g$$

donc :

$$I_0/2 = [nE_g/\pi(n^2\, R_g + r_d)]\ (\sin \theta_0 - \theta_0 \cos \theta_0) \qquad (6.13)$$

$$\cos \theta_0 = (\bar{\boldsymbol{V}}_{\mathbf{0}} + V_S)/nE_g$$

θ_0 est l'angle de passage pour chacune des diodes. En outre :

$$R_0 = [(n^2\, R_g + r_d)\ \pi](2\ \theta_0),\ E_0 = [(nE_g \sin \theta_0)/\theta_0] - V_S \qquad (6.14)$$

Le redresseur en pont utilise quatre diodes (fig. 6.6).

Durant l'alternance positive (1) de e'_g (figure 6.7), les diodes D_1 et D_3 sont conductrices, les deux autres étant bloquées.

Durant l'alternance (2) négative, les diodes D_2 et D_4 conduisent et D_1 ainsi que D_3 sont cette fois bloquées.

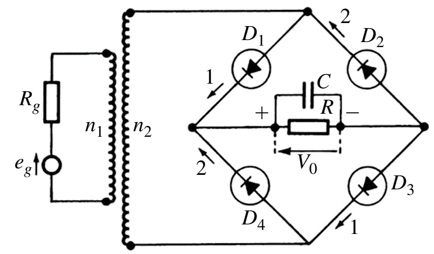


Figure 6.6

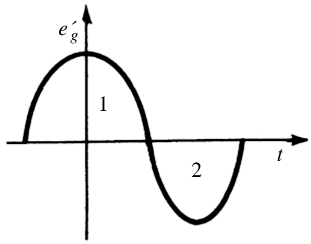


Figure 6.7

Chacune des diodes doit fournir comme dans le montage précédent en valeur moyenne la moitié du courant de sortie I_0.

6.1.5 Surcharge en courant et tension inverse

Dans les différents montages redresseurs, la diode ne conduit que durant une fraction faible de la période, et l'intensité qui la traverse est nécessairement beaucoup plus importante que celle du courant moyen I_0 correspondant absorbé par la charge. Il s'ensuit que le courant maximal I_M traversant la diode peut atteindre des valeurs dangereuses. Dans le cas du redressement simple alternance, on a :

$$I = [E_g/(R_g + r_d)]\ (\cos \omega t - \cos \theta_0)$$

donc :

$$I_M = [E_g/(R_g + r_d)]\ (1 - \cos \theta_0),\ \text{et}$$

$$I_M = [I_0\, \pi(1 - \cos \theta_0)](\sin \theta_0 - \theta_0 \cos \theta_0) \tag{6.15}$$

Au moment de la mise sous tension, V_0 est voisin de zéro, et le courant de charge initial peut atteindre :

$$I_M = (E_g - V_S)/(R_g + r_d)$$

La tension inverse maximale supportée par la diode, dans le redressement simple alternance, est :

$$|e_g|_{\max} + \overline{V}_0 \qquad \text{soit} \qquad V_{iM} = E_g + \overline{V}_0$$

Par prudence, on adoptera : $V_{iM} = 2\ E_g$.

Dans le montage double alternance, il faut également prévoir une tension inverse maximale $V_{iM} = 2\ E_g$. Dans le montage en pont à quatre diodes, la tension maximale à considérer devient $V_{iM} = E_g$.

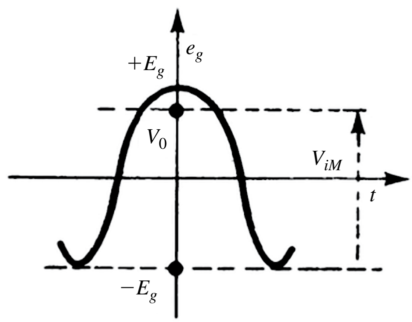


Figure 6.8

6.2 Dispositifs à seuil

6.2.1 Circuits logiques à diodes

Rappels sur grandeurs logiques

Dans la grande majorité des cas, on s'intéresse à deux états de la variable électrique, et à chacun d'eux on associe une valeur de la variable binaire 0 ou 1.

La tension V, caractérisant l'état de la grandeur d'entrée ou de sortie, ne peut prendre normalement, en dehors du régime transitoire, que deux valeurs. L'une, $V = V_L$, correspond au niveau bas, la seconde, $V = V_H$, correspond au niveau haut.

On adopte couramment :

$$V_L = 0\ \text{V},\ V_H = 5\ \text{V}$$

En logique positive, à $V = V_L$, on associe la valeur 0, et à $V = V_H$ on associe la valeur 1 de la variable binaire.

Circuits logiques « et »

Le schéma de la figure 6.9 présente un opérateur logique « et » à deux entrées et une sortie. A, B et S sont les variables binaires associées aux valeurs de V_a, V_b et V_0.

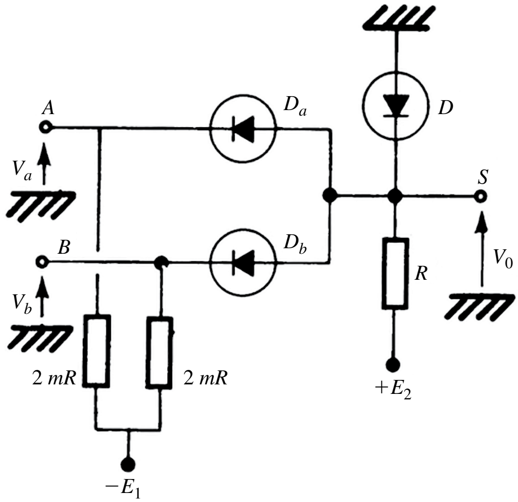


Figure 6.9

V_S étant la tension de seuil des diodes D_a et D_b, on lira en sortie :

$$S = 0,\ V_0 = V_a + V_s \text{ ou } V_b + V_s \text{ avec } V_a = V_b = V_L,$$

$$S = 1,\ V_0 = E_2 \text{ avec } E_2 = V_H.$$

On choisit E_1 de façon que :

$$E_1 > V_S + mE_2, \text{ avec } E_2 = V_H$$

Circuits logiques « ou »

L'opérateur logique « ou » à deux entrées et une sortie est représenté figure 6.10.

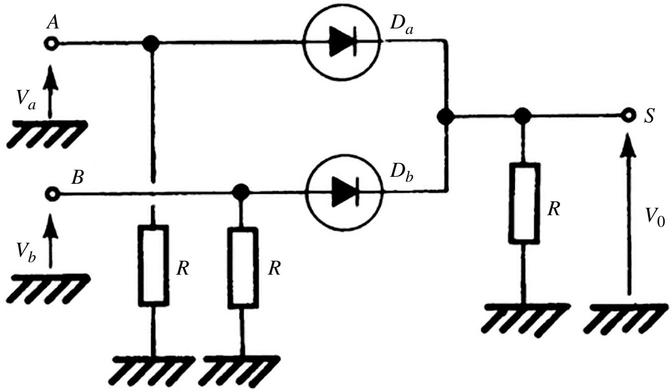


Figure 6.10

Matrice à diodes

La matrice à diodes, représentée figure 6.11, permet d'obtenir trois variables de sortie S_1, S_2 et S_3, fonctions déterminées des trois variables d'entrée A, B, C.

Pour réaliser :

$$S_1 = BC, S_2 = AC, S_3 = AB$$

on utilise des circuits « et » à diodes. En procédant de façon analogue, on peut réaliser une matrice à diodes à n entrées et p sorties, en utilisant non seulement des circuits « et » comme dans l'exemple proposé, mais également des circuits « ou ».

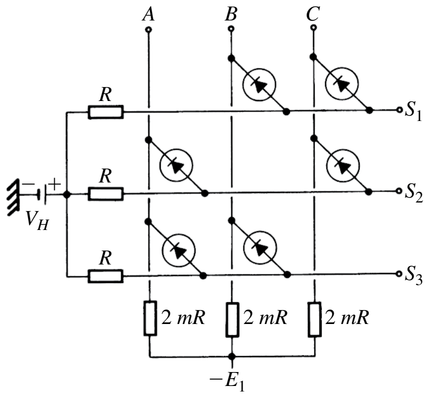


Figure 6.11

6.2.2 Ébasage. Écrêtage. Limitation

Circuits à une diode

Les schémas des figures 6.12, 6.14 et 6.16 utilisent soit une diode ordinaire, soit une diode Zener. Les courbes de réponse idéalisées correspondantes sont représentées figures 6.13, 6.15 et 6.17.

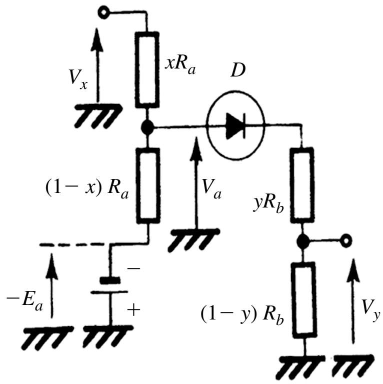


Figure 6.12

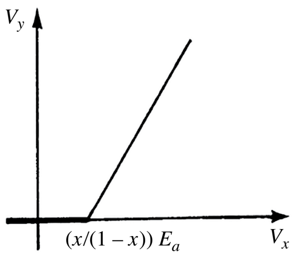


Figure 6.13

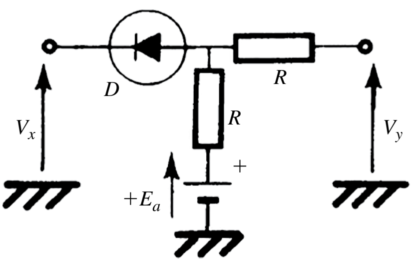


Figure 6.14

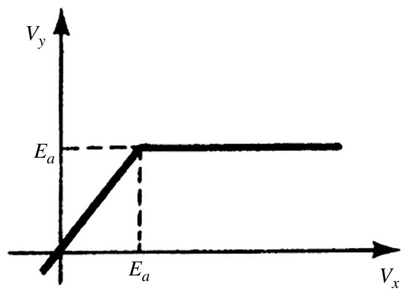


Figure 6.15

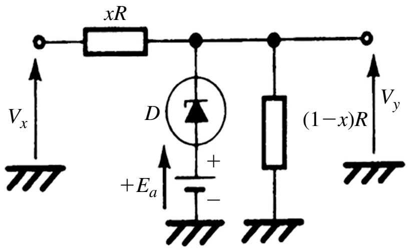


Figure 6.16

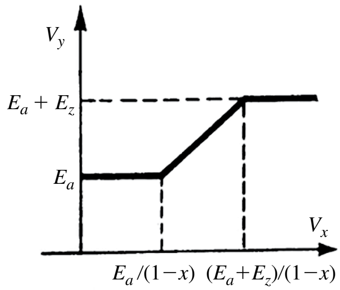


Figure 6.17

Circuits à deux diodes

Les schémas des figures 6.18 et 6.20 utilisent deux diodes ordinaires ou deux diodes Zener. Les courbes idéalisées de réponse correspondantes sont données figures 6.19 et 6.21.

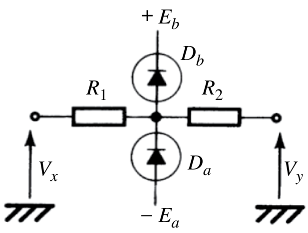


Figure 6.18

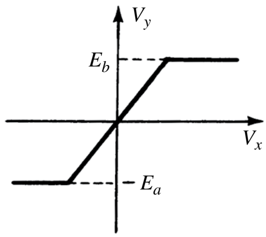


Figure 6.19

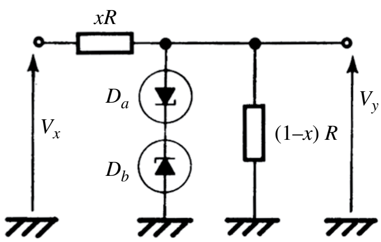


Figure 6.20

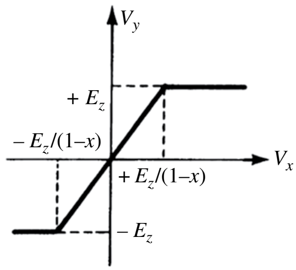


Figure 6.21

Pour le schéma de la figure 6.18 à deux diodes ordinaires, en supposant comme auparavant un comportement parfait, on a :

- pour $-E_a < V_x < +E_b$, $V_y = V_x$;
- pour $V_x \leq -E_a$, $V_y = -E_a$;
- pour $V_x \geq +E_b$, $V_y = +E_b$.

Pour le schéma de la figure 6.20 utilisant deux diodes Zener, de tension Zener E_z, on obtient :

- pour $-E_z < (1-x)\,V_x < +E_z$, $V_y = (1-x)\,V_x$;
- pour $V_x < -E_z(1-x)$, $V_y = -E_z$;
- pour $V_x > E_z(1-x)$, $V_y = E_z$.

Multiplicateur de tension

Les montages figures 6.22 et 6.23 sont à la base des montages multiplicateurs de tension. Ils permettent d'obtenir les formes d'onde présentées figures 6.24 et 6.25 avec $e_g = E_g \cos \omega t$ en régime établi.

Les formes d'ondes de $V(t)$ ne peuvent cependant être obtenues que si l'on respecte la condition : $R/R_g \gg 1$. On dit encore que la composante continue obtenue est égale à $+E_g$ dans le premier cas, et à $-E_g$ dans le second cas.

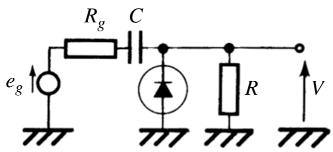


Figure 6.22

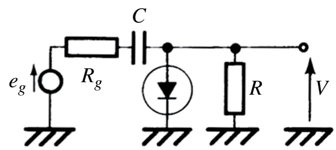


Figure 6.23

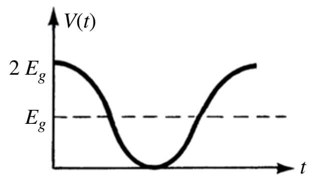


Figure 6.24

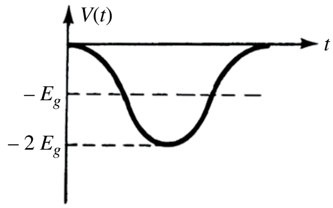


Figure 6.25

Le montage doubleur de tension est représenté figure 6.26.

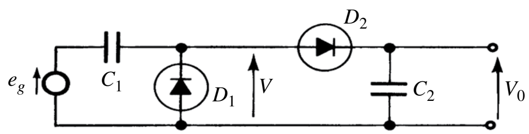


Figure 6.26

On obtient respectivement si $e_g = E_g \cos \omega t$,

$$V = E_g \cos \omega t + E_g,\ V_0 = 2E_g \tag{6.16}$$

6.3 Montages stabilisateurs

Le schéma du stabilisateur simple à diode Zener est donné figure 6.27. La diode Zener présente une résistance dynamique suffisamment faible si $I_z > I_{zm}$, et d'un autre côté pour qu'elle ne se détruise pas par suite d'une dissipation anormalement élevée, il faut que $I_z < I_{zM}$.

Il faut donc respecter : $I_{zm} < I_z < I_{zM}$, soit encore :

$$I_{zm} < (V_i - E_z)/R - I_0 < I_{zM} \tag{6.17}$$

Le domaine de stabilisation est défini dans le système de représentation (V_i, I_0) par :

- la droite Δ_m d'équation : $(V_i - E_z)/R - I_0 = I_{zm}$;
- la droite Δ_M d'équation : $(V_i - E_z)/R - I_0 = I_{zM}$;
- et les droites : $I_0 = I_{0m}$, $I_0 = I_{0M}$; I_{0m} et I_{0M} étant la valeur minimale et la valeur maximale du courant I_0.

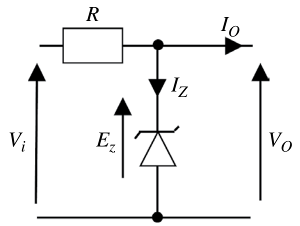


Figure 6.27

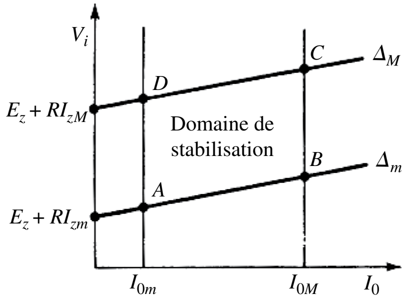


Figure 6.28 Régulateur simple et domaine de stabilisation

Le domaine de stabilisation est défini par le parallélogramme *ABCD*.

À l'intérieur du domaine ainsi défini, la variation de la tension de sortie est donnée par :

$$\begin{cases} \Delta V_0 = F_0 \Delta V_i - R_0 \Delta I_0 \\ \text{avec} \\ F_0 = r_z/(r_z + R) \end{cases} \tag{6.18}$$

F_0 est le facteur de régulation.

On en déduit le taux de régulation à I_0 constant :

$$\frac{\Delta V_0}{V_0} = \frac{F_0 \Delta V_i}{V_0} = \frac{F_0 \Delta V_i}{E_z} \tag{6.19}$$

et le taux de régulation à V_i constant :

$$\Delta V_0/V_0 \approx (-R_0/E_z)\, \Delta I_0 \tag{6.20}$$

Stabilisateur compensé en température

On sait que la tension Zener V_z ou E_z varie en fonction de la température. En particulier pour les diodes telles que $V_z \in [6, 7]$ V, l'accroissement relatif $\Delta V_z/(V_z \Delta T)$ est voisin de $+4 \times 10^{-4}$/°C.

En utilisant des diodes-jonction au silicium dont la chute de tension en direct V_d à courant imposé diminue en fonction de la température, sa variation étant voisine de –2 mV/°C, on peut obtenir des montages de référence très stables. La figure 6.28 présente un exemple de réalisation.

On s'impose $I_0 \ll I_z$, soit pratiquement $I_0 < 0{,}1\, I_z$. On obtient :

$$I_0 = (V_z - 2\, V_d)/R_2,\; V_r = V_d + xR_2\, I_0$$

et par suite :

$$V_r = xV_z + (1 - 2\,x)\; V_d \tag{6.21}$$

Si la température varie légèrement, on s'efforce de régler x de façon à ce que :

$$\Delta V_r = x\,\Delta V_z + (1 - 2\,x)\,\Delta V_d = 0 \tag{6.22}$$

Application :

$$\Delta T = 1\ °\mathrm{C},\; V_z = 6{,}2\ \mathrm{V},\; V_d = 0{,}8\ \mathrm{V}$$

$$\Delta V_z = +24 \times 10^{-4},\; \Delta V_d = -2 \times 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

$$2{,}4 \times 10^{-3}\, x + (1 - 2\,x)\,(-2 \times 10^{-3}) = 0$$

soit :

$$x = 10/32, \quad V_r = 2{,}24\ \mathrm{V}$$

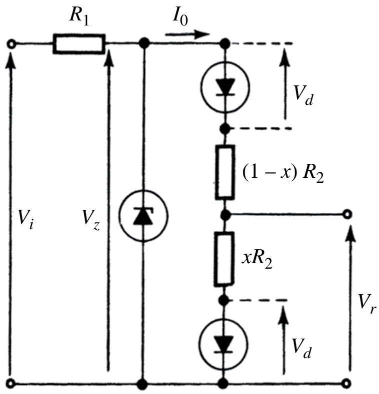


Figure 6.29

Amplificateur à transistors bipolaires

7.1 Généralités sur les transistors bipolaires

Le transistor bipolaire comporte trois entrée-sorties, sa base, son émetteur et son collecteur.

Il existe deux types de transistors bipolaires, PNP et NPN. Le transistor NPN est décrit et symbolisé comme suit :

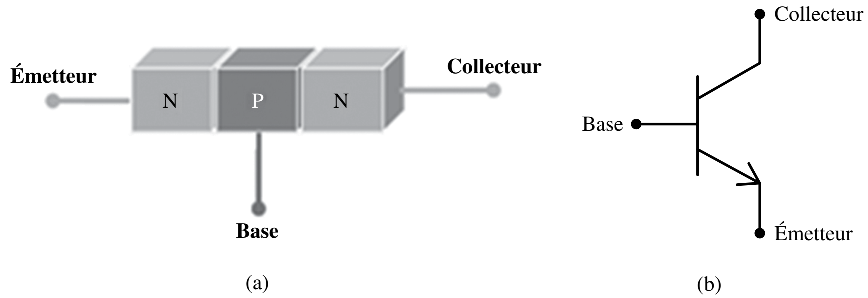


Figure 7.1

La flèche dans le symbole indique le sens du courant émetteur, les courants de base et de collecteur sont ici entrants.

De la même façon le transistor PNP est décrit et symbolisé comme suit :

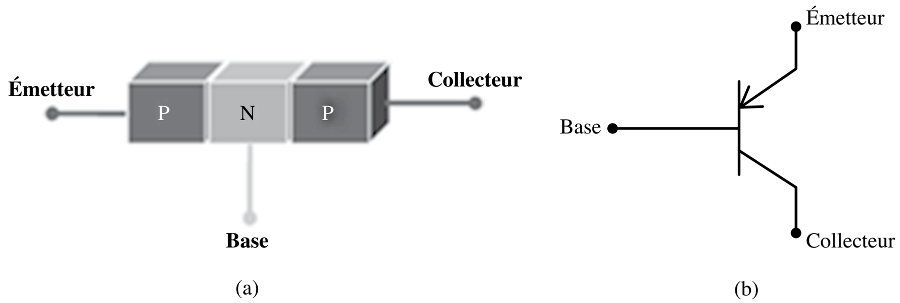


Figure 7.2

La flèche dans le symbole indique le sens du courant émetteur, les courants de base et de collecteur sont ici sortants.

L'effet transistor

La jonction NP émetteur-Base est polarisée en direct (figure 7.3) et permet l'émission d'un grand nombre d'électrons depuis l'émetteur. La jonction Base-Collecteur est polarisée en inverse ; une zone de charge d'espace (vide de porteur libre) est alors induite de part et d'autre de la jonction (en gris foncé sur la figure 7.3) avec son champ électrique E. Une force électrostatique de type $F = q.E$ s'exerce alors sur les électrons émis se présentant dans cette zone, les entrainant ainsi vers le collecteur.

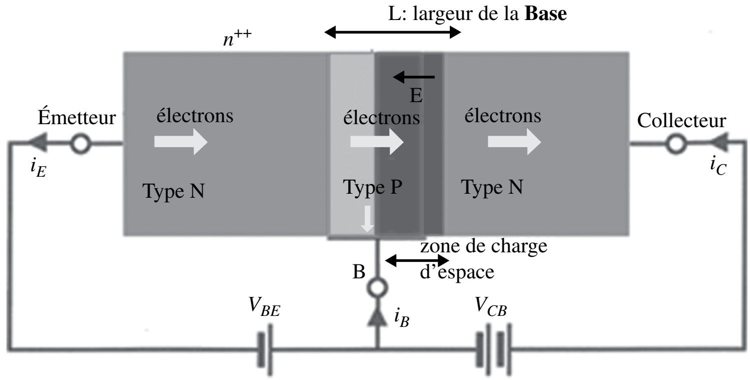


Figure 7.3

Les électrons traversent d'autant plus facilement et rapidement la base, par diffusion d'abord puis par effet d'entraînement du champ électrique que la largeur de la base L est étroite.

En fin de compte, la plupart des électrons émis sont collectés dans le collecteur et le courant collecté est proportionnel au courant d'émission. Avec α désignant le coefficient de proportionnalité inférieur à 1 mais proche de 1, on a $I_C = \alpha \cdot I_E$ équation qui résume l'effet transistor.

Les électrons émis sont très largement récupérés dans le collecteur. Une petite partie des électrons rejoint la base pour créer le courant I_b.

$I_E = I_C + I_B$ alors $I_C = I_B \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}$ et en posant $\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$.

On a donc $\boldsymbol{I_C = \beta \cdot I_B}$ équation qui résume bien **l'effet transistor** :

Le petit courant injecté dans la base $\boldsymbol{I_b}$ (majoritairement des électrons ici) contrôle le courant de collecteur $\boldsymbol{I_c}$ qui est beaucoup plus important et proportionnel à I_b.

I_c est le résultat de l'amplification de I_b (gain en courant) β étant le coefficient de proportionnalité en courant.

Ordre de grandeur : $\alpha \approx 0{,}99$, $\beta \approx 100$ environ, et en pratique $I_c \approx I_e$.

La figure 7.4 présente sur le symbole du transistor NPN les tensions V_{BE} en entrée et V_{CE} en sortie tandis que la figure 7.5 montre les 2 jonctions internes du transistor représentées ici sous la forme de 2 diodes.

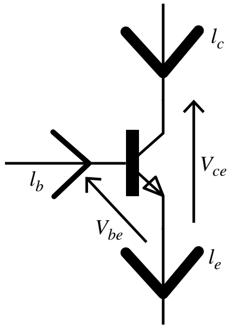


Figure 7.4

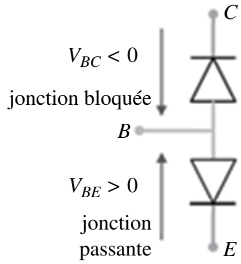


Figure 7.5

Pour le **transistor PNP** les porteurs majoritaires ne sont pas les électrons mais les trous dont la mobilité est plus faible sous l'effet d'un champ électrique.

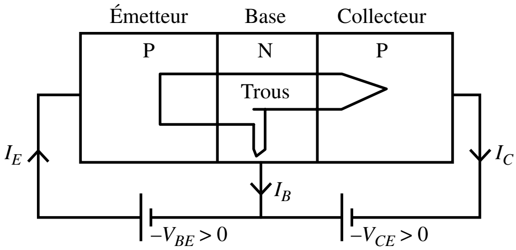


Figure 7.6

Les transistors NPN seront donc préférés aux PNP en termes de rapidité.

7.2 Modèle statique et point de fonctionnement

La modélisation permet de prévoir le comportement du transistor d'abord en **régime statique** (DC mode) avec ses tensions continues imposées permettant au transistor de fonctionner correctement puis en **régime dynamique variable** (AC mode) autour du point de fonctionnement.

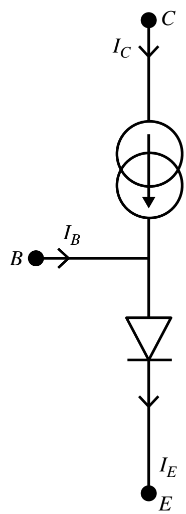


Figure 7.7

Les tensions continues imposées sur la base, le collecteur et l'émetteur sont indispensables pour faire fonctionner correctement le transistor : c'est la **polarisation du transistor**. Le transistor pourra ensuite fonctionner aussi en régime variable (dynamique) autour du point de fonctionnement fixé par le régime statique.

Le circuit ci-dessous représente le modèle standard simple du transistor NPN (modèle en T).

Remarque : pour un transistor PNP la source de courant est dirigée vers le haut et la diode a également son sens inversé.

Lorsque la jonction base-émetteur est polarisé en direct avec un transistor au silicium on a $V_{BE} \approx 0{,}6$ V, la diode dans le modèle peut donc être remplacée par une source de tension constante V_{BE}.

Le circuit ci-dessous représente un autre modèle possible du transistor NPN (modèle en Pi). $I_C = \beta \cdot I_B$ représente ici une source liée en courant.

On considère le circuit de la figure 7.10 qui représente le circuit « type » de polarisation d'un transistor NPN. Il existe d'autres circuits de polarisation en particulier celui à quatre branches représenté à la figure 7.25. Mais à l'aide du théorème de Thévenin, on pourra toujours se ramener au circuit « type ».

Remarque : pour un transistor PNP, on a la représentation figure 7.10 où les courants de base et collecteur sont sortants alors que le courant émetteur est entrant.

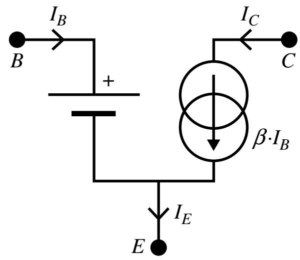


Figure 7.8

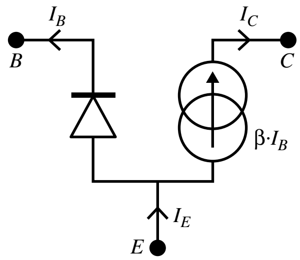


Figure 7.9

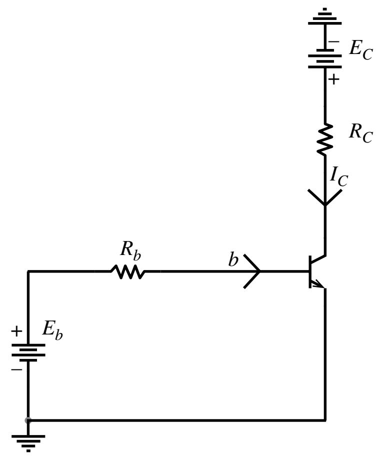


Figure 7.10

On considère le circuit de polarisation suivant :

$E_b = R_b \cdot I_b + V_{BE}$ représente la droite de charge en entrée (1) visualisée sur la figure 7.11.

$E_c = R_c \cdot I_c + V_{CE}$ représente la droite de charge en sortie (2) visualisée sur la figure 7.11.

L'intersection de la loi de Schockley et de la droite (1) dans le quadrant de l'entrée permet de fixer le point de fonctionnement V_{ceo}, I_{bo}.

I_e vérifie la loi de Schockley $Ie = Io[\exp(V_{BE}/VT) - 1]$

avec $V_T = k.T/q$ où k est la constante de Boltzmann, T la température de la jonction Base-émetteur (en degré Kelvin) et q la charge de l'électron.

Lorsque le transistor fonctionne en régime linéaire $I_c = \beta \cdot I_b$ (valeur de I_c pas trop élevé) alors à partir de (1) et (2), on trouvera aisément les valeurs de I_b, I_c, V_{CE}, que l'on peut noter $\boldsymbol{I_{bo}}$**,** $\boldsymbol{I_{co}}$**,** $\boldsymbol{V_{ceo}}$ et qui représentent **le point de fonctionnement (polarisation) du transistor.**

Figure 7.12, un autre circuit de polarisation possible pour l'amplificateur émetteur commun avec ses caractéristiques en figure 7.13.

Ce montage permet d'avoir des courants I_c et I_e fixés par la source de courant et permet donc de s'affranchir des dispersions de β pour fixer le point de fonctionnement.

7.2.1 Caractéristiques statiques

Des courants résiduels existent et sont généralement notés :

- I_{CB0} (ou I_{C0}) : courant résiduel collecteur-base avec $I_E = 0$ (V_{CB} spécifié).
- I_{CE0} : courant résiduel collecteur-émetteur avec $I_B = 0$ (V_{CE} spécifié).
- I_{EB0} : courant résiduel émetteur-base avec $I_C = 0$ (V_{EB} spécifié).

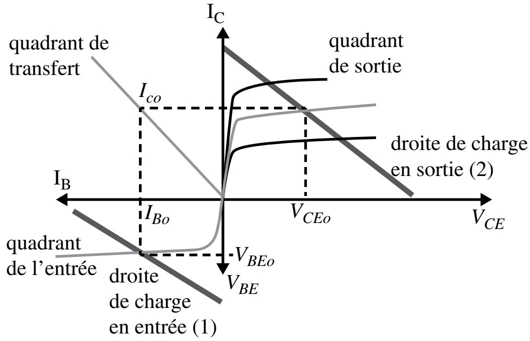


Figure 7.11

Des tensions limites existent et sont généralement notés :

- V_{BR} : tension de claquage d'une diode.
- $V_{BR\cdot CB}$: tension de claquage collecteur-base.
- $V_{BR\cdot CE}$: tension de claquage collecteur-émetteur.
- $V_{CES} = V_{CEsat}$: tension de saturation collecteur-émetteur, avec I_B et I_C spécifiés. $V_{CEsat} \approx 0{,}2\text{V}$ pour le matériau silicium

On note la transconductance base-collecteur : $g_{BC} = 1/r_c$, où r_c désigne la résistance collecteur qui est considérée comme très grande, par conséquent g_{BC} est proche de 0 et est représentée par les pentes des différentes courbes caractéristiques pour différents courant I_b en figures 7.12 et 7.13 dans le quadrant de sortie.

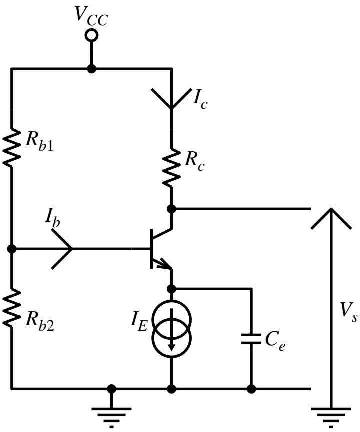


Figure 7.12

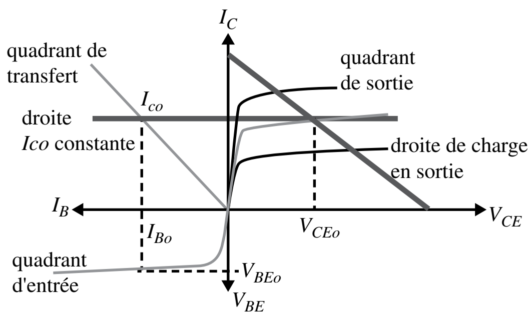


Figure 7.13

On a :

$$I_B = (1-\alpha)I_E + g_{BC}(V_{BE} - V_{CE}) - I_{CB0}$$
$$I_C = \alpha I_E$$

Alors :

$$I_C = \frac{\alpha}{1-\alpha} I_B + \frac{1}{1-\alpha} I_{CB0} + \frac{g_{BC}}{1-\alpha}[V_{CE} - V_{BE}]$$

On a $V_{BE} \ll V_{CE}$ dans le cas normal. En posant $\beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}$ on retrouve en première approximation en négligeant les termes parasites $I_C \approx \beta \cdot I_B$ représentant la formule de l'effet transistor.

La caractéristique : $I_C = f\,(V_{CE}, I_B)$, I_B étant choisi comme paramètre, est indiquée figure 7.14. Chaque courbe correspond à un courant I_B imposé.

On distingue trois régions. La partie linéaire est limitée du côté des V_{CE} faibles par la droite de saturation ΔS, et du côté des V_{CE} élevées par la courbe hyperbolique C_C, précisant la frontière de la zone de claquage.

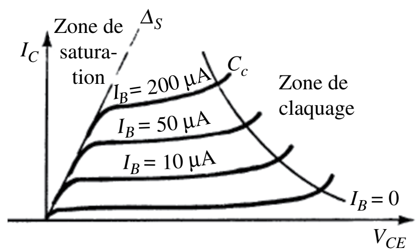


Figure 7.14

7.2.2 L'effet Early

Lorsque V_{CE} augmente, la zone de charge d'espace augmente ce qui réduit d'autant la partie de la base restant active. De ce fait I_c est plus grand que le terme attendu en $\beta \cdot I_b$. Un terme supplémentaire existe donc et est à la fois proportionnel à I_b et à V_{CE}.

Si l'on nomme K ce facteur de proportionnalité, on a : $I_c = \beta \cdot I_b + K \cdot I_b \cdot V_{CE}$

La tension d'Early V_A correspond à $-V_{CE}$ lorsque $I_c = 0$, quel que soit I_b.

Donc $V_A = \beta / K$ est ici une valeur constante et positive.

Toutes les caractéristiques $I_c = f(V_{CE})$ de la zone saturée, paramétrées avec I_b convergent alors vers ce point particulier de la tension d'Early. Voir figure 7.15.

La résistance collecteur en sortie dans la zone saturée $r_c = \dfrac{dV_{CE}}{dI_C}$ est donc égale approximativement à $r_c = \dfrac{V_A}{I_C}$.

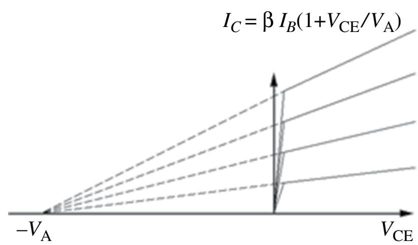


Figure 7.15

Dans le cas où V_A est très grand, $\dfrac{1}{r_c}$ est quasi nul, et les pentes des caractéristiques dans le quadrant (I_c, V_{CE}) sont approximées horizontales.

7.3 Modèle dynamique « petits signaux »

Comme dans tout circuit, on peut superposer le circuit fonctionnant en **régime statique** avec le circuit fonctionnant en **régime dynamique**.

On pourra étudier séparément les circuits correspondant à ces 2 régimes puis on pourra additionner les valeurs de courant ou de tension trouvées pour obtenir les valeurs (de courant ou de tension) du circuit réel complet.

La tension réelle V_{BE} est décomposée en une partie statique (continue) V_{BEO} (fixe) et en une partie dynamique variable v_{be} (variable).

et donc $V_{BE} = V_{BEO} + v_{be}$

Il en va de même pour $V_{CE} = V_{CEO} + v_{ce}$ ainsi que pour les courants

$I_B = I_{BO} + i_b$ et $I_C = I_{CO} + i_c$

Ci-dessous sur la figure 7.16, on visualise les variations (généralement sinusoïdales) autour du point de fonctionnement V_{BEO}, I_{Bo} sur le quadrant d'entrée à partir de l'entrée V_{BE}. Le quadrant intermédiaire permet de transmettre les variations de I_B à I_c.

Le quadrant de sortie permet grâce à la droite de charge de transmettre les variations de I_c à V_{CE}.

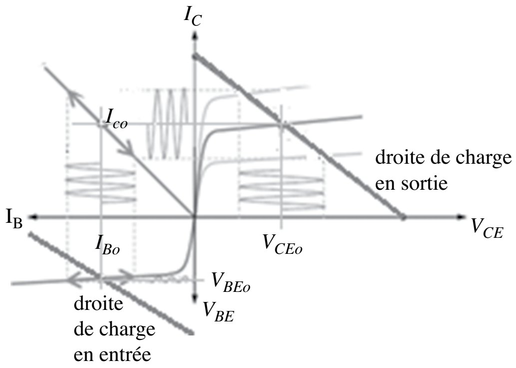


Figure 7.16

Dans le quadrant d'entrée (V_{BE}, I_B), le coefficient $r_\pi = \dfrac{dV_{BE}}{dI_B}$ au point de fonctionnement I_{Bo} représente la tangente à la loi de Schockley $I_B = f(V_{BE})$ entre émetteur et base ; ccette tangente a la dimension inverse d'une résistance.

En régime dynamique, pour de petites variations « petits signaux », on fait en général l'approximation de la linéarité entre courant et tension :

$V_{BE} = r\pi \cdot i_b$ ou encore $i_c = g_m . v_{BE}$

Où la transconductance est définie comme suit : $g_m = \dfrac{dI_c}{dV_{BE}} = \dfrac{dI_C}{dI_B} \cdot \dfrac{dI_B}{dV_{BE}} = \dfrac{\beta}{r_\pi}$

En dérivant la loi de Schockley appliquée à la jonction base/émetteur (comme vu au chapitre 4 pour la diode), on trouve :

$$r_\pi = \frac{kT/e}{I_{Bo}}$$

Soit $r_\pi = \frac{25mV}{I_{Bo}}$ pour un fonctionnement à température ambiantes T = 300 K.

En faisant la synthèse des éléments décrits, on arrive à la construction d'un premier modèle simple en régime dynamique avec un courant de base entrant

r_c étant en général très grand, elle peut être considérée comme infinie.

Dans ce cas, r_c peut ne pas être réprésentée dans un modèle simplifié du transistor.

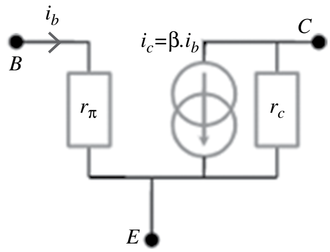


Figure 7.17

Remarque : pour le transistor PNP, la source de courant i_c a son sens inversé et le courant de base est sortant.

Dans un schéma équivalent plus complet décrit ci-dessous, on introduit des éléments secondaires.

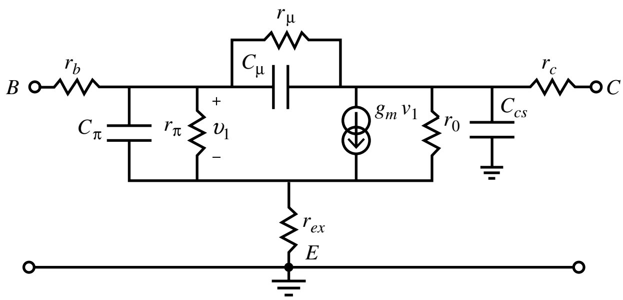


Figure 7.18 $g_m = \beta/r_\pi$ désigne ici la transconductance de l'amplificateur à transistor bipolaire

- C_{cs} : capacité parasite entre le collecteur et le substrat.
- r_b, r_{ex}, r_{cont} : résistances liées au contact métal semi-conducteur.
- $C_\pi = \frac{dQ_{BE}}{dV_{BC}} = C_b + C_{je}$: capacité de la jonction base-émetteur avec C_b, liée aux charges stockées et C_{je}, capacité inverse de la jonction base-émetteur. La capacité C_π est directement liée à la vitesse de commutation du transistor.
- r_μ : résistance collecteur base.

$$r_\mu = \frac{dV_{CB}}{dI_B} = \frac{dV_{CB}}{dI_c}\frac{dI_c}{dI_B} \approx \frac{dV_{CE}}{dI_c}\frac{dI_c}{dI_B} = \beta.r_c$$

- C_μ : capacité de la jonction collecteur-base.

Description du transistor bipolaire par ses paramètres hybrides h

Les paramètres hybrides sont couramment utilisés par les fabricants (fondeurs) pour décrire les caractéristiques du transistor bipolaire. Les paramètres h sont souvent mesurés dans la configuration « Émetteur à la masse ».

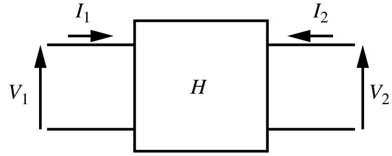


Figure 7.19

On rappelle la définition de la matrice en paramètres hybrides :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Soit $V_1 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot V_2$,
$I_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2$,
avec les interprétations respectives de chaque paramètre :

- h_{11} impédance d'entrée, sortie en court-circuit ($V_2 = 0$).
- h_{12} réaction en tension de la sortie sur l'entrée en circuit ouvert ($I_1 = 0$).
- h_{21} gain en courant, sortie en court-circuit ($V_2 = 0$).
- h_{22} admittance de sortie, entrée en circuit ouvert ($I_1 = 0$).

La matrice des paramètres hybrides est à appliquer ici au transistor (figs 7.20 et 7.21)

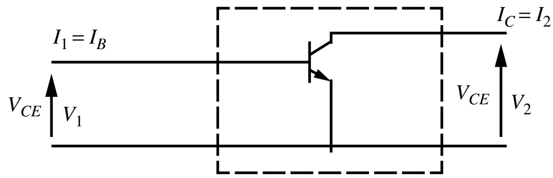


Figure 7.20

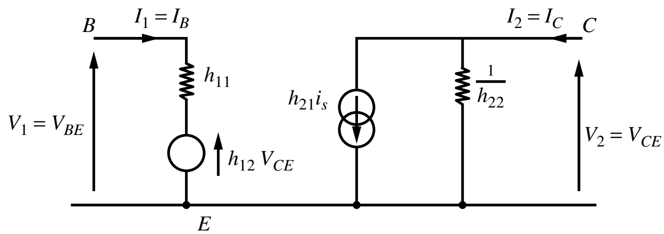


Figure 7.21

Identification des paramètres en regard des notations constructeurs :

- $h_{11} = h_{ie} = r_{bb}' + r_\pi$ avec r_{bb}' est la résistance parasite de contact ohmique.
- $h_{12} = 0$.

- $h_{21} = \beta$.
- $h_{22} = h_{OE} = 1/r_c$ avec $r_c = \mathrm{d}V_{CE}/\mathrm{d}I_c$.

7.4 Les amplificateurs à transistors bipolaires

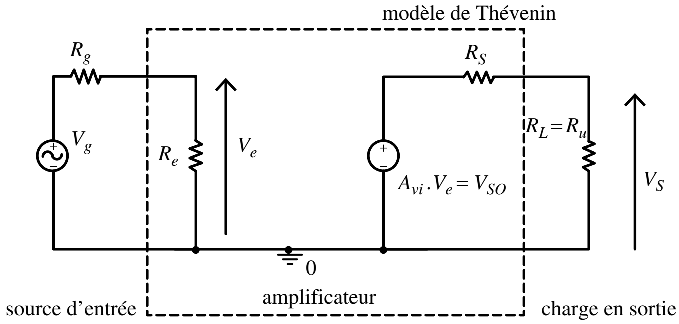


Figure 7.22

La figure 7.22 représente le circuit général d'un amplificateur avec en entrée une source de tension associée à sa résistance interne R_g et en sortie une charge résistive $R_L = R_u$.

Aux bornes de la tension d'entrée Ve se trouve **la résistance d'entrée** R_e de l'amplificateur.

Le **coefficient intrinsèque d'amplification en tension** A_{vi} est égal à V_{so}/V_e où V_{so} est la tension issue de la source de tension liée de l'amplificateur. V_{so} représente la tension disponible en sortie en amont de la **résistance de sortie** R_s de l'amplificateur.

Ce coefficient correspond au **gain en tension intrinsèque** lorsque on veut exprimer sa valeur en décibel (20.log Avi).

$\boldsymbol{R_e}$**,** $\boldsymbol{R_s}$ **et** $\boldsymbol{A_{vi}}$ représentent **les trois principales caractéristiques d'un amplificateur outre sa linéarité**.

La sortie de l'amplificateur peut également être représentée figure 7.23 grâce à la transposition Thévenin-Norton où la source de tension liée de la figure 7.18 est remplacée par une source de courant liée.

Le coefficient composite d'amplification en tension est noté $\text{Avc} = \dfrac{Vs}{Vg}$.

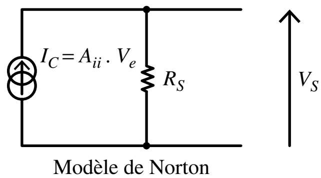


Figure 7.23

Ce coefficient est fonction du coefficient intrinsèque d'amplification en tension, des résistances d'entrée R_e, de sortie R_s, de la résistance interne de la source R_g et de la résistance de charge R_u comme l'indique la relation ci-dessous.

$$\text{Avc} = \frac{V_s}{V_g} = \frac{V_s}{V_{so}}.\frac{V_{so}}{V_e}.\frac{V_e}{V_g} = \frac{R_u}{R_u + R_s}.\frac{V_{so}}{V_e}.\text{Avi}.\frac{\text{R}_\text{e}}{R_g + \text{R}_\text{e}}$$

En base et moyenne fréquences, l'amplificateur idéal aurait donc $R_e \gg R_g$ et $R_s \ll R_u$ pour une efficacité d'amplication idéale.

Les trois grands types d'amplification à transistor à bipolaire en classe A (permettant l'amplification complète d'une période de la tension d'entrée) sont indiqués figure 7.24.

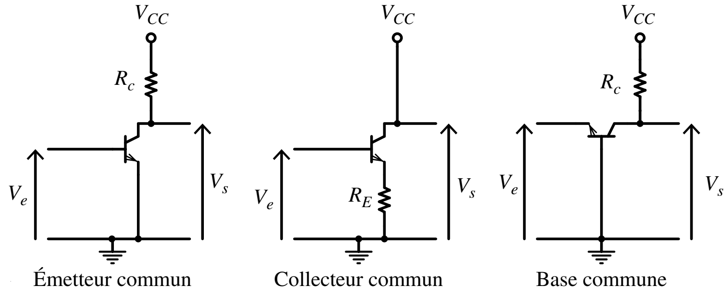


Figure 7.24

7.4.1 Amplificateur à émetteur commun (EC)

La tension réelle V_{BE} est décomposée en une partie statique V_{BEo} (fixe) et en une partie dynamique v_{be} (variable) : $V_{BE} = V_{BEo} + v_{be}$

Il en va de même pour $V_{CE} = V_{CEo} + v_{ce}$

ainsi que pour les courants $I_B = I_{Bo} + i_b$ et $I_C = I_{Co} + i_c$

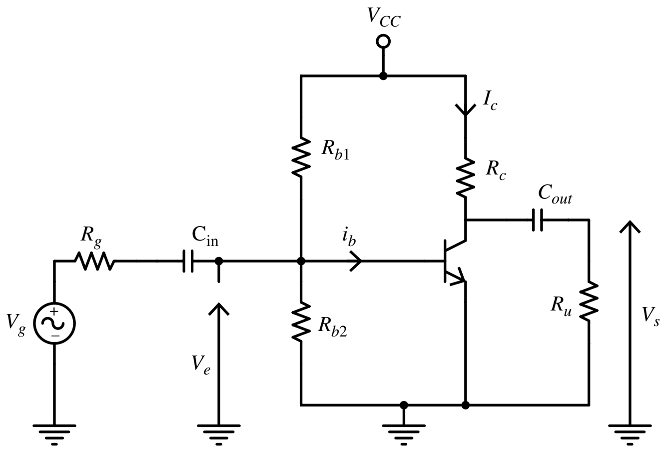


Figure 7.25

- Étude statique : les condensateurs C_{in} et C_{out} sont des circuits ouverts (cas idéal).

Les sources alternatives sont éteintes (V_g éteint ici).

En appliquant le théorème de Thévenin entre la base et la masse, on obtient en régime statique le circuit simplifié suivant avec

- $E_{th} = \dfrac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}}.V_{CC}$ et $R_{th} = \dfrac{R_{B1} \cdot R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}}$ c'est dire R_{B1} en parallèle avec R_{B2}.

On a $E_{th} = R_{th} \cdot I_b + V_{be} = R_{th} \cdot I_b + V_{BE}$ (1) : droite de charge en l'entrée avec $V_{be} = 0{,}6$ V (fig. 7.26).

$V_{cc} = R_c \cdot I_c + V_{ceo}$ (2) : droite de charge en sortie (fig. 7.26).

Donc l'équation (1) fixe I_{bo}.

Alors $I_{co} = \beta \cdot I_{bo}$ est également fixé.

Puis l'équation (2) fixe également V_{ceo}.

Le régime statique impose donc le point de fonctionnement : I_{bo}, I_{co}, V_{ceo}.

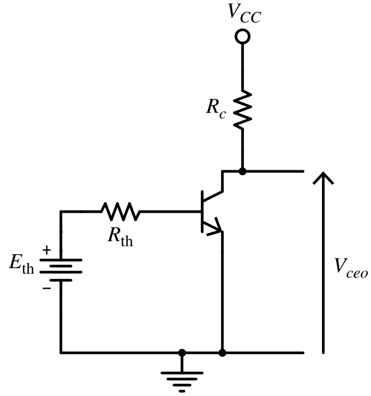


Figure 7.26

- **Étude dynamique** : C_{in} et C_{out} sont considérées comme idéales aux fréquences de v_g utilisées c'est-à-dire comme des court-circuits.

Les sources de tension continues sont alors éteintes, c'est le cas de V_{cc} ici (voir fig. 7.27).

On se place à $R_u = +\infty$ pour obtenir le gain intrinsèque.

On a $V_{be} = i_b \cdot r_\pi$.

$V_s = -\beta \cdot i_b \cdot R_c$

Alors le **gain intrinsèque** est $A_{vi} = \dfrac{V_s}{V_e} = \dfrac{-\beta \cdot R_c}{r_\pi}$

On pose R_{in} comme **étant** égale à $r\pi$ en parallèle avec R_{th}

R_{in} est ici identifié comme étant la **résistance d'entrée** et **la résistance de sortie** est ici identifiée à R_c en figure 7.27.

Lorsque R_u n'est pas infinie, on peut poser R_{c1} comme étant égale à R_c en parallèle **avec** R_u. Alors le **gain composite en tension** est donné directement par

$$A_{vc} = \frac{V_s}{V_g} = \frac{V_s}{V_e}\,\frac{V_e}{V_g} = A_{vi}\,\frac{V_e}{V_g} = \frac{-\beta \cdot R_{c1}}{r_\pi} \cdot \frac{R_{in}}{R_{in} + R_g}$$

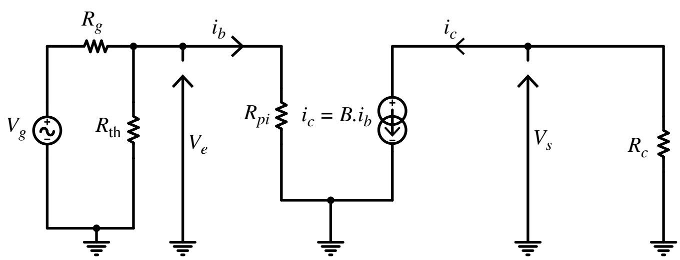


Figure 7.27

Excursion maximale de la tension de sortie

L'excursion maximale possible est obtenue comme étant le minimum de ΔV_{CE1} et de ΔV_{CE2} sur la droite dynamique de charge de la figure 7.28. Le point P est donc choisi comme point milieu [V_{CEmin} ; V_{CEmax}] pour obtenir un maximum de dynamique du signal sans déformation.

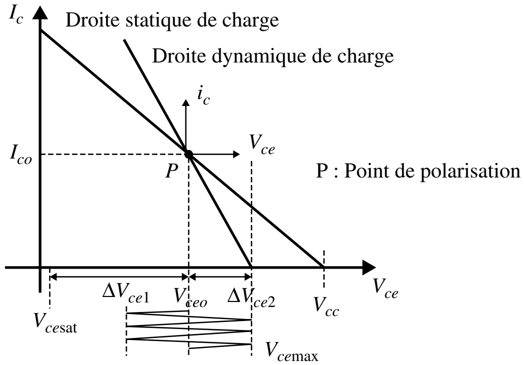


Figure 7.28

ΔV_{CE1} délimite la saturation (tension limite inférieure de V_{CE}) $V_{CE\min} = V_{cesat} = 0{,}2$ V pour le silicium alors que la tension limite supérieure $V_{CE\max}$ délimite le blocage du transistor.

7.4.2 L'amplificateur à collecteur commun (CC)

Le montage pratique le plus courant de l'amplificateur collecteur commun est représenté en figure 7.29 avec son équivalent en petits signaux (fig. 7.30) :

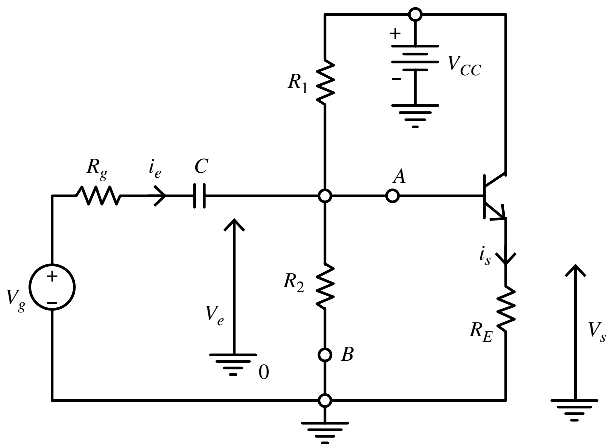


Figure 7.29

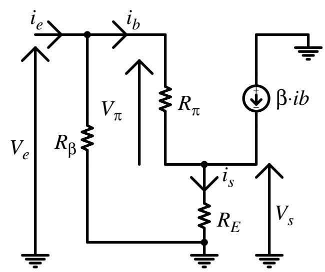


Figure 7.30

L'étude statique se fait de la même façon que pour l'amplificateur à émetteur commun.

L'étude dynamique se fait de la même façon qu'en émetteur commun, en remplaçant le transistor par son modèle équivalent petits signaux. On pose R_B comme étant R_1 en parallèle avec R_2.

On a $V_e = V_\pi + V_s = i_b \cdot [\, r_\pi + (\beta + 1) \cdot R_E] \approx i_b \cdot (r_\pi + \beta \cdot R_E)$.

Posons R_{in} comme étant $r_\pi + \beta \cdot R_E$ en parallèle avec R_B.

On suppose l'impédance du condensateur C négligeable aux fréquences utilisées.

Alors la **résistance d'entrée** est $R_e = \dfrac{V_e}{i_e} = R_{in}$

Détermination du **gain intrinsèque en tension**

$V_s = i_b \cdot (\beta + 1)\cdot R_E \approx \mathrm{i_b}\cdot(\mathrm{r}_\pi + \beta\cdot R_E)$.

De plus $V_e \approx i_b\cdot[\, r_\pi + \beta\cdot R_E]$.

D'où $A_{vi} = \dfrac{V_s}{V_e} = \dfrac{\beta.R_E}{\beta\cdot R_E + r_\pi}$

Si $\mathrm{r}_\pi \ll \beta\cdot\mathrm{R_E}$ alors $\boldsymbol{A_{vi} \approx 1}$

Le gain intrinsèque en courant est déterminé comme suit

$A_i = \dfrac{i_s}{i_e} = \dfrac{V_s\ /R_E}{V_e\ /\ R_{in}} = \dfrac{R_{in}}{R_E}$

Détermination de la résistance de sortie $\boldsymbol{R_s}$ lorsque $V_e = 0$

Plaçons une source de tension variable V_s en sortie avec un courant généré comme indiqué figure 7.31.

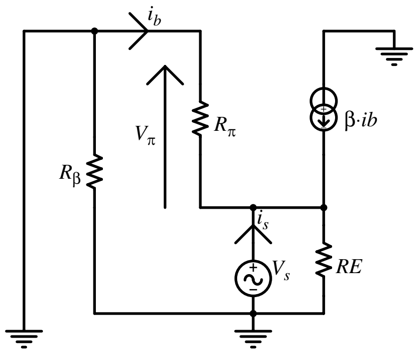


Figure 7.31

On a alors $V_s = -\, r_\pi\cdot i_b$ et $V_s = R_E\cdot[i_s + (\beta + 1)\cdot i_b]$

En éliminant i_b entre les 2 équations précédentes, il vient :

$\dfrac{1}{R_s} = \dfrac{i_s}{V_s} = \dfrac{1}{R_E} + \dfrac{1}{\dfrac{r_\pi}{\beta+1}}$ et donc R_s est égal à R_E en parallèle avec $\dfrac{r_\pi}{\beta+1}$

7.4.3 L'amplificateur à charges réparties

Il s'apparente beaucoup au montage émetteur commun (fig. 7.32).

Son coefficient d'amplification intrinsèque en tension $A_{vi} = -R_c/R_e$ est indépendant de β. Le montage à charges réparties est intéressant pour l'interchangeabilité des transistors.

7.4.4 L'amplificateur à base commune (BC)

Ici $V_{BE} = V_e$ donc lorsque $V_{BE} < 0{,}6$ V c'est-à-dire $V_e > -0{,}6$ V alors le **transistor est bloqué** et $V_s = V_{cc}$ (figs 7.33 et 7.34)

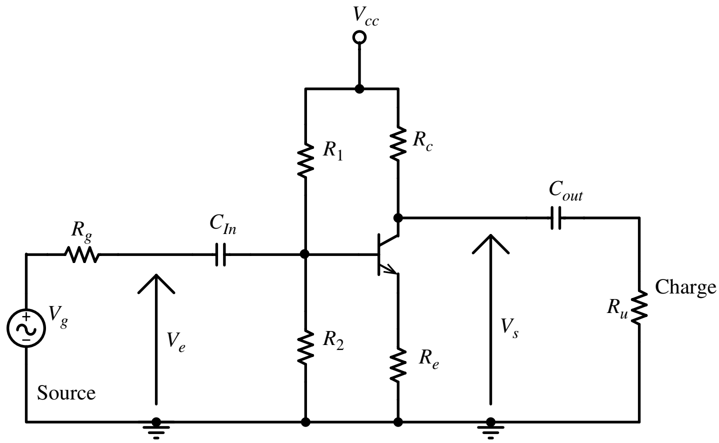
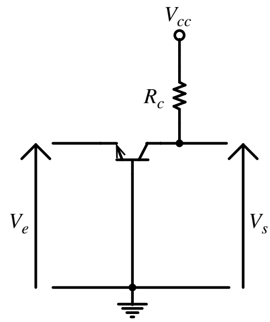


Figure 7.32



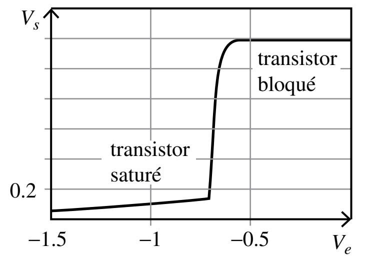


Figure 7.33

Figure 7.34

Lorsque $V_e < -0{,}6$ V le **transistor est saturé** on a $V_s = V_{CEsat} \approx 0{,}2$V. (Voir figures 7.33 et 7.34.)

V_{be} étant directement contrôlé par V_{in} possède ici une zone linéaire très étroite de l'ordre de 0,1 V où le coefficient d'amplification en tension $A_v = \beta \cdot R_c / r_\pi$ est grand (identique au montage émetteur commun au signe près).

En fin de compte, on peut interpréter ce montage comme permettant directement de passer du transistor saturé en transistor bloqué ou inversement. Ce type de montage permet par exemple d'amplifier directement des signaux de faible amplitude en HF en réception de données provenant de satellites par exemple.

7.4.5 Synthèse des trois types d'amplification à transistors bipolaires

Limitation en fréquences en entrée et en sortie de l'amplificateur

Faisons l'étude des circuits sur la figure 7.35.

On trouve $\dfrac{V_e}{V_g} = \dfrac{R_e}{R_e + \dfrac{1}{j.C_{in}.\omega} + R_g}$ et $\dfrac{V_s}{A_v.V_g} = \dfrac{R_L}{R_L + \dfrac{1}{j.C_{out}.\omega} + R_s}$

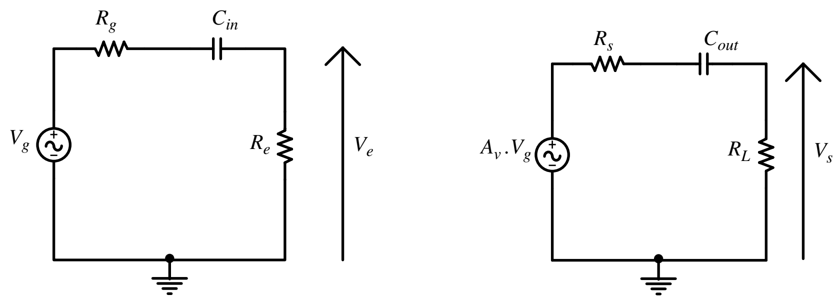


Figure 7.35

Les condensateurs de liaisons C_{in} et C_{out} amènent l'amplificateur à se comporter donc en filtre passe-haut avec une fréquence de coupure basse notée ici $f_{\min}$.

La limitation $f_{\max}$ en hautes fréquences de l'amplificateur est essentiellement due à la capacité (parasite ou non) de la charge présente en sortie du circuit qui crée ainsi un filtre passe-bas.

En fin de compte, le module de la fonction de transfert dans le diagramme de Bode G (figure 7.36) résume les deux limitations précitées.

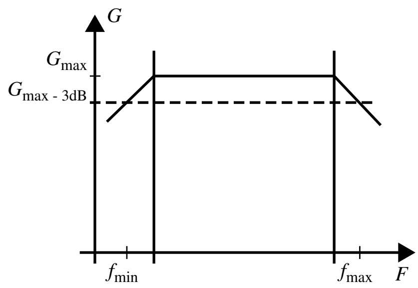


Figure 7.36

Tableau 7.1

	Émetteur commun EC	Collecteur commun CC	Base commune BC
A_v	Très grand (négatif) (< – 100)	1	Très grande (> 100)
A_i	Grand (> 50)	Grand (négatif) (–50)	Petite (négatif)
R_e	Moyenne (1 kΩ)	Grande (> 100 kΩ)	Petite (< 20 Ω)
R_s	Moyenne (50 kΩ)	Petite (< 100 Ω)	Très grande (> 1 MΩ)
Applications	Amplification tension ou courant	Adaptateur d'impédance	Amplificateur en tension HF

Les ordres de grandeur du tableau 7.1 sont indiqués entre parenthèse.

7.4.6 Amplificateurs à transistors bipolaires sur plusieurs étages

Cascade d'étages utile lorsque :

- le gain d'un seul étage est insuffisant ;
- les impédances d'entrée ou de sortie sont inadaptées (puissance ou HF).

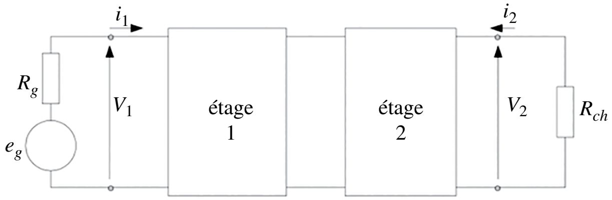


Figure 7.37

Exemples d'associations :

- EC+EC : gain élevé en tension ou en courant ;
- CC+EC : impédance du générateur d'entrée très élevée ;
- EC+CC : impédance de charge faible (audio pour Hi-Fi) ;
- CC+CC : fort gain en courant (amplificateur de puissance).

7.5 Sources de courants à transistors bipolaires

7.5.1 Source de courant à un seul transistor

On considère le circuit de la figure 7.38 comportant un transistor bipolaire de type PNP. On peut montrer que ce circuit est équivalent à celui de la figure 7.39, c'est-à-dire à une source de courant débitant sur la charge R_L placée entre sa sortie et la masse.

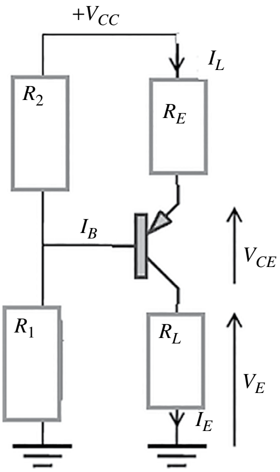


Figure 7.38

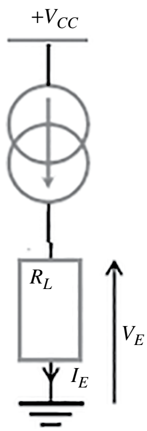


Figure 7.39

Tout d'abord, on pourra utiliser le théorème de Thévenin entre la base et la masse pour obtenir 1ère simplification.

$$E_{\text{th}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{\text{CC}} \text{ et } R_{\text{th}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Le courant délivré par la source est égal à $I_L = \dfrac{V_{cc} - E_{\text{th}} + V_{BE}}{R_{\text{E}} + \dfrac{R_{\text{th}}}{\beta}}$

Avec $V_{BE} = -0{,}6\text{V}$ pour le silicium. Si $R_E \gg \dfrac{R_{\text{th}}}{\beta}$ alors $I_L = \dfrac{V_{cc} - E_{\text{th}} + V_{BE}}{R_E}$

La source de courant délivre donc un courant I_L constant dépendant de R_E. Ainsi la valeur de R_E permettra d'ajuster la valeur du courant délivrée par la source. Pour autant la résistance de charge ne doit pas être trop grande sous peine de saturer le transistor. La condition pour que le transistor reste dans sa zone linéaire est que $V_{CE} > V_{CE\text{sat}}$.

$I_L \approx I_C$ au courant de base près qui reste petit devant I_C.

Or $V_{cc} = R_C \cdot I_L + V_{CE} + R_L \cdot I_L \Leftrightarrow V_{CE} = V_{CC} - I_L \cdot (R_C + R_E)$.

En fin de compte $V_{CC} - I_L\,(R_L + R_E) > V_{CE\text{sat}}$

Le transistor n'atteint pas la saturation tant que $R_L < R_{L\max}$ avec $R_{L\max} = \dfrac{V_{CC} - V_{CE\text{sat}}}{IL}$.

La résistance à travers laquelle s'écoule le courant de source doit rester inférieure à cette résistance seuil $R_{L\max}$.

7.5.2 Source à miroir de courant

On considère le schéma de la figure 7.40 comportant 2 transistors bipolaires identiques de type NPN T_1 et T_2. On va montrer que ce montage est équivalent à une source de courant contrôlé débitant à travers le circuit placé au-dessus du transistor T_2.

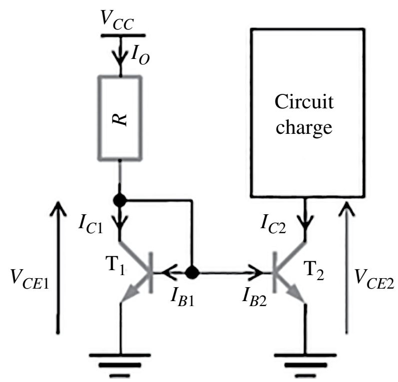


Figure 7.40

D'après la loi de Schockley et lorsque les 2 transistors sont identiques en taille et en caractéristiques on a :

$$V_{BE1} = V_{BE2} \Rightarrow I_{C1} \approx I_{C2}$$

I_{C2} est l'image du courant IC1 grâce à ce montage qui se comporte comme un miroir de courant.

$I_{C2} \approx I_{C1} \approx Io = \dfrac{V_{CC} - V_{BE1}}{R}$ Avec $V_{BE1} = 0{,}6$ V avec le matériau Silicium.

Par conséquent quel que soit le circuit placé au-dessus du transistor T_2, sera parcouru par le courant Io contrôlé par le transistor T_1.

8 Transistors à effet de champ (TEC)

8.1 Description, symboles, fonctionnement et caractéristiques

Un brevet déposé par Julius E. Lilienfield en 1930 aux États-Unis en décrivait déjà le principe. Pourtant ce n'est que dans les années 1960 que les premiers transistors à effet de champ (FET pour *Field Effect Transistor*) apparurent sur le marché grâce au matériau silicium, les effets de surface qui empêchaient son fonctionnement ayant été neutralisés par l'introduction d'une couche de passivation en SiO_2.

8.1.1 Le transistor à effet de champ de type jonction PN

Junction Field Effect Transistor (JFET)

Il en existe deux types à canal n dont les porteurs majoritaires sont les électrons et à canal p dont les porteurs majoritaires sont des trous.

Ces transistors sont essentiellement disponibles en composant discret.

La grille contrôle le passage d'un courant I_d entre la source et le drain.

On définit :

- $V_{GS} = V_G - V_S$ la tension grille-source.
- V_{GSoff} la tension grille-source au blocage.
- $V_{DS} = V_D - V_S$ la tension drain-source.
- I_d, I_s les courants de drain et de source $I_d \approx I_s$.
- I_{dss} le courant de drain à $V_{GS} = 0$, à tension grille-source en court-circuit (*Shorted Gate Source*).

Ce type de transistor présente une analogie certaine avec le transistor bipolaire, la grille peut être comparée à la base, la source à l'émetteur et le drain au collecteur.

Canal n

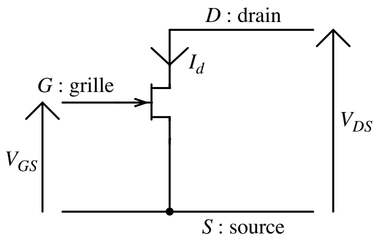


Figure 8.1 $V_{GS} < 0$ et $V_D > V_S$

Canal p

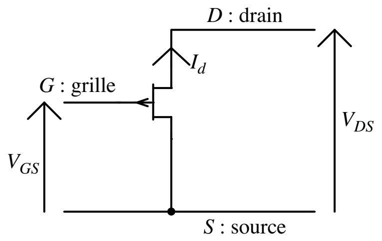


Figure 8.2 $V_{GS} > 0$ et $V_S > V_D$

Le fonctionnement du JFET canal p est identique au JFET canal n mais avec un courant de trous I_d dirigé de la source vers le drain.

Fonctionnement qualitatif du JFET à canal n

À la jonction PN, une zone de charge d'espace (ZCE) vide de porteurs (électrons ou trous) apparaît, le nombre d'électrons émis depuis la source est proportionnel à la tension V_{DS} tant que le canal ne sera pas pincé par sa ZCE en hachuré sur les figures 8.3 et 8.4. C'est la zone ohmique de la caractéristique $I_d = f(V_{DS})$ à V_{DS1} par exemple.

Lorsque la tension $V_{GS} = 0$, le canal ne peut être pincé (fig. 8.4) que grâce à une tension $V_{DS} > V_p$.

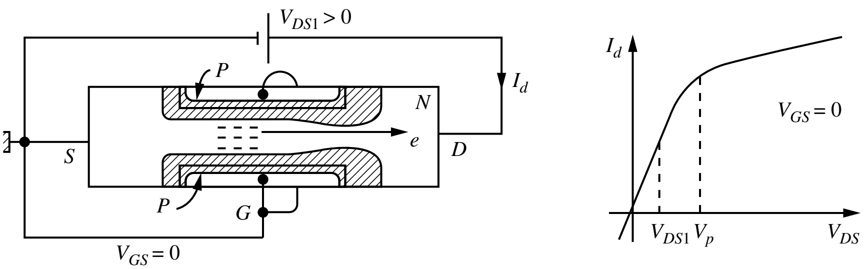


Figure 8.3

Pour $V_{DS} = V_p$ le début du pincement intervient et un effet de saturation se produit : les électrons émis ont à diffuser à travers la ZCE et le courant I_d atteint la saturation et n'est plus proportionnel à V_{DS}.

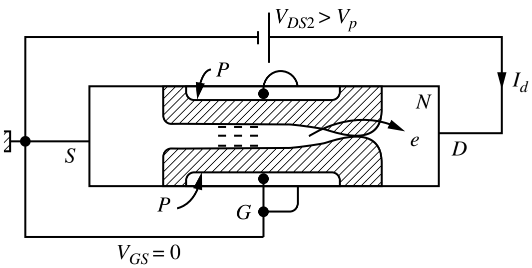


Figure 8.4

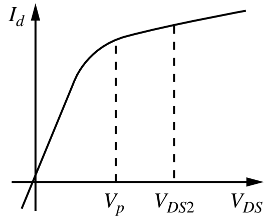


Figure 8.5

Pour pincer le canal (avec V_{DS} proche de zéro) avec V_{GS}, il est nécessaire d'imposer la tension limite V_{GSoff} à V_{GS} qui est négative ici.

En résumé il y a deux approches de pincement du canal semi-conducteur : $V_{GS} = 0$, V_{DS} variable correspondant au pincement du canal pour $V_{DS} = V_p$ et $V_{ds} > V_p$

$V_{DS} = 0$, V_{GS} variable correspondant au pincement du canal pour $V_{GS} = V_{GSoff}$;

on en déduit donc que $-V_{GSoff} \simeq V_p$.

Caractéristiques du JFET canal n

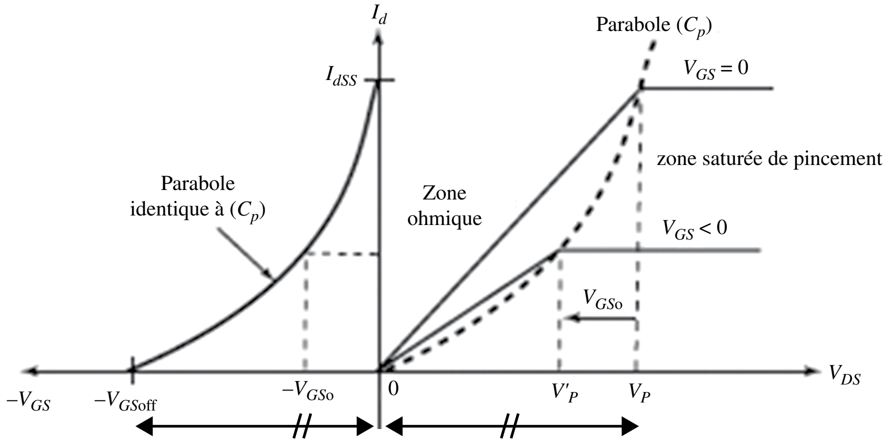


Figure 8.6

En fonctionnement normal, on doit toujours avoir : $V_{GS} < 0$, région d'appauvrissement ($-V_{GS} > 0$).

On admet que le courant I_d, fonction de l'entrée V_{GS}, vérifie l'approximation parabolique : $I_d = I_{dss} \cdot \left(\dfrac{V_p + V_{GSO}}{V_p} \right)^2$

Pour la caractéristique de sortie, I_d est quasiment indépendant de V_{DS} dans la zone de pincement du canal (saturation).

Dans la zone ohmique, I_d croît quand V_{DS} augmente (I_d proportionnel à V_{DS}).

La limite entre la zone ohmique et la zone de saturation (courbe C_p) correspondant au début du pincement du canal est déterminée par :

$V'_p = V_p + V_{GSO}$ où V_p est fixe. Alors l'équation $I_d = I_{dss} \cdot \left(\dfrac{V'_p}{V_p} \right)^2$ est représentée par la courbe (C_p) parabolique avec l'entrée V_{DS}.

$V'_p = V_p + V_{GSO}$ représente la tension V_{DS} nécessaire au début du pincement du canal (saturation).

On définit les paramètres suivants :

$g_m = \dfrac{\mathrm{d}I_d}{\mathrm{d}V_{GS}}$, la transconductance du transistor ;

$g_{m0} = \dfrac{\mathrm{d}I_d}{\mathrm{d}V_{GS}}$ à $I_d = I_{dss}$ c'est-à-dire à $V_{GS} = 0$;

$g_{0s} = \dfrac{\mathrm{d}I_d}{\mathrm{d}V_{DS}}$, conductance dynamique en sortie lorsque I_d est saturé ;

$G_0 = \dfrac{1}{r_{DSon}} = \dfrac{I_d}{V_{DS}}$, conductance statique dans la zone ohmique.

Du fait que $-V_{GSoff} = V_p$, l'approximation parabolique du courant I_d est exprimée par la formule :

$$I_d = I_{dss} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right)^2 \qquad (8.1)$$

Par le fait que $V_p = -V_{GSoff}$, les deux paraboles (C_p) dessinées sur l'abscisse V_{GS} et sur l'abscisse V_{DS} sont donc translatées l'une l'autre.

La transconductance g_m peut alors également être déduite de l'approximation parabolique (8.1) :

$$g_m = \frac{\mathrm{d}I_d}{\mathrm{d}V_{GS}} = \frac{2.I_{dss}}{V_p}\left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p}\right)$$

On pose que $g_{m0} = \dfrac{2.I_{dss}}{V_p}$ à $V_{GS} = 0$

Alors $g_m = g_{m0} \cdot \left(1 + \dfrac{V_{GS}}{V_p}\right)$ *et* $g_m = g_{m0} \cdot \sqrt{\dfrac{I_d}{I_{dss}}}$

8.1.2 Le transistor à effet de champ de type métal-isolant-semi-conducteur (MISFET)

La tension imposée sur la grille induit ou transforme le canal de conduction des porteurs dans le semi-conducteur au travers de l'isolant.

Lorsque l'isolant est un oxyde, on parle plus précisement de MOSFET à la place de MISFET.

Dans le cas du matériau silicium, on utilise généralement l'oxyde de silicium SiO_2 comme isolant.

Ci-dessous le dessin en coupe d'un MOSFET sans canal *n* préexistant dit « normalement bloqué ».

Dans ce cas (fig. 8.8), un canal d'inversion n à charges négatives n'est créé que grâce à une tension positive V_{GS} imposée sur la grille par enrichissement.

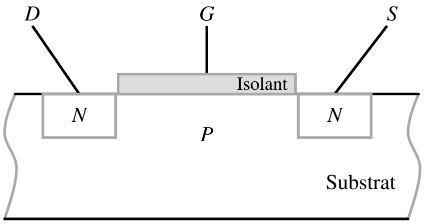


Figure 8.7 Ce transistor ne peut se débloquer que par enrichissement du canal semi-conducteur

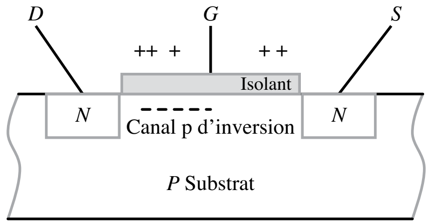


Figure 8.8

MOSFET à canal initial créé par dopage

L'appauvrissement (*depletion* en anglais) ou l'enrichissement (*enhancement* en anglais) sont possibles par le contrôle du potentiel de grille.

Dans le cas d'un canal n préexistant par dopage, le transistor est dit « normalement passant », il faut imposer une tension $V_{GS} < 0$ pour l'inverser en l'appauvrissant pour réduire ou même annuler ce canal.

Le point B qui désigne ici le substrat est généralement relié à la source.

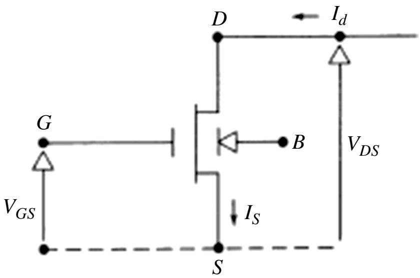


Figure 8.9 Canal n avec $V_D > V_S$

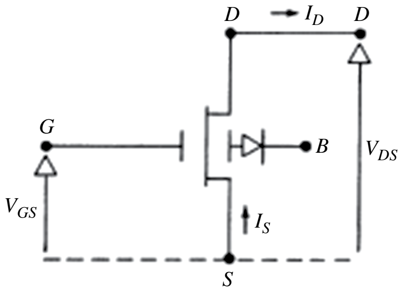


Figure 8.10 Canal p avec $V_S > V_D$

Ici I_D désigne le courant sortant du drain.

Les caractéristiques associées sont du type :

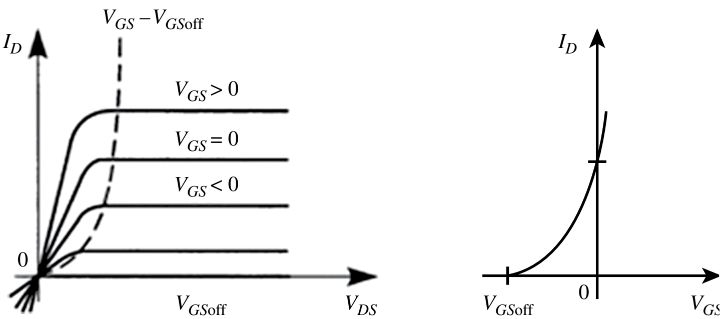


Figure 8.11

Nous présentons ci-après, d'autres symboles très utilisés.

L'accès B, relié au substrat, peut être connecté à un potentiel fixe ou à la source S.
On admet pour la caractéristique d'entrée avec $V_T \approx -V_{GSoff}$:

$$I_d = I_{dss} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T}\right)^2$$

Mais cette fois, on peut avoir en fonctionnement normal $V_{GS} > 0$ ou $V_{GS} < 0$.
Si $V_{GS} \leq 0$, $I_D < I_{SS}$, le transistor FET-MOS est polarisé dans la région à appauvrissement.
Si $V_{GS} > 0$, $I_D > I_{SS}$, le transistor FET-MOS est polarisé dans la région à enrichissement.
En ce qui concerne les caractéristiques de sortie, I_d est quasiment indépendant de V_{DS} dans la zone de pincement, comme dans le cas du transistor FET à jonction.
La perte (C_p) sépare la zone ohmique de la zone de pincement.

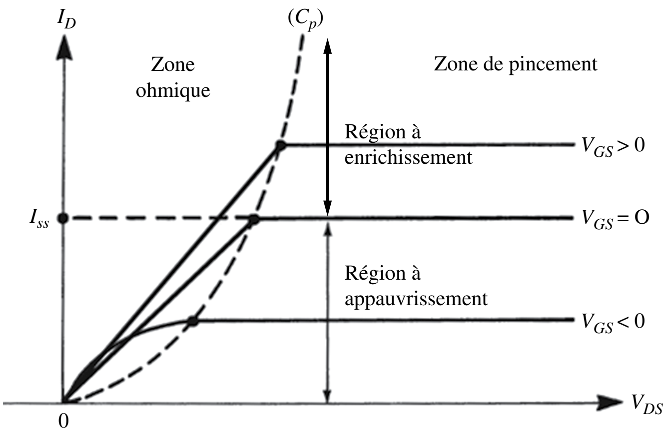


Figure 8.12

MOSFET à canal n induit par enrichissement par contrôle du potentiel de grille

***Canal* n**

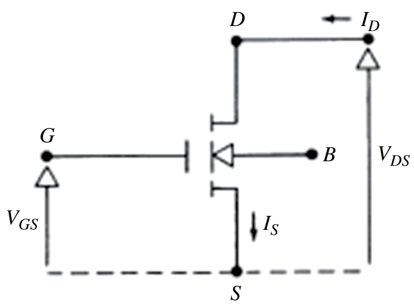


Figure 8.13 $V_D > V_S$

***Canal* p**

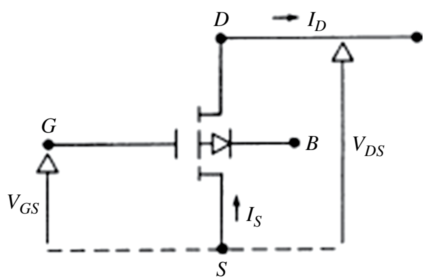


Figure 8.14 $V_S > V_D$

Les caractéristiques associées sont du type décrit dans la figure 8.15

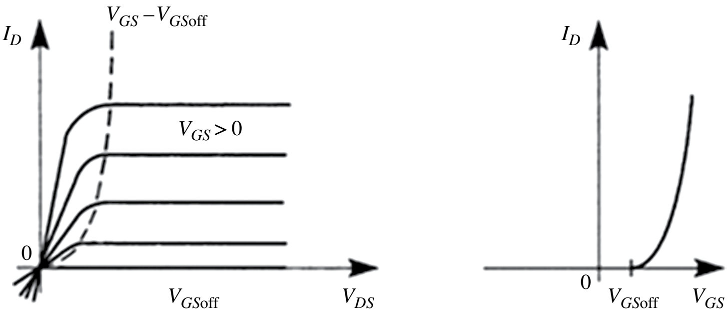


Figure 8.15

Dans ce cas le passage d'un courant I_d ne peut se faire que par enrichissement grâce à la création d'un canal d'inversion induit par la tension $V_{GS} > 0$.

Notons que pour **un canal p initial ou induit**, les caractéristiques sont identiques mais on a un courant I_D entrant par le drain et V_{GS} négatif.

Limites statiques en courant et en tension

Courant résiduels

- I_{GD0} : courant résiduel de grille, avec source en circuit ouvert (FET à jonction).
- I_{GS0} : courant résiduel de grille, avec drain en circuit ouvert (FET à jonction).
- I_{GSS} : courant résiduel de grille, avec drain relié à la source (FET-jonction et MOS).

Tensions limites

- V_{GSoff} : tension grille-source au blocage (off).
- $V_{BR \cdot GS}$: tension de claquage grille-source.

Courant limite pour le courant de drain I_D

- I_{dss} lorsque $V_{GS} = 0$.

8.1.3 Modèle dynamique du transistor à effet de champ

On utilise les paramètres admittances *y*, dans la configuration source à la masse.

$$[y]_S = \begin{bmatrix} y_{11S} & y_{12S} \\ y_{21S} & y_{22S} \end{bmatrix}$$

On note également :

$y_{11S} = y_{iS}$ pour l'entrée $y_{12S} = y_{rS}$ par l'interaction de la sortie sur l'entrée

$y_{21S} = y_{mS}$ par l'interaction de l'entrée sur la sortie $y_{22S} = y_{0S}$ pour la sortie

Modèle simplifié (idéal) avec $y_{12S} = 0$ et $y_{11S} = 0$:

$$[y]_S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ y_{ms} & y_{0S} \end{bmatrix}$$

Le modèle classique est décrit figure 8.16 où y_{ms} correspond ici la transconductance g_m :

Ce modèle voire des modèles encore plus complets sont disponibles grâce à des logiciels de simulation tels que celui basé sur le noyau PSPICE.

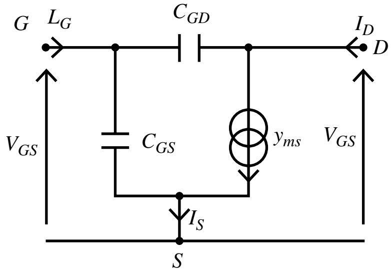


Figure 8.16

Dans un modèle simplifié, on peut considérer que l'impédance d'entrée entre grille et source est infinie (le courant de grille est quasiment nul) et $y_{11} = 0$.

L'équation donnant le courant de drain en fonction de la tension de grille est

$$i_d = g_m \cdot V_{GS}$$

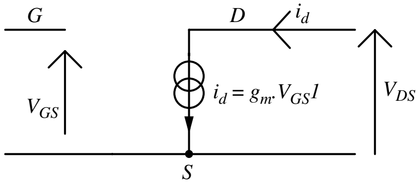


Figure 8.17

En première approximation, on pourra considérer V_{GSoff} et I_{dss} comme les deux caractéristiques essentielles du FET.

8.2 Polarisation du transistor à effet de champ (exemple du JFET à canal n)

8.2.1 Montage à source commune avec $V_{GS} < 0$

La tension V_{GS} est maintenue constante grâce à une source de tension continue V_o qui impose la polarisation du transistor (droite de charge en entrée) $V_o \simeq V_{GSO}$.

L'équation $E = R_D \cdot I_d + V_{DS}$ représente ici la droite de charge en sortie dans le quadrant $I_d = f(V_{DS})$.

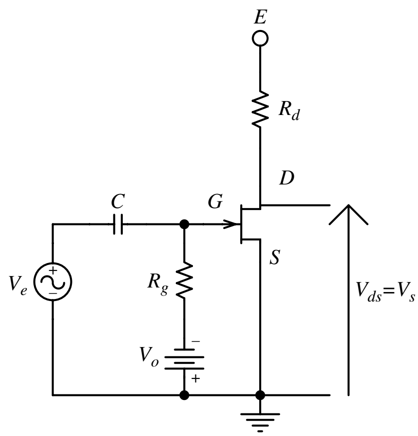


Figure 8.18

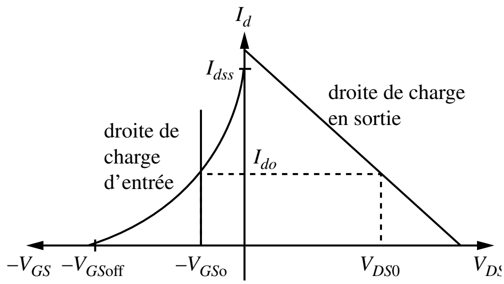


Figure 8.19

8.2.2 Polarisation automatique

La tension V_G est nulle puisque relié à la masse par R_G et puisque l'impédance vue de G est infinie. La tension S maintenue constante grâce à une source de tension continue E qui impose la polarisation du transistor. Or $V_{GS} = V_G - V_S$ d'où $V_{GS} + V_S = 0$ et l'équation $V_{GS} = -R_S \cdot I_D$ qui représente la droite de charge (polarisation) en entrée.

L'équation $E = (R_S + R_D) \cdot I_d + V_{DS}$ représente ici la droite de charge en sortie dans le quadrant $I_d = f(V_{DS})$.

Le point intersection de la parabole et de la droite de polarisation dans le quadrant $I_d = f(V_{GS})$ définit le point d'équilibre atteint de manière automatique.

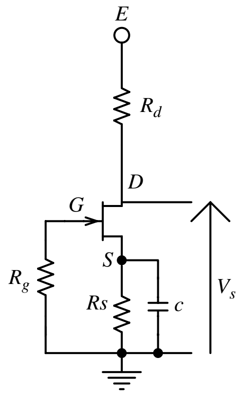


Figure 8.20

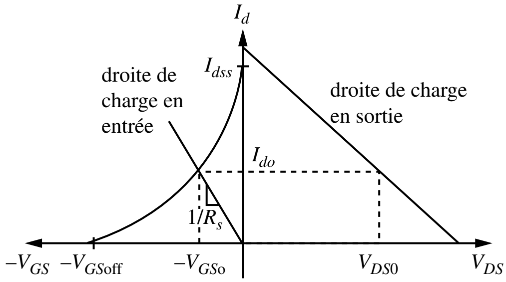


Figure 8.21

Cette polarisation offre l'avantage d'une grande facilité de mise en œuvre pour fixer un point de fonctionnement adéquat

8.2.3 Polarisation par source de courant

$I_D = I_O$ fixe $V_{GS} = V_{GSO}$ à partir de l'équation parabolique (1).

L'équation $E = R_d \cdot I_d + V_{DS} - V_{GS}$ permet ici d'avoir une relation directe entre V_{GS} et V_{DS}.

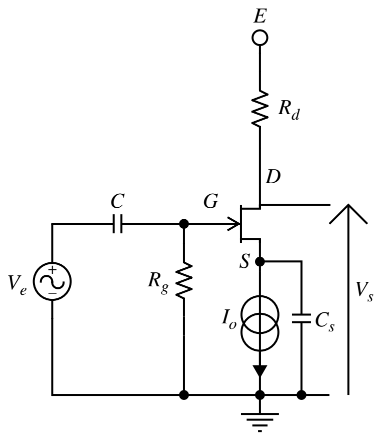


Figure 8.22

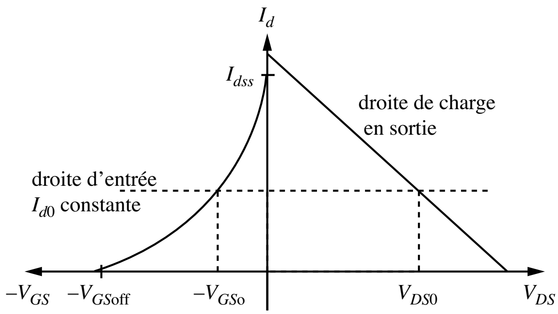


Figure 8.23

8.2.4 Polarisation par pont de résistances sur la grille

L'équation $E\dfrac{R_2}{R_1+R_2}=V_{GS}+R_S I_d$ représente ici l'équation de polarisation du transistor.

Ce type de polarisation permet une bonne immunité aux variations de caractéristique résultant de la fabrication, moins bonne qu'une polarisation par source de courant mais meilleure qu'une polarisation automatique.

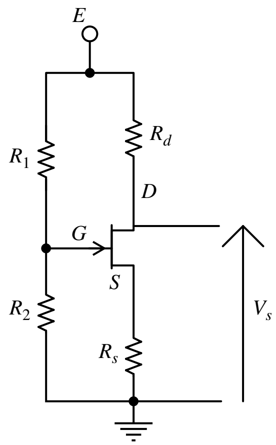


Figure 8.24

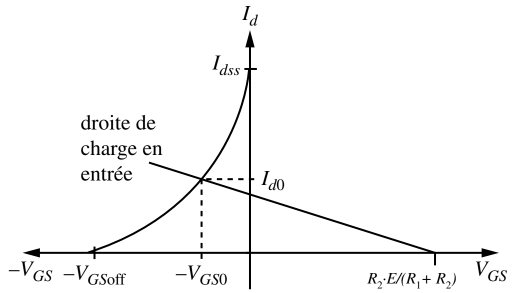


Figure 8.25

8.3 L'amplification par transistor à effet de champ

8.3.1 Montage source commune

Ce circuit est similaire à celui obtenu par l'amplificateur « émetteur commun » d'un transistor bipolaire. On notera ici la mise en place d'une polarisation automatique.

Les équations en régime statique déterminent le point de fonctionnement :

$$E = R_d \cdot I_d + V_{DS} + R_s \cdot I_d$$

$$V_{GS} = V_G - V_S = 0 - V_S = -R_s \cdot I_d$$

$$I_d = I_{dss} \cdot \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p}\right)^2$$

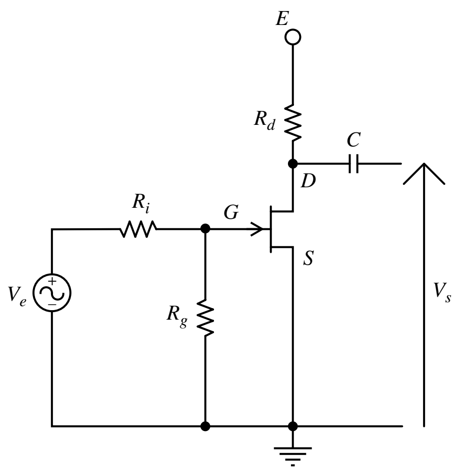


Figure 8.26

Eliminons V_{GS} entre les deux dernières équations, on arrive alors à une équation du second degré en I_D à résoudre :

$$I_d = I_{dss} \cdot \left(1 - \frac{R_S \cdot I_d}{V_p}\right)^2$$

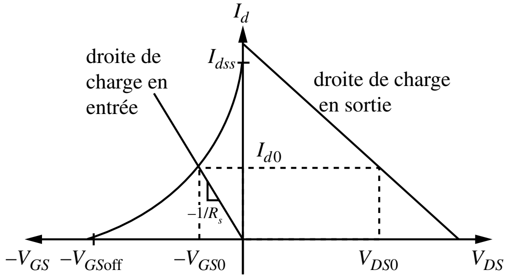


Figure 8.27

La résolution de l'équation précédente permet de déterminer I_{do} puis d'en déduire V_{GSo} et V_{DSo} qui constituent le point de fonctionnement du transistor, positionné figure 8.27.

Le circuit équivalent en régime dynamique est décrit figure 8.28:

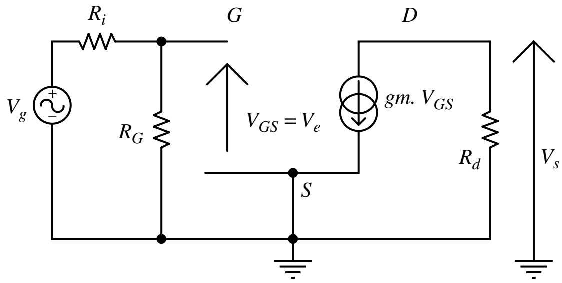


Figure 8.28

$$V_s = -g_m \cdot V_{GS} \cdot R_D \quad \text{et} \quad V_G = V_{GS} \text{ alors } \quad \frac{V_s}{V_G} = -g_m \cdot R_D$$

On de plus $V_e = \dfrac{R_G}{R_G + R_i} V_g$ alors le facteur d'amplification est : $\dfrac{V_s}{V_e} = -\dfrac{R_G}{R_G + R_i} g_m \cdot R_D$

La résistance dynamique d'entrée est $R_e = R_G$ alors que celle de sortie est $R_S = R_D$.

8.3.2 Amplificateur à « drain commun »

L'étude statique est identique au cas de l'amplificateur à source commune.

On pose R_B équivalent à R_1 en parallèle avec R_2.

Le circuit équivalent en dynamique est décrit figure 8.30.

Posons R_B comme étant R_1 en parallèle avec R_2.

$$V_s = g_m \cdot V_{GS} \cdot R_s \quad \Leftrightarrow \quad \frac{V_s}{V_{GS}} = g_m \cdot R_s \quad \text{et} \quad \frac{V_s}{V_e} = \frac{g_m \cdot V_{GS} \cdot R_s}{V_{GS} + V_s} = \frac{g_m \cdot R_s}{1 + V_s / V_{GS}} \text{ alors}$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{g_m \cdot R_s}{1 + g_m \cdot R_s}$$

Lorsque $\quad g_m \cdot R_s \gg 1 \quad$ alors $\dfrac{V_s}{V_e} \approx 1$

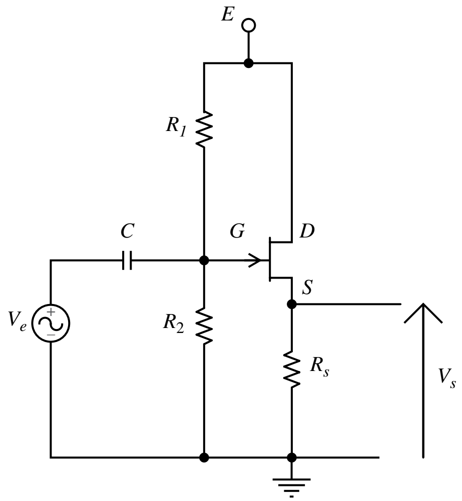


Figure 8.29

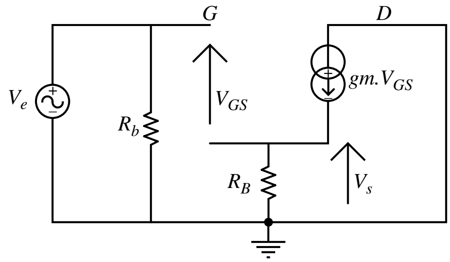


Figure 8.30

La résistance d'entrée $R_e = R_B$.

Ce circuit est comparable à l'amplificateur « Collecteur commun » réalisé avec un transistor bipolaire.

On notera que **l'amplificateur « grille commune »** est utilisé comme l'amplificateur à transistor bipolaire « base commune » pour les amplificateurs en hautes fréquences.

8.4 Le transistor FET utilisé comme source de courant

On considère le circuit de la figure 8.31 utilisant un FET à canal n avec son circuit équivalent.

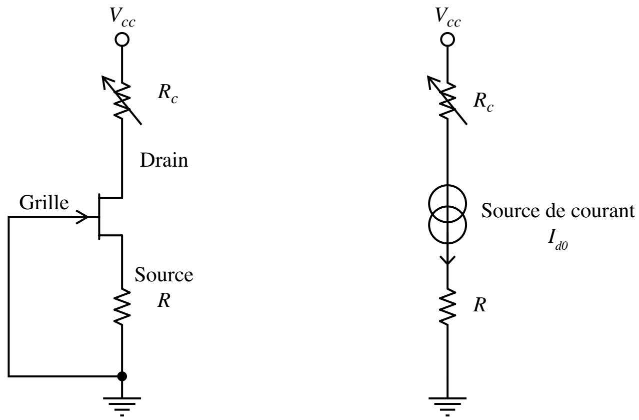


Figure 8.31

$$V_{GS} = V_G - V_S = 0 - V_S = -R\, I_d$$

De plus, en prenant le modèle de l'approximation parabolique pour le FET, on a :

$$I_d = I_{dss}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right)^2$$

Pour trouver le point de fonctionnement du transistor (I_{d0}, V_{DS0}) il est nécessaire de résoudre l'équation du second degré suivante :

$$I_d = I_{dss}\left(1 + \frac{R \cdot I_d}{V_{GSoff}}\right)^2$$

alors : $V_{DS0} = V_{cc} - (R_c + R) \cdot I_{d0}$.

Un tel circuit permet donc de réaliser une source de courant délivré à travers la charge R.

Application numérique :

$V_{cc} = 12$ V ; $I_{dss} = 10$ mA et $V_{GSoff} = -4$ V.

Le calcul montre que $R = 367\ \Omega$ permet d'obtenir une source de courant constante de $I_{d0} = 4$ mA.

8.5 Le transistor FET utilisé comme résistance variable commandée en tension

On supposera ici $V_{DS} < 100$ mV et le modèle de l'approximation parabolique valable pour le transistor FET.

Pour $V_{GS} = 0$, on pose : $r_{ds0} = r_{dson} = \dfrac{V_p}{I_{dss}} = \dfrac{2}{g_{m0}}$

Pour V_{GS} différent de zéro on a :

$$r_{ds} = \frac{V_P + V_{GS}}{I_d} = \frac{V_P\left(1 - \dfrac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right)}{I_{dss}\left(1 - \dfrac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right)^2} = \frac{r_{dson}}{\left(1 - \dfrac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right)}$$

avec $V_p = -V_{GSoff} > 0$.

Exemple d'application

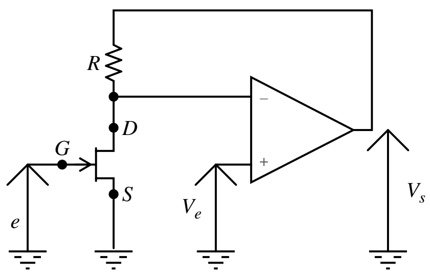


Figure 8.32

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{r_{ds} + R}{r_{ds}} = 1 + \frac{R}{r_{dson}}\left(1 - \frac{e}{V_{GSoff}}\right) \text{ avec } V_{GSoff} < 0$$

Le gain V_s/V_e (toujours supérieur à 1 dans cet exemple) est ici contrôlé par la tension e. Le circuit permet donc ici un contrôle de gain en tension.

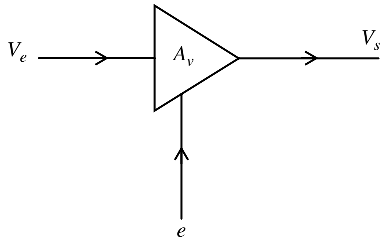


Figure 8.33

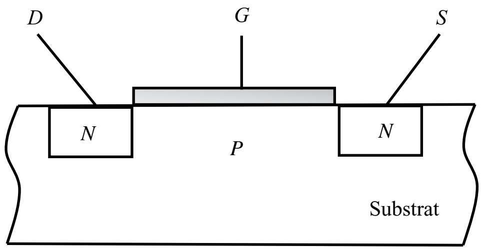


Figure 8.34

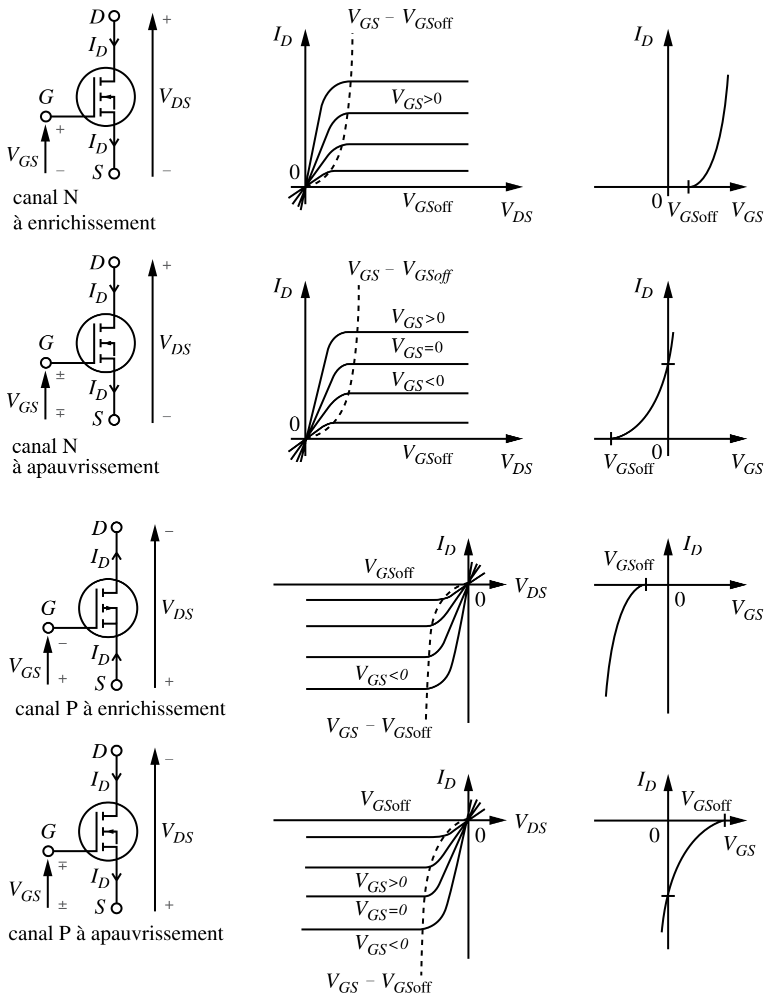


Figure 8.35

9 Amplificateurs de puissance

9.1 Introduction – notion de rendement

La fonction principale des amplificateurs de puissance est de fournir un signal de sortie avec un bon rendement, c'est-à-dire en limitant au maximum la puissance dissipée dans les composants du schéma. L'essentiel de la puissance fournie par l'alimentation doit être dissipée par la charge constituant l'utilisation (haut-parleur, etc.).

Les schémas qui suivent sont des schémas de principe qui fonctionnent bien en basses fréquences. Les transistors bipolaires utilisés peuvent être remplacés avantageusement par des transistors à effet de champ, surtout lorsqu'ils sont utilisés en commutation.

Enfin, nous limiterons ici l'étude des amplificateurs de puissance aux amplificateurs large bande passante.

La figure 9.1 permet de distinguer les puissances mises en jeu :

- P_f constitue la puissance fournie à l'amplificateur par les alimentations.
- P_u est la puissance utile recueillie sur la charge.
- P_d est la puissance dissipée dans les composants constituant l'amplificateur. Elle est perdue dans l'atmosphère sous forme de chaleur et il faut la minimiser.
- Enfin P_e représente la puissance amenée au montage par le signal d'entrée. Sa valeur est négligeable dans la plupart des cas (excepté en haute fréquence).

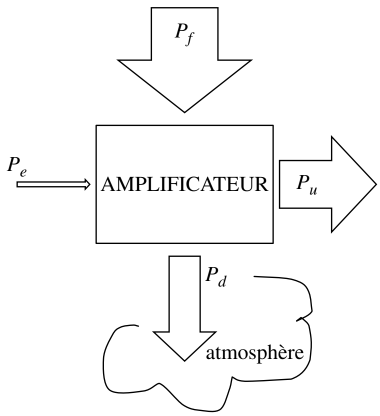


Figure 9.1

Le rendement η est la fraction de puissance fournie qui est transformée en puissance utile (nécessairement comprise entre 0 et 1). Le reste de la puissance est transformée en chaleur. Il est d'autant plus nécessaire d'avoir un bon rendement que l'on désire une grande puissance de sortie :

La conservation de l'énergie impose que la puissance entrante soit égale à la puissance sortante :

$$P_u + \mathrm{P}_d = P_f + P_e \approx P_e \ \text{(bilan des puissances)} \qquad (9.1)$$

9.2 Configuration collecteur-commun

9.2.1 Schéma de l'amplificateur collecteur-commun

Si le signal d'entrée v_e est toujours positif, alors la configuration collecteur-commun sans polarisation offre un bon rendement. La tension V_{CE} aux bornes du transistor diminue lorsque le courant i_c augmente, tandis que la tension de sortie v_s reste proportionnelle à i_c (loi d'Ohm). Il en résulte que puissance dissipée dans le transistor est réduite et que le rendement est bon.

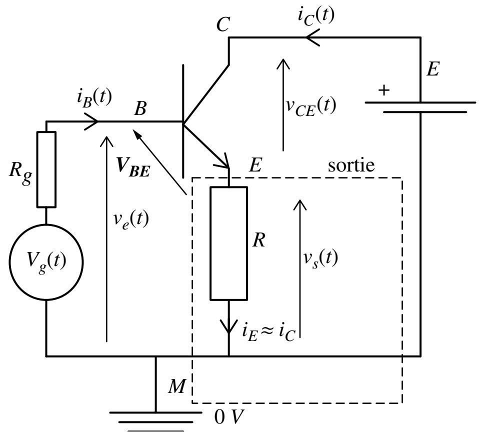


Figure 9.2

V_{BE} constitue la commande du transistor : si V_{BE} est inférieure à 0,5 volt le courant i_C est nul (transistor bloqué) et la tension de sortie $V_s(t)$ est nulle.

$V_s(t)$ est toujours à peu près égale à $V_e(t)$, à V_{BE} près :

$$V_s(t) \approx V_e(t) - 0{,}7 \text{ volt} \tag{9.2}$$

Le montage collecteur-commun constitue donc essentiellement un amplificateur de courant, de gain en tension proche de 1. La tension d'entrée doit être égale à celle qui est désirée sur la charge.

9.2.2 Fonction de transfert de l'amplificateur collecteur-commun

La fonction de transfert du montage est représentée figure 9.3 : la tension de sortie v_s est à peu près égale à v_e lorsque v_e est positive. Elle est nulle lorsque $v_e < 0{,}5$ volt.

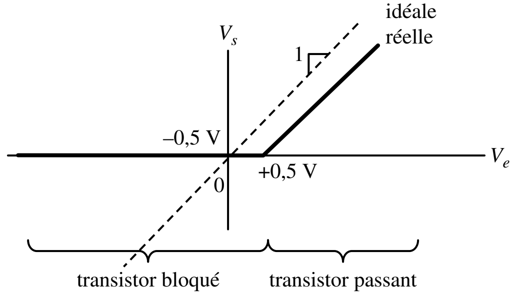


Figure 9.3

Une tension d'entrée $v_e(t)$ sinusoïdale donnera donc (alternances négatives ignorées par le transistor) ce que l'on observe sur la figure 9.4.

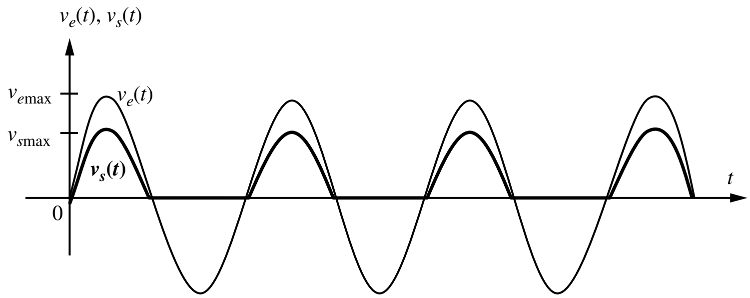


Figure 9.4

9.3 Classe B ou *push-pull*

9.3.1 Schéma de l'amplificateur classe B (fig. 9.5)

Dans le cas d'un signal d'entrée alternatif, on confie à un deuxième transistor le soin d'appliquer à la charge la tension et le courant négatif. On utilise pour cela un transistor complémentaire (type PNP) dont le comportement est symétrique du transistor NPN. Le signal d'entrée est délivré dans ce schéma par un générateur de tension parfait $v_e(t)$.

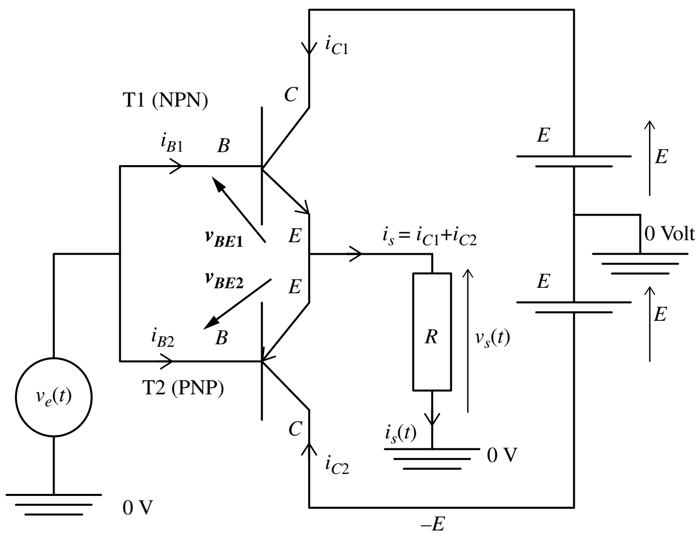


Figure 9.5

9.3.2 Fonctionnement de l'amplificateur classe B

Ve positive

Si $V_e(t) > 0{,}5$ volt, alors T1 est conducteur tandis que T2 est bloqué (IC2 = 0, IB2 = 0). Le schéma devient équivalent à :

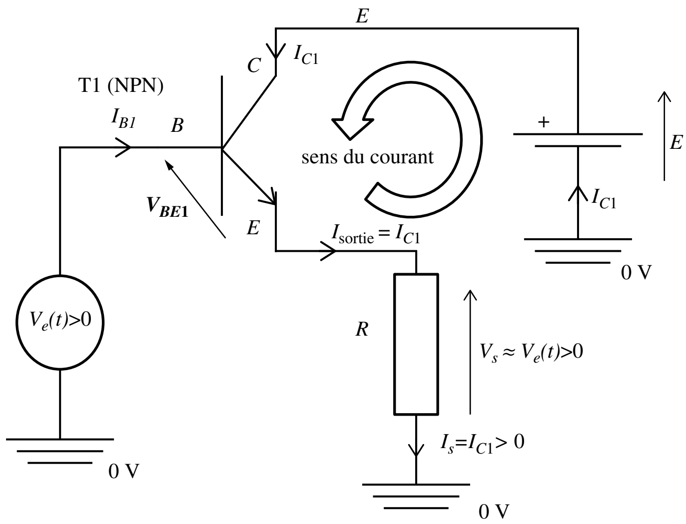


Figure 9.6

Ve négative

Si $V_e(t) < -0{,}5$ volt, alors T2 est conducteur tandis que T1 est bloqué ($I_{C1} = 0$, $I_{B1} = 0$) Le sens du courant dans la charge est maintenant négatif (fig. 9.7).

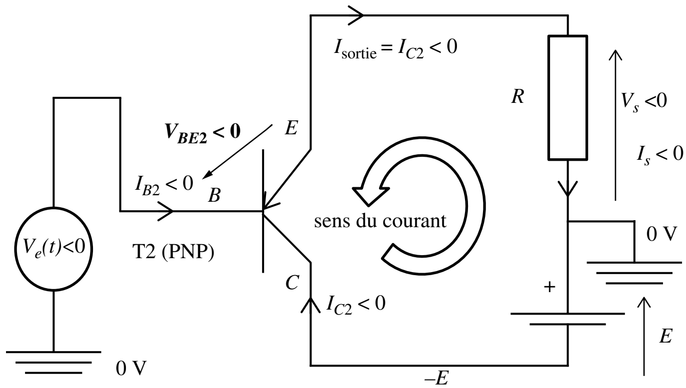


Figure 9.7

9.3.3 Fonction de transfert $V_s = f(V_e)$ de l'amplificateur classe B

La fonction de transfert est représentée figure 9.8. La tension de sortie peut, de manière approchée, être considérée comme étant égale à la tension d'entrée. Elle est nulle pour les valeurs de V_e comprises sur le segment [–0,5 ; +0,5] volt.

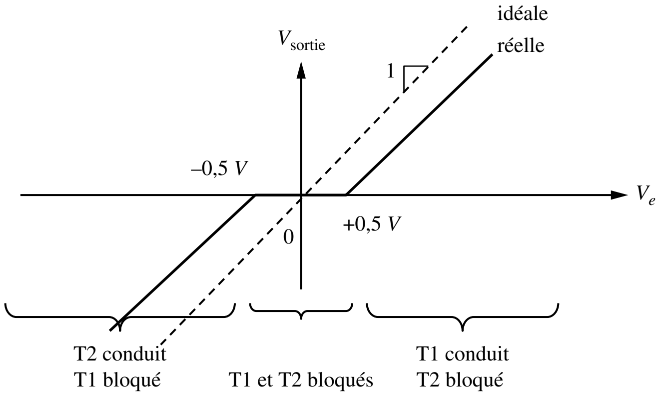


Figure 9.8

9.3.4 Distorsion de croisement

Si l'on examine la tension de sortie au cours du temps, la présence de la cassure de la fonction de transfert produit une distorsion appelée « distorsion de croisement » (figure 9.9). Dans le cas d'un signal d'entrée sinusoïdal, on trouve en sortie une sinusoïde déformée. Cependant, cette déformation peut être négligée, en cas de signaux de fortes amplitudes, ou encore pour certaines applications.

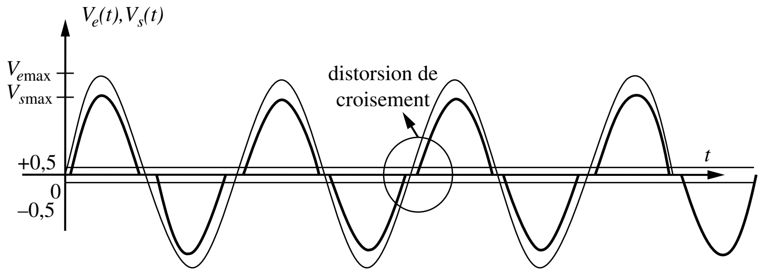


Figure 9.9

9.4 Amplificateur classe AB

9.4.1 Principe de l'amplificateur classe AB

Pour supprimer la distorsion de croisement, qui provient de la tension de seuil de 0,5 V nécessaire au déblocage de T1, on ajoute au signal d'entrée $V_e(t)$ (resp. on retranche) une tension constante égale à 0,5 V pour imposer le potentiel sur la base de T1 (resp. T2), grâce à l'adjonction de deux diodes toujours passantes (figure 9.10). R_D sert à limiter le courant continu qui polarise ces diodes.

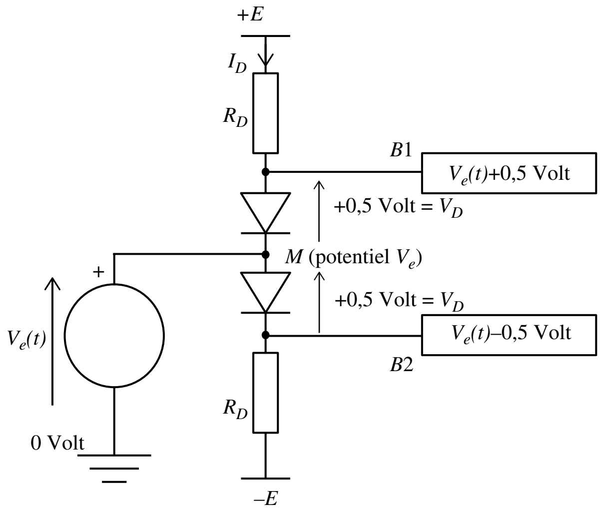


Figure 9.10

On connecte la tension d'entrée qui force le potentiel du point M à $v_e(t)$.

Les points B_1 et B_2 ont leur potentiel égal à v_e +0,5 V et v_e −0,5V.

9.4.2 Schéma complet de l'amplificateur classe AB

Les réseaux à diodes et résistances ajoutés en entrée permettent de décaler les potentiels v_{B1} et v_{B2} de 0,5 V : les deux transistors sont prêts à conduire même pour une tension très légèrement positive ou négative (fig. 9.11)

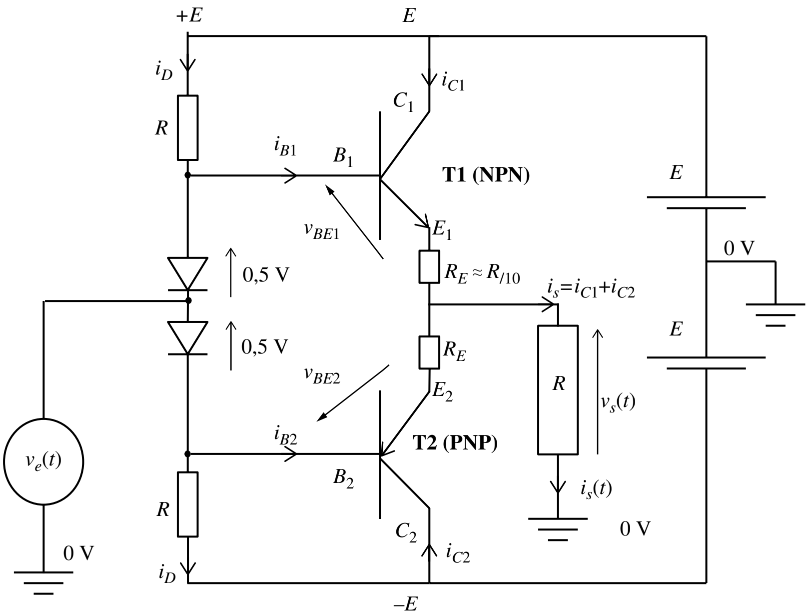


Figure 9.11

Les tensions de seuil des transistors et des diodes décroissent très rapidement avec la température. On aura intérêt à coupler thermiquement les diodes et les transistors, pour imposer la nullité des courants collecteur lorsque l'entrée est nulle. La présence des résistances d'émetteur R_E constituent aussi un moyen d'éviter ce phénomène.

Ce montage permet d'obtenir une assez bonne qualité de restitution, car il supprime presque la distorsion de croisement.

9.4.3 Montage Darlington

Il est possible que l'amplificateur opérationnel précédant l'étage de puissance ait des difficultés à fournir le courant qui alimentent les bases B1 et B2, car ces courants peuvent atteindre quelques dizaines de mA.

On montrera aussi plus loin qu'il est souhaitable d'avoir des transistors ayant un coefficient d'amplification (β) fort. Or, les transistors de puissance bipolaires affichent plutôt des β faibles (autour de $\beta = 30$).

La solution qui s'impose (fig. 9.12) alors sont les montages Darlington, dont le plus simple consiste en l'association de deux transistors de même nature (NPN ou PNP): un transistor rapide, de faible puissance, avec un fort β'_1 et un transistor de puissance de β_1 faible. On a $i_{B1} = \beta'_1\, i_B$ et $i_{C1} = \beta_1\, i_{B1}$ et donc $\beta = \beta'_1\beta_1$.

La tension de seuil du transistor Darlington composite obtenu est égale à deux fois la tension V_{BE0}, soit à peu près 1,2 volt. Il est alors nécessaire de connecter deux diodes en série pour chaque transistor dans le schéma de la figure 9.11

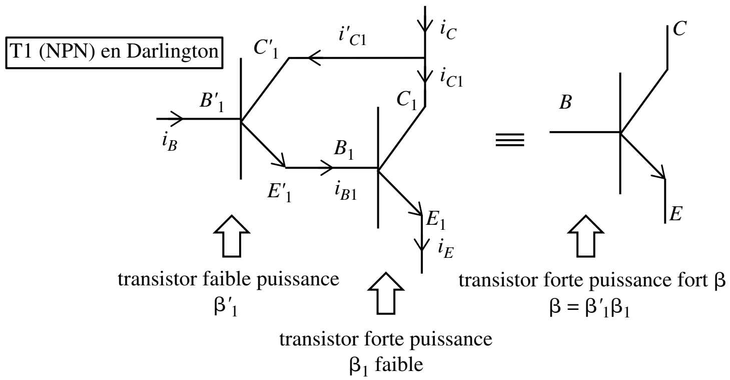


Figure 9.12

9.5 Utilisation d'un pilote (« driver ») : linéarisation

Pour obtenir un fonctionnement idéal sans distorsion, il existe une solution particulièrement simple et efficace qui consiste à contrôler par un amplificateur opérationnel la tension de sortie en la comparant avec la tension d'entrée.

Un montage inverseur à amplificateur opérationnel impose sur la figure 9.13 à la tension de sortie v_s d'être exactement égale à son entrée v_e (au signe près) : la tension de sortie v_s évolue de telle façon que $\varepsilon = 0$, soit $v_s(t) = -R_2/R_1\ v_e(t)$ strictement. On remarque qu'il est possible d'assurer la linéarisation de l'amplificateur tout en apportant un gain en tension égal à $-R_2/R_1$.

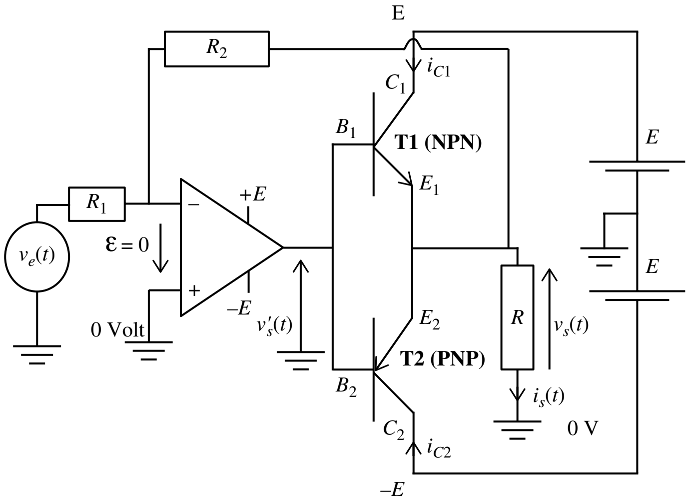


Figure 9.13

9.6 Bilan des puissances et rendement

9.6.1 Calcul de la puissance fournie et de la puissance utile

En sinusoïdal ($v_s(t) = V_s \sin(2\pi f t)$), la puissance reçue par la résistance de charge R se calcule facilement :

$$P_u = \frac{1}{2}\frac{V_s^2}{R} \text{ avec } V_s \quad \text{amplitude de la sinusoïde de sortie} \tag{9.3}$$

La puissance fournie par l'une des deux alimentations est égale à la valeur moyenne de la puissance instantanée, soit :

$$P_{f1\text{ alimentation}} = \frac{1}{T}\int_0^T E\ i_{c1}(t)\ \mathrm{d}t = \frac{E}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} i_{c1}(t)\ \mathrm{d}t = \frac{E}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{v_s(t)}{R}\ \mathrm{d}t = \frac{E}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{V_s \sin(\omega t)}{R}\ \mathrm{d}t = \frac{EV_s}{\pi R} \tag{9.4}$$

Le rendement de l'amplificateur classe AB, dans lequel on néglige les pertes liées à la polarisation des diodes ou du driver à AOP, est donc égal à :

$$\eta = \frac{P_u}{P_f} = \frac{P_u}{2P_{f1\text{alimentation}}} = \frac{\frac{1}{2R}V_s^2}{\frac{2\ EV_s}{\pi R}} = \frac{\pi V_s}{4E} \tag{9.5}$$

On remarque que le rendement est proportionnel à l'amplitude V_s de la tension de sortie et qu'il ne dépend pas de la charge R. Il vaut donc mieux utiliser les amplificateurs classe B à leur puissance nominale pour avoir un bon rendement.

Comme la valeur maximale de V_s est égale à E (en négligeant la tension de saturation des transistors), le rendement maximal est égal à π/4, soit 0,76 ou 76 %.

9.6.2 Bilan des puissances et puissance dissipée

Il est facile de calculer la puissance dissipée totale à partir du bilan des puissances :

$$P_d = P_f - P_u = \frac{2EV_s}{\pi R} - \frac{V_s^2}{2R} \tag{9.6}$$

Valeur qui passe par un maximum pour $V_s = 2E/\pi$. La puissance dissipée maximale est alors égale à :

$$P_{d\max} = \frac{2E^2}{\pi R} \tag{9.7}$$

C'est cette valeur maximale de la puissance dissipée qui sert de base au calcul du dimensionnement des radiateurs des transistors, chaque transistor dissipant la moitié de $P_{d\max}$.

9.7 Loi d'Ohm thermique

Lorsque deux régions de l'espace sont à des températures différentes, il existe un flux de puissance calorifique baptisé W (watts). Ce flux est proportionnel à la différence de température ΔT (en Kelvin ou degrés Celsius). Le rapport de proportionnalité :

$$\Delta T / W = R_{\text{th}} \tag{9.8}$$

est appelé résistance thermique du milieu (degrés/watt).

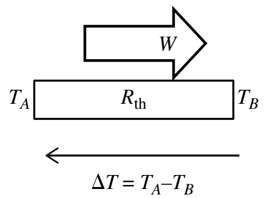


Figure 9.14

L'avantage de cette approche est que, comme pour la loi d'Ohm, les résistances thermiques en série s'ajoutent (figure 9.15). Pour un boitier de transistor B comportant le transistor en silicium (jonction J) et un radiateur de dissipation R vers la température ambiante, le flux de puissance W doit traverser chaque milieu (et donc chaque résistance thermique) :

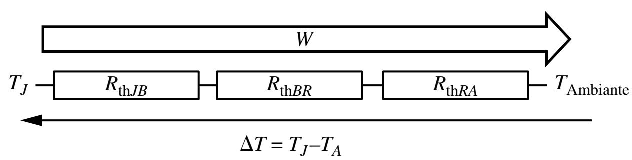


Figure 9.15

$$\Delta T = T_J - T_{\text{Ambiante}} = \left(R_{\text{thJB}} + R_{\text{thBR}} + R_{\text{thRAmbiante}} + R_{\text{thJB}}\right) W \tag{9.9}$$

Cette formule permet de calculer la résistance thermique maximale du radiateur fixé sur un transistor, à partir de la puissance électrique W dissipée par celui-ci, et de la différence de température maximale admissible entre la jonction et l'ambiante. Ceci dans le but de protéger le transistor de la destruction.

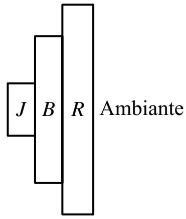


Figure 9.16

9.8 Amplificateurs classe D

9.8.1 Principe

Souvent utilisés en audio, les amplificateurs classe D diffèrent des autres classes d'amplificateur par son fonctionnement en commutation.

L'objectif est d'utiliser les transistors en commutation afin d'annuler la puissance dissipée. On force l'entrée du transistor (base de transistors bipolaires ou grille de transistors à effet de champ) à une valeur élevée ou une valeur nulle. Dans ces conditions, le transistor est saturé (assimilable à un interrupteur fermé), ou bloqué (interrupteur ouvert). Dans chaque cas, le courant ou la tension aux bornes du transistor est nulle, et la puissance instantanée dissipée dans le transistor est toujours théoriquement nulle.

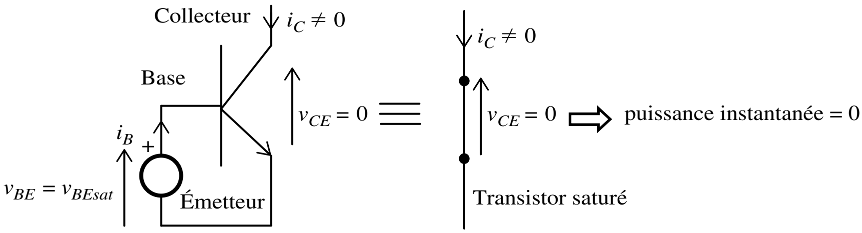


Figure 9.17

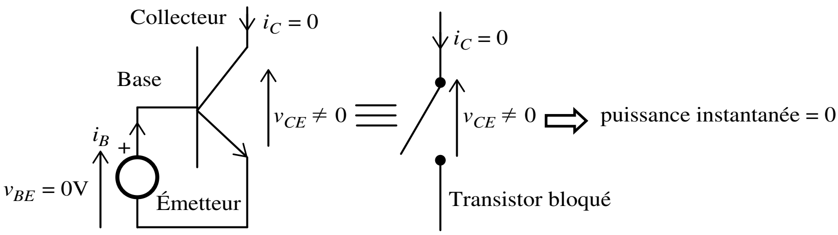


Figure 9.18

Pour construire l'amplificateur classe D, on transforme, comme indiqué sur la figure 9.19 dans le cas d'un signal audio, le signal d'entrée en un signal à valeurs discrètes, comportant seulement deux états (modulation en largeur d'impulsions MLI ou encore PWM pour *Pulse Width Modulation*). Le signal MLI a la propriété de pouvoir être démodulé en retour vers le signal original en extrayant sa valeur moyenne. On amplifie alors le signal binaire en fermant et ouvrant totalement les transistors, puis ce signal MLI de puissance est moyenné par un filtre passe-bas.

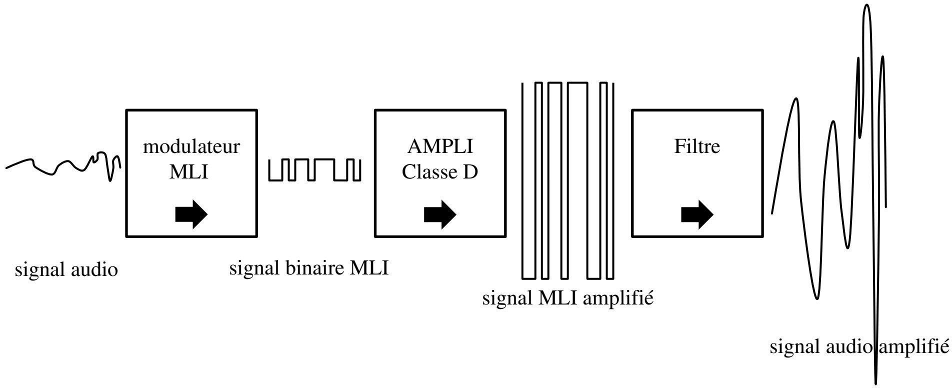


Figure 9.19

9.8.2 Codage du signal en signal binaire MLI

On peut imaginer plusieurs façons d'exploiter la modulation de largeur d'impulsions (MLI) mais on retrouvera toujours les concepts exposés ici.

Le but est d'obtenir un signal à deux valeurs discrètes dont la valeur moyenne est égale à la valeur moyenne instantanée du signal d'entrée, autour d'une date donnée. Le signal d'entrée étant généralement alternatif (comportant des valeurs positives et négatives), on a intérêt à choisir les deux valeurs du signal discret positive et négative, comme illustré figure 9.20.

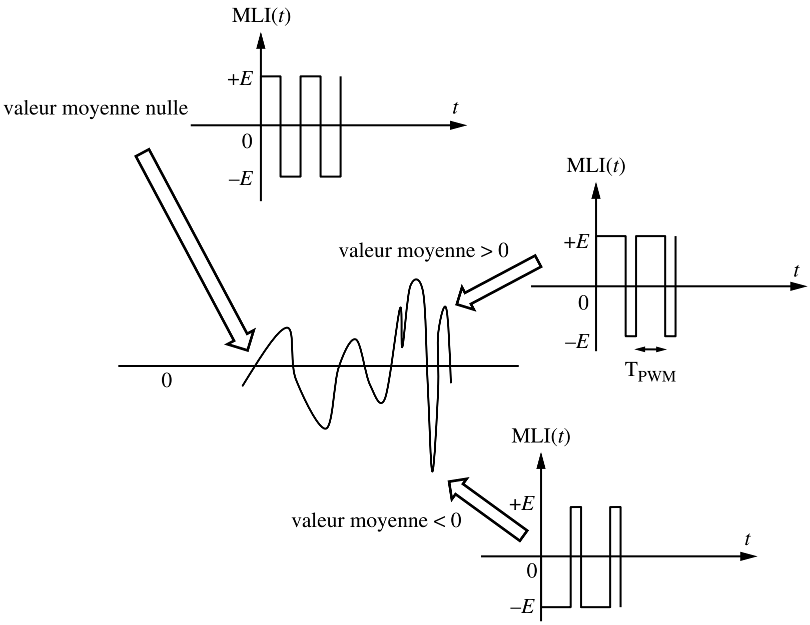


Figure 9.20

9.8.3 Constitution de l'amplificateur classe D

Modulateur en Largeur d'Impulsions (MLI)

Il est constitué simplement d'un comparateur dont la sortie est égale à $\pm E$ selon que l'entrée analogique est plus ou moins grande qu'une tension de référence triangulaire symétrique $V_{ref}(t)$. On peut effectuer la comparaison avec un amplificateur opérationnel sans contre-réaction (fig. 9.21), ou avec un circuit spécialisé (LM311), plus rapide.

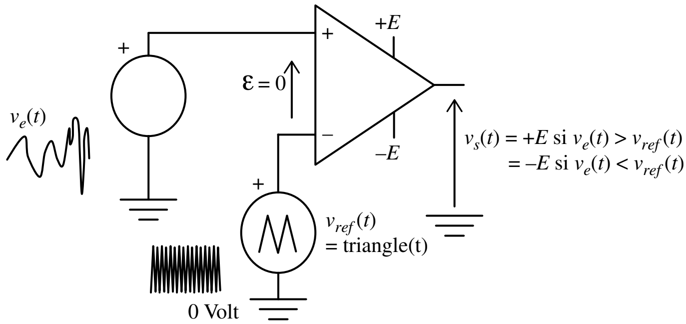


Figure 9.21

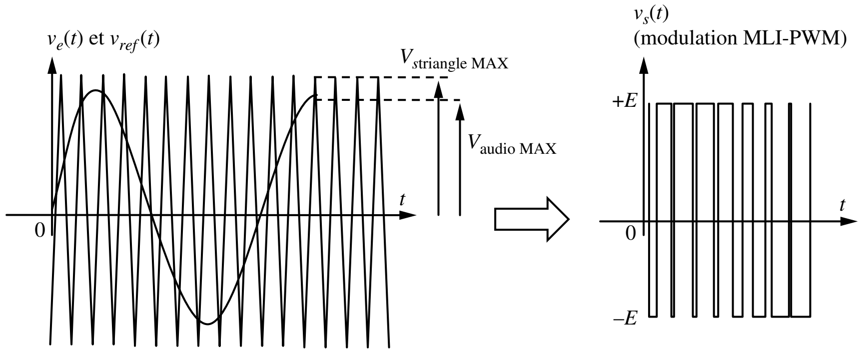


Figure 9.22

La figure 9.22 expose le processus d'obtention des impulsions modulées en largeur.

Après amplification du signal binaire, un filtre passe-bas « calcule » la valeur moyenne qui doit refléter la valeur instantanée du signal analogique d'entrée. Cela suppose que la fréquence des impulsions PWM doit être largement supérieure à la fréquence maximale du signal audio. Si cette fréquence maximale est de 10 kHz, alors la fréquence du signal PWM ne peut pas vraiment être inférieure à plusieurs centaines de kHz.

Le rapport m des amplitudes $V_{\text{audioMAX}}/V_{\text{triangleMAX}}$ est appelé « taux de modulation », il est compris entre 0 et 1. Des valeurs de m trop proches de 1 peuvent donner des impulsions très courtes qui ne sont pas prises en compte par les composants situés en aval du modulateur.

Amplification des signaux MLI/PWM – Demi-pont en « H »

Pour amplifier le signal binaire MLI/PWM, on imagine le dispositif décrit sur la figure 9.23, qui n'est pas sans rappeler l'amplificateur classe B, où les interrupteurs parfaits présentent une résistance R_{DSoff} infinie lorsqu'ils sont ouverts, et une résistance R_{DSon} nulle lorsqu'ils sont fermés.

La commutation s'effectue à partir des signaux PWM et $\overline{\text{PWM}}$ qui constituent la commande des grilles des transistors MOS-interrupteurs. La commutation devant s'effectuer le plus rapidement possible, les courants de grille peuvent être intenses et il peut être utile d'utiliser des drivers intégrés spécialisés.

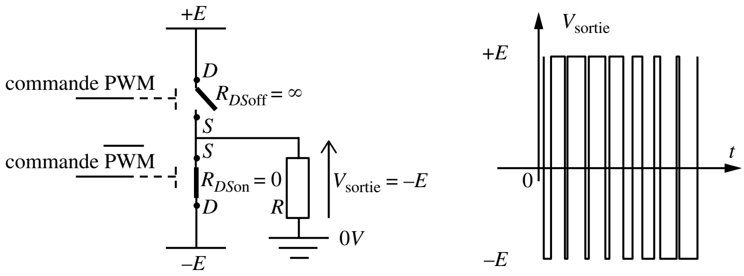


Figure 9.23

Pont en « H »

Il provient du monde de l'électrotechnique et de la commande des moteurs : c'est une astuce qui permet d'alimenter une charge en tension alternative ±*E* volt, à partir d'une seule source de tension de +*E*. Le principe repose sur un jeu d'interrupteurs qui soumettent la charge à la source de tension puis à son opposée (fig. 9.24).

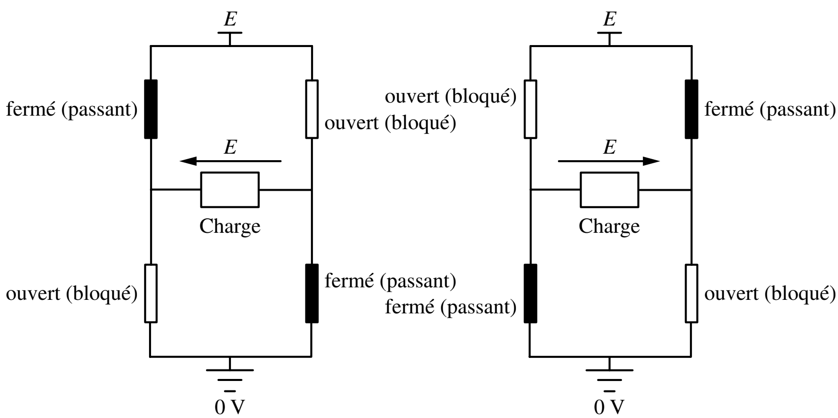


Figure 9.24

La figure 9.25 montre une implantation possible. Ce schéma assure la fermeture certaine des transistors Canal *N* avant l'ouverture des transistors Canal *P*. Les grilles des transistors Canal *P* sont tirées vers un potentiel bas (et ferment donc ces transistors) lorsque le transistor Canal *N* opposé est conducteur. Les fils en traits gras portent les courants importants de sortie, tandis que les fils en traits fins servent de commande des grilles. Malheureusement ce système est affecté d'une certaine lenteur.

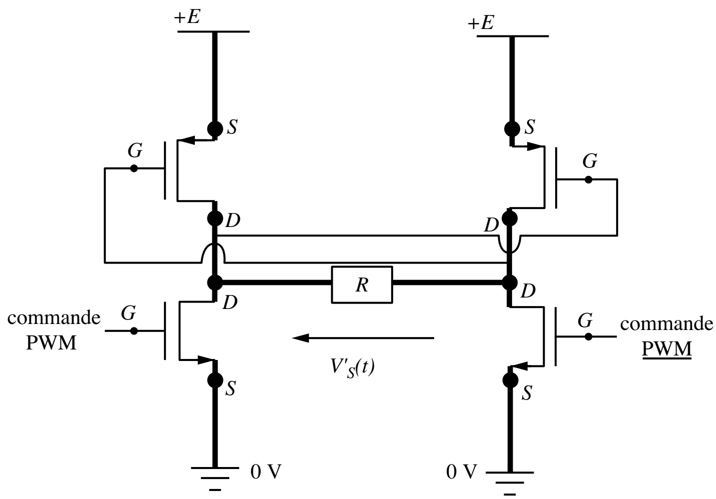


Figure 9.25

Moyennage – filtrage des impulsions PWM amplifiées

On effectue la moyenne du signal PWM(t) amplifié à l'aide d'un filtre passe-bas (intégrateur). Puisque la puissance à ce niveau est importante, seuls les filtres passifs comportant des inductances et des capacités peuvent être envisagés.

La démodulation par filtrage est d'autant plus précise que la période des signaux PWM est élevée par rapport à la fréquence maximale du signal à amplifier.

Le schéma d'un filtre du second ordre simple est donné dans la Figure 9.26.

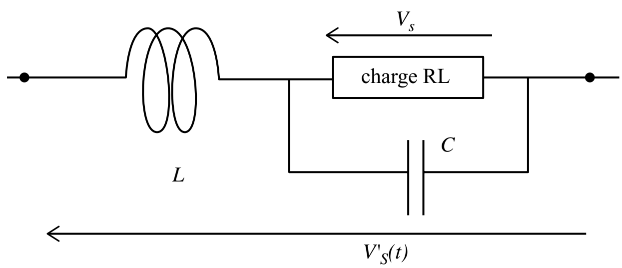


Figure 9.26 Filtre du second ordre incluant la charge

Sa fonction de transfert présente deux pôles :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_L}{R_L + jL\omega\left(1 + \mathrm{j}\mathrm{R_L}C\omega\right)} \tag{9.10}$$

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert (figure 9.27) doit présenter une atténuation faible dans la bande de base du signal amplifié, tandis que les variations rapides associées au codage PWM doivent être écartées (figure 9.27).

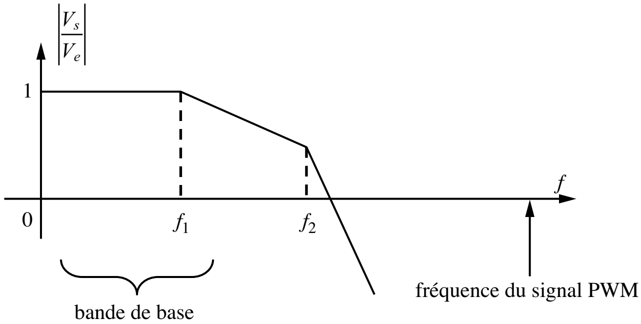


Figure 9.27

Observé dans le domaine temporel (figure 9.28), la sortie épouse les variations de la valeur observée du signal PWM amplifié.

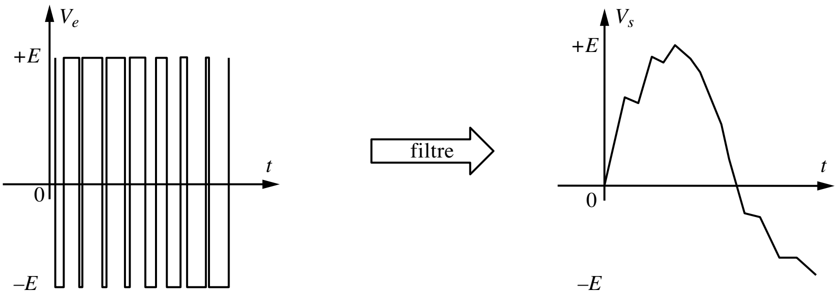


Figure 9.28

10 Amplificateurs hyperfréquences à l'arséniure de gallium et théorie des lignes

L'électronique rapide a fait l'objet de progrès spectaculaires depuis 1980, grâce à l'apparition de transistors susceptibles de fonctionner dans le domaine des micro-ondes (1 GHz à 100 GHz), en particulier de dispositifs variés à base d'arséniure de gallium, avec barrière Schottky, dont le produit gain-bande peut atteindre et dépasser 100 GHz.

Jusqu'à présent, pour les montages à transistors au germanium ou au silicium, de performances modestes en fréquence, on avait admis dans les applications l'hypothèse des constantes localisées, tant que la longueur des connexions ne dépassait pas environ le centième de la longueur d'onde, soit environ 0,3 cm à 100 GHz.

Cette fois, nous serons amenés à examiner le fonctionnement d'amplificateurs à des fréquences dépassant 1 GHz. Il nous sera nécessaire, alors, d'adopter l'hypothèse des constantes réparties.

10.1 Lignes de transmission et matrice de distribution

10.1.1 Lignes de transmission. Propriétés principales

À une ligne avec perte de longueur ℓ (fig. 10.1), on associe un axe OX, O correspondant à l'origine de la ligne.

En un point d'abscisse x, on observe une tension instantanée $v(x,t)$ et un courant instantané $i(x,t)$.

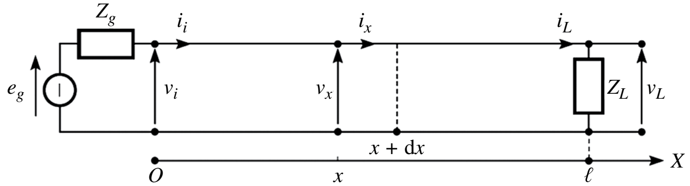


Figure 10.1

Un tronçon dx de la ligne peut être représenté par un quadripôle équivalent (fig. 10.2), mettant en évidence :

- une inductance linéique L ;
- une capacité linéique C.

Pour tenir compte des pertes, on introduit une résistance linéique série R, et une conductance linéique parallèle G.

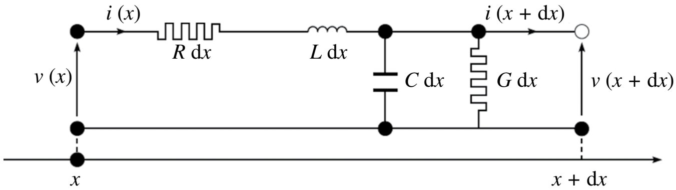


Figure 10.2

$v(x, t)$ et $i(x, t)$ satisfont aux équations suivantes :

$$\partial v/\partial x = -R\,i - L\,\partial i/\partial t$$
$$\partial i/\partial x = -G\,v - C\,\partial v/\partial t$$

et en régime sinusoïdal, en utilisant les amplitudes complexes $V(x)$ et $I(x)$,

$$\begin{aligned}\partial \underline{V}/\partial x &= -(R + j\omega L)\underline{I}\\ \partial \underline{I}/\partial x &= -(G + \mathrm{j}\omega C)\underline{V}\end{aligned} \tag{10.1}$$

On en déduit (équation des graphistes) :

$$\begin{aligned}\partial^2 \underline{V}/\partial x^2 - \gamma^2 \underline{V} &= 0\\ \partial^2 \underline{I}/\partial x^2 - \gamma^2 \underline{I} &= 0\end{aligned} \tag{10.2}$$

avec $\gamma^2 = (R + \mathrm{j}\omega L)(G + \mathrm{j}\omega C)$

$\gamma = \alpha + \mathrm{j}\beta$ est la constante de propagation.

Après introduction de l'impédance caractéristique :

$$Z_c = \sqrt{(R + \mathrm{j}\omega L)/(G + \mathrm{j}\omega C)}$$

On obtient la solution générale suivante de (10.2) :

$$\begin{aligned}\underline{V}(x) &= \underline{V}^+ + \underline{V}^- = A\,\mathrm{e}^{-\gamma x} + B\,\mathrm{e}^{+\gamma x}\\ \underline{I}(x) &= \underline{I}^+ + \underline{I}^- = (A\,\mathrm{e}^{-\gamma x} - B\,\mathrm{e}^{+\gamma x})/Z_C\end{aligned} \tag{10.3}$$

Dans ces écritures, apparaissent respectivement :

- les composantes des ondes incidentes : $\underline{V}^+$ et $\underline{I}^+$, sens x croissant ;
- les composantes des ondes réfléchies : $\underline{V}^-$ et $\underline{I}^-$, sens x négatif.

Dans le cas de ligne sans perte :

$$\gamma^2 = -\omega^2 LC, \quad \gamma = \mathrm{j}\omega\sqrt{LC} = \mathrm{j}\omega/v$$

avec : $v = 1/\sqrt{LC}$: vitesse de propagation de phase.

$$Z_C = \sqrt{L/C}.$$

La ligne étant fermée sur une impédance Z_L et alimentée en $x = 0$, par un générateur de tension imposant V_i (fig. 10.3), on trouve :

$$\begin{bmatrix} \underline{V}(x) \\ \underline{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\dfrac{\omega x}{v} & -\mathrm{j}Z_C \sin\dfrac{\omega x}{v} \\ -\mathrm{j}(1/Z_C)\sin\dfrac{\omega x}{v} & \cos\dfrac{\omega x}{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_i \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} \tag{10.4}$$

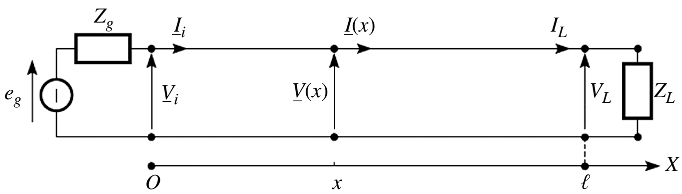


Figure 10.3

Pour différentes valeurs de $\underline{Z}_L = \underline{V}_L/\underline{I}_L$ et de ℓ, le tableau 10.1 donne la valeur de l'impédance d'entrée $\underline{VZ}_i = \underline{V}_i/\underline{I}_i$.

Tableau 10.1

Impédance Z_L	Longueur ℓ	Valeur de Z_i
$\underline{Z}_L = Z_C$	$\forall\, \ell$	Z_C
$\underline{Z}_L = 0$ Sortie en court-circuit	$\forall\, \ell$	$\mathrm{j}\, Z_C \tan\dfrac{\omega\ell}{v}$
$1/\underline{Z}_L = 0$ Sortie en circuit ouvert	$\forall\, \ell$	$-\mathrm{j}\, Z_C / \tan\dfrac{\omega\ell}{v}$
$\forall\, Z_L$	$\ell = \lambda/2$	$Z_i = Z_L$
$\forall\, Z_L$	$\ell = \lambda/4$	$Z_i = Z_C^2/Z_L$

10.1.2 Lignes de transmission. Facteurs de réflexion

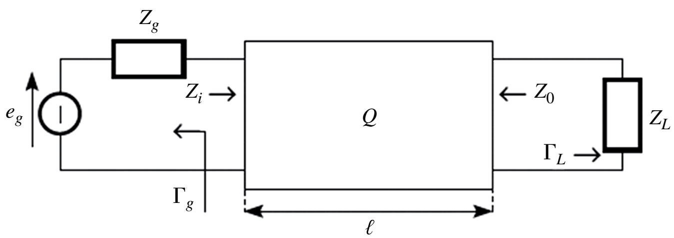


Figure 10.4

Un tronçon de ligne sans perte, d'impédance caractéristique réelle $Z_C = R_C$, représenté par le quadripôle Q (fig. 10.4), est connecté à une résistance de charge Z_L, et à un générateur d'impédance interne Z_g. Le facteur de réflexion, côté charge, est :

$$\Gamma_L = (\underline{Z}_L - \underline{Z}_0)/(\underline{Z}_L + \underline{Z}_0) \tag{10.5}$$

$\underline{Z}_0$ étant l'impédance de sortie de Q.

De même, le facteur de réflexion, côté source, est :

$$\Gamma_g = (\underline{Z}_g - \underline{Z}_i)/(\underline{Z}_g + \underline{Z}_i) \tag{10.6}$$

$\underline{Z}_i$ étant l'impédance d'entrée de Q.

Nous utilisons le terme facteur de réflexion, conformément à la norme UTE C 03-002, au lieu de coefficient de réflexion, rencontré très souvent dans la littérature.

Pour transmettre le maximum de puissance, on sera amené à vérifier simultanément :

$$\underline{Z}_g = \underline{Z}_i^* \quad \text{et} \quad \underline{Z}_L = \underline{Z}_0^*$$

10.1.3 Matrice de répartition

Nous nous inspirons dans ce qui suit de la norme CEI 747-1 qui donne les définitions essentielles concernant les paramètres S, et les formules de conversion avec d'autres paramètres.

Nous utiliserons également les résultats importants présentés dans le document très intéressant *Application moderne de la théorie des lignes*, édité par l'ENSTA (École nationale supérieure des techniques avancées) et qui a pour auteur M.-A. Picaud.

Dans la figure 10.5, nous avons mis en évidence les ondes incidentes a_1 et a_2, ainsi que les ondes réfléchies b_1 et b_2.

Le plus souvent, les accès du quadripôle sont reliés d'une part à la source et d'autre part à la charge par l'intermédiaire d'un tronçon de ligne ou d'un réseau d'adaptation, que nous n'avons pas représenté ici, par souci de simplification.

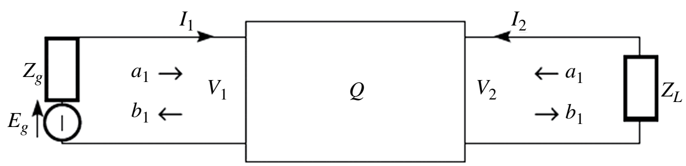


Figure 10.5

En prenant comme référence la résistance R_C, résistance d'adaptation adoptée dans les liaisons, égale le plus souvent à 50 Ω, les ondes incidentes a_1 et a_2 sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} a_1 &= (V_1 + R_C I_1)/2\sqrt{R_C} \\ a_2 &= (V_2 - R_C I_2)/2\sqrt{R_C} \end{aligned} \tag{10.7}$$

et les paramètres S_{ij} définissent les relations entre ondes incidentes et réfléchies :

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{aligned} \tag{10.8}$$

Les quantités $|a_1|^2$ et $|a_2|^2$ ont les dimensions du watt.

Pour un quadripôle passif réciproque : $S_{12} = S_{21}$ et pour un quadripôle actif : $S_{12} \neq S_{21}$.

En l'absence de réaction inverse : $S_{12} = 0$, S_{11} est le facteur de réflexion à l'entrée.

10.1.4 Gain en puissance du quadripôle actif

Nous considérons le quadripôle de la figure 10.5, qui est donc un amplificateur à constantes localisées et nous introduisons l'onde normalisée d'entrée :

$$b_g = E_g \frac{Z_i}{Z_i + Z_g} \frac{1}{\sqrt{R_C}} \tag{10.9}$$

Z_i étant l'impédance d'entrée.

La puissance moyenne délivrée à la charge est :

$$P_L = \frac{1}{2}[|b_2|^2 - |a_2|^2]$$

avec :

$$a_2 = \Gamma_L b_2$$

Γ_L est donnée par (10.5) en remplaçant Z_0 par R_c.

$$\Rightarrow P_L = \frac{1}{2}|b_2|^2[1 - |\Gamma_L|^2] \tag{10.10}$$

La puissance disponible à la source est :

$$P_g = \frac{1}{2}|a_1|^2 = \frac{1}{2}|b_g|^2/(1 - |\Gamma_g|^2) \tag{10.11}$$

On en déduit le gain en puissance :

$$G_p = \frac{P_L}{\rho_g} = \frac{|b_2|^2}{|b_g|^2}[1 - |\Gamma_L|^2][1 - |\Gamma_g|^2] \tag{10.12}$$

b_2/b_g est déterminée à partir de (10.8), de $a_1 = b_g + \Gamma_g\, b_1$ et $a_2 = \Gamma_L\, b_2$, d'où le gain en puissance composite :

$$G_p = |S_{21}|^2(1 - |\Gamma_L|^2)(1 - |\Gamma_g|^2)/|(1 - S_{11}\Gamma_g)(1 - S_{22}\Gamma_L) - S_{12}S_{21}\Gamma_g\Gamma_L|^2 \tag{10.13}$$

Le gain en puissance est maximum lorsque :

$$\Gamma_g = \Gamma_i^* \text{ et } \Gamma_L = \Gamma_0^*$$

avec :

$$\Gamma_i = S_{11} + S_{12}S_{21}[\Gamma_L/(1 - S_{22}\Gamma_L)] \tag{10.14}$$

$$\Gamma_0 = S_{22} + S_{12}S_{21}[\Gamma_g/(1 - S_{11}\Gamma_g)] \tag{10.15}$$

Lorsque $S_{12} = 0$, absence de réaction, ce qui se vérifie assez souvent pour les amplificateurs fonctionnant dans le bas de la gamme des micro-ondes, 1 GHz à 3 GHz, on obtient, dans les conditions d'adaptation optimales :

$$\Gamma_g = \Gamma_i^* = S_{11}^*, \quad \Gamma_L = \Gamma_0^* = S_{22}^*,$$

$$G_p = |S_{21}|^2 / (1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2) \tag{10.16}$$

10.1.5 Stabilité

Le problème de stabilité se pose lorsque $S_{12} \neq 0$, transmission inverse non négligeable.

Afin que l'amplificateur ne soit pas susceptible d'osciller, il faut que :

$$|\Gamma_i| < 1 \text{ et } |\Gamma_0| < 1 \tag{10.17}$$

On introduit un coefficient de stabilité K égal à :

$$K = [1 + |\Delta S|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2]/2|S_{12}||S_{21}| \tag{10.18}$$

$$\Delta S = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

Lorsque $K > 1$ et $\Delta S > 0$, le quadripôle est inconditionnellement stable.

10.2 Transistors à arséniure de gallium

10.2.1 MESFET. Structure succincte

Le MESFET (*Metal Semiconductor Field Effect*) est un dispositif à effet de champ. La figure 10.6 en présente une structure très succincte, permettant de mettre en évidence les parties essentielles suivantes :

- un substrat, constitué du composé Ga As semi-isolant, à très forte résistivité ;
- une couche active formée du composé Ga As dopé n (Ga As n), de résistivité voisine de $\rho = 10^5\ \Omega/\text{m}/\text{m}^2$;
- une diode métal-semiconducteur provenant du contact grille – Ga As, à l'origine de la barrière Schottky ;
- trois éléments aboutissant respectivement aux électrodes source, grille et drain.

La barrière Schottky est de l'ordre de $V_{bi} = 0{,}8$ V, lorsque le métal utilisé est de l'aluminium.

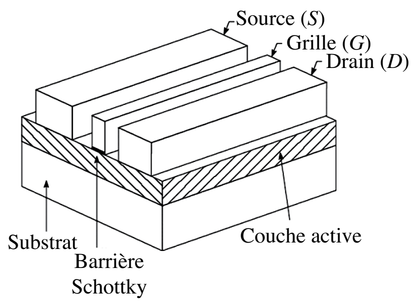


Figure 10.6

10.2.2 MESFET. Caractéristiques statiques

La figure 10.7 considère les conditions de fonctionnement normales de polarisation, pour lesquelles la grille G est polarisée négativement par rapport à la source, de sorte que la diode Schottky est polarisée en inverse.

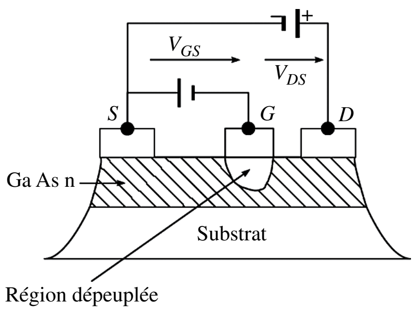


Figure 10.7

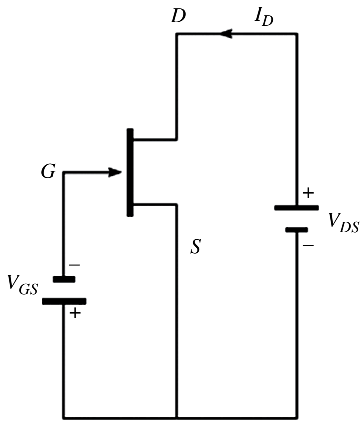


Figure 10.8

Il en résulte une région dépeuplée donc isolante au voisinage de la diode, d'autant plus profonde que $|V_{GS}|$ est plus élevée.

Pour $V_{GS} = V_T$, tension de seuil, la région dépeuplée obture complètement le canal, et aucun courant ne peut circuler entre D et S.

Pour $V_{DS} > 0$, $V_T < V_{GS} < 0$ (fig. 10.8), un courant I_{DS} circule de D vers S, le courant grille étant pratiquement nul.

Les caractéristiques typiques de I_D en fonction de V_{DS}, du courant saturé drain I_{DS} en fonction de V_{GS}, sont indiquées figures 10.9 et 10.10.

$$V_T = V_{bi} - V_p$$

V_p étant la tension de pincement.

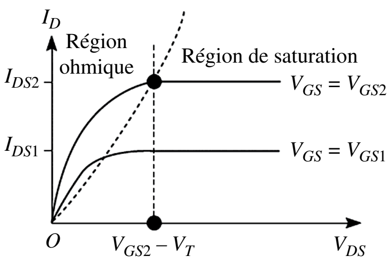


Figure 10.9

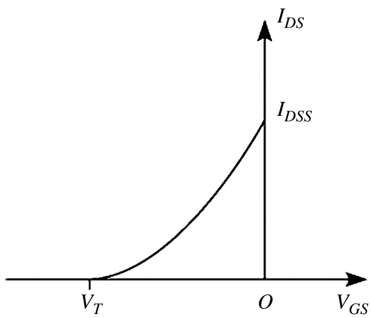


Figure 10.10

Pour $V_{GS} \leq V_T$, $I_{DS} = 0$.

Si la tension de barrière était négligée, on trouverait $V_T = -V_p$, c'est-à-dire la même valeur de seuil que pour les transistors J.FET (transistors FET à jonctions) à canal N.

En revenant à la caractéristique $I_D = f(V_{DS})$, tracée pour une ou plusieurs valeurs de V_{GS} choisies comme paramètre, on observe :

- une région de variation linéaire pour V_{DS} suffisamment faible, ou zone ohmique ;
- une région dite de saturation ou zone de pincement pour $V_{DS} > V_{GS} - V_T$, dans laquelle : $I_D \approx I_{DS}$, peu dépendant de V_{DS}.

Pour $V_{GS} > V_T$, l'expression simplifiée de la caractéristique de I_{DS} en fonction de V_{DS} peut être donnée par :

$$I_{DS} = I_{DSS}\,[1 - (V_{GS}/V_T)^m] \text{ avec } m \approx 2 \tag{10.19}$$

pour $V_T < V_{GS} < 0$.

10.2.3 Schéma équivalent simplifié

En régime linéaire, le schéma équivalent simplifié en π, dépouillé de ses divers éléments parasites, peut être représenté par la figure 10.11.

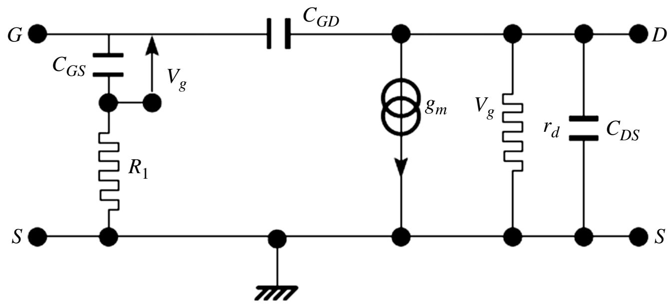


Figure 10.11

Dans la région de saturation, à basse fréquence, la transconductance intrinsèque est donnée par :

$$g_m \approx \partial I_D / \partial V_{GS} \text{ à } V_{DS} \text{ constant}$$

La conductance intrinsèque de sortie, toujours à basse fréquence est donnée par :

$$1/r_d = g_d \approx \partial I_D / V_{DS} \text{ à } V_{GS} \text{ constant.}$$

Pour $f < 1$ GHz, on peut supprimer les deux capacités C_{GD} et C_{DS}, compte tenu de leur faible valeur.

10.2.4 Gain en puissance

Les influences des capacités C_{GD} et C_{DS} étant négligées, on peut considérer le montage amplificateur donné figure 10.12. Le générateur de tension, de force électromotrice $u(t) = U \cos \omega t$, présente une impédance interne Z_g.

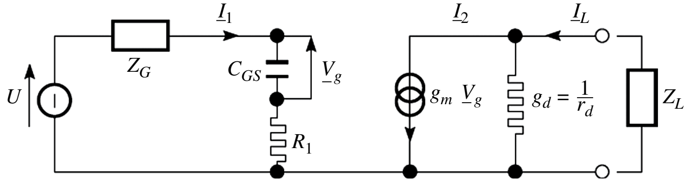


Figure 10.12

$\underline{I}_1$ étant le courant imposé à l'entrée, on trouve :

$$\underline{I}_2 = g_m \underline{I}_1 / \mathrm{j}\omega C_{GS}$$

et on en déduit le gain en courant $\underline{A}_i$, avec sortie en court-circuit :

$$\underline{A}_i = \underline{I}_2 / \underline{I}_1 = g_m / j\omega C_{GS}$$

et le produit gain-bande f_T, valeur de f pour laquelle $\underline{A}_i = 1$, dans cette configuration, est donné par :

$$f_T = g_m / 2\pi C_{GS} \tag{10.20}$$

Pour $g_m = 25$ mS, C_{GS} compris entre 0,2 et 0,5 pF, on a : 8 GHz $\leq f_T \leq$ 20 GHz.

L'adaptation en puissance à l'entrée exige :

$$Z_g^* = R_1 + \frac{1}{j\omega C_{GS}} \Rightarrow Z_g = R_g + j\omega L_g$$

avec : $\left| R_g = R_1 \quad \text{et} \quad \omega L_g = 1/\omega C_{GS} \right.$

Dans ces conditions :

$$\underline{I}_1 = U/2R_1, \quad \underline{V}_g = U/2j\omega C_{GS} R_1$$
$$\underline{I}_2 = g_m U/2j\omega C_{GS} R_1$$

La puissance active appliquée à l'entrée s'écrit :

$$P_i = \text{Réel}(\underline{I}_1 \underline{U}_1^* / 2) = U^2 / 8R_1$$

Faisons $Z_L = R_L$, résistance pure, il vient :

$$\underline{I}_L = \underline{I}_2 / (1 + g_d R_L), \quad \underline{V}_L = -R_L \underline{I}_L$$

La puissance active de sortie est :

$$P_L = \text{Réel}(-V_L I_L^* / 2) = [(g_m U / 2\omega\, C_{GS} R_1)^2 R_L] / [2(1 + g_d R_L)^2]$$

Le gain en puissance qui en résulte est :

$$G_p = [(g_m / \omega\, C_{GS})^2 R_L] / [R_1 (1 + g_d R_L)^2]$$

En cas d'adaptation en sortie : $R_L = r_d = 1/g_d$

$$G_p = [(g_m / 2\omega\, C_{GS})^2 r_d] / R_1 \tag{10.21}$$

10.2.5 Adaptation

Dans la grande majorité des cas, l'étage amplificateur se présente comme indiqué figure 10.13. R_1 et R_2 sont les réseaux d'adaptation d'entrée et de sortie. En général : $R_g = R_L = R_C = 50\ \Omega$.

L'adaptation en puissance étant obtenue, on peut utiliser la formule du gain en puissance donnée (10.16).

Les réseaux adoptés sont de simples cellules à capacité et inductance (fig. 10.13).

Par exemple, si $\omega^2 L_2 C_2 = 1$,

$$Z_2 \approx (L_2 / C_2 R_L) / (1 + j\omega C_2 R_L)$$

Si $\quad \omega^2\, C_2^2 R_L^2 \gg 1, \qquad Z_2 \approx (L_2 / C_2 R_L)$

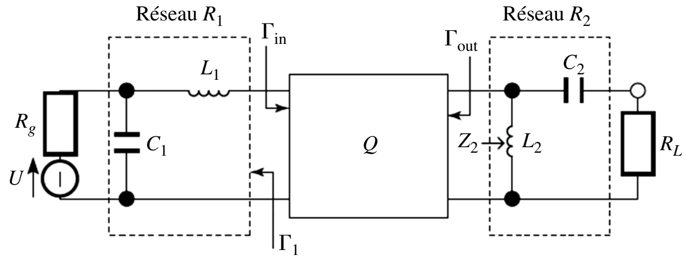


Figure 10.13

On peut procéder de façon analogue pour le réseau d'entrée.

Il est également possible d'exploiter les propriétés d'une ligne de longueur ℓ, fermée sur une impédance Z_L (fig. 10.14).

$$Z = R_C \frac{Z_L + jR_C \tan\beta\ell}{R_C + jZ_L \tan\beta\ell} \qquad (10.22)$$

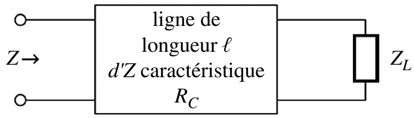


Figure 10.14

On choisit $\beta\ell$ pour avoir pour le réseau de sortie :

$$Z_L = Z_{out}^*$$

Une solution simple n'est pas toujours possible.

Rappelons que l'on peut obtenir :

- une impédance capacitive, avec sortie en circuit ouvert ;
- une impédance selfique, avec sortie en court-circuit.

Bien entendu, on peut utiliser deux transformateurs, l'un à l'entrée, l'autre à la sortie.

On obtient alors le circuit équivalent d'un étage amplificateur représenté figure 10.15.

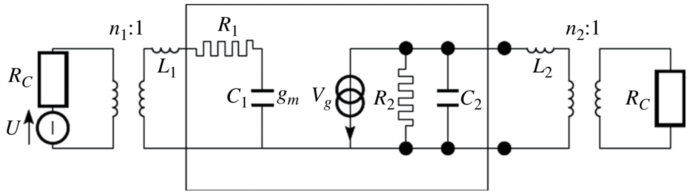


Figure 10.15

C_1 est égal pratiquement à C_{GS} (fig. 10.12).

L'adaptation à l'entrée à la pulsation ω_0, exige au voisinage de la pulsation ω_0 :

$$R_C / n_1^2 = R_1, \qquad \omega_0^2 L_1 C_1 = 1 \qquad (10.23)$$

L'adaptation en sortie au voisinage de ω_0 entraîne :

$$R_2 = n_2^2 R_C, \qquad \omega_0^2 L_2 C_2 = 1 \qquad (10.24)$$

Dans ces conditions, dans la mesure où l'influence de $C_2 \approx C_{DS}$ peut être négligée, le gain maximum en puissance est donné par la formule (10.21), en remplaçant C_{GS} par C_1 et r_d par R_2, soit :

$$G_p = \left(\frac{g_m}{4\omega C_1}\right)^2 \frac{R_2}{R_1} \quad \text{pour} \quad \omega \approx \omega_0 \tag{10.25}$$

Ce gain décroît de 20 dB par décade.

Pour des fréquences plus élevées : $\omega \gg 1/R_2\, C_2$, on doit tenir compte de l'influence de $C_2 \approx C_{DS}$ et le gain décroît alors d'environ 40 dB par décade.

10.2.6 Facteur de bruit

La supériorité indéniable des MESFET et assimilés, outre leur fonctionnement à fréquences élevées, est leur faible facteur de bruit. Les définitions données au chapitre 7, § 1.1 doivent être complétées.

La résistance d'entrée R_i d'un quadripôle actif étant adaptée à la résistance de source R_g (fig. 10.16), la puissance moyenne du bruit captée par l'entrée P_{in}, s'écrit, dans l'hypothèse d'un bruit blanc :

$$P_{\text{in}} = kT_e\Delta_f = N_0\Delta_f$$

T_e est la température de la source d'entrée (en l'occurrence température à laquelle est portée la résistance R_g).

$k = 1{,}37 \times 10^{-23}$ J/K : constante de Boltzmann.

N_0 est la densité spectrale de puissance supposée constante dans l'intervalle Δf d'observation ou d'utilisation et s'exprime en W/Hz.

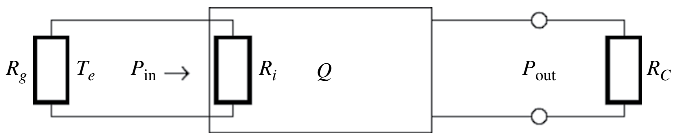


Figure 10.16

La puissance de bruit de sortie est :

$$P_{\text{out}} = kT_S\Delta_f > GkT_e\Delta_f$$

Pour rendre compte de cette valeur supplémentaire de bruit provenant du quadripôle Q, on introduit la température équivalente de bruit ramenée en entrée T_{eq} de sorte que :

$$P_{\text{out}} = G_p k(T_e + T_{eq})\Delta_f$$
$$T_S = G_p(T_e + T_{eq})$$

On peut écrire, également, la source et le quadripôle Q étant portés à la même température T_e :

$$P_{\text{out}} = G_p F k T_e \Delta_f = G_p k (T_e + T_{eq}) \Delta_f$$

d'où la définition du facteur de bruit :

$$F = 1 + T_{eq} / T_e \tag{10.26}$$

qui s'exprime en général en décibels : 10 $\log_{10} F$.

11

Amplificateurs à contre-réaction

11.1 Les systèmes bouclés à contre-réaction (réaction négative)

11.1.1 Introduction

Dans une réaction négative encore appelée contre-réaction, on prélève une partie de la sortie pour la ramener sur l'entrée « – ».

Posons A, le coefficient de la chaîne « directe » et K, le coefficient de la chaîne « retour ». Le schéma de la figure 11.1 représente sous la forme de **schéma blocs** ce type d'amplificateur.

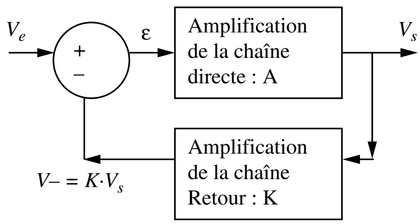


Figure 11.1

$$V^- = KV_s \quad \varepsilon = V_e - KV_s \text{ et } V_s = A\varepsilon \text{ alors on a } \frac{V_s}{A} = V_e - KV_s$$

Posons $G = \frac{V_s}{V_e}$ la fonction de transfert du système bouclé, est alors $G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A}{1+KA}$

On retrouve ici la **formule de Black**.

KA représente la fonction de transfert en boucle ouverte. Lorsque ce terme est positif, on parle de réaction négative ou de contre-réaction.

Le facteur $1 + KA$ est souvent appelée « taux de réaction » ou « facteur de régulation ».

ε représente l'erreur au sens des asservissements.

Dans le cas où il y a amplificateur opérationnel dans la chaîne directe, l'ordre de grandeur de l'erreur est donné $\varepsilon = \frac{V_s}{A} = 10^{-5}$ V lorsque $A = 10^6$ et $V_s = 10$ V.

Donc ε reste petit devant V_s quel que soit les variations de l'entrée V_e.

11.1.2 Les différents types de contre-réaction

Quand un amplificateur opérationnel est utilisé dans la chaîne directe, la représentation de la contre-réaction comportant de fait un différentiateur est évidente.

C'est le cas pour les systèmes comme l'amplificateur « non inverseur » et l'amplificateur « inverseur » qui rentrent dans cette catégorie.

Dans les autres cas, on peut représenter les différentes contre-réactions possibles en électronique comme suit :

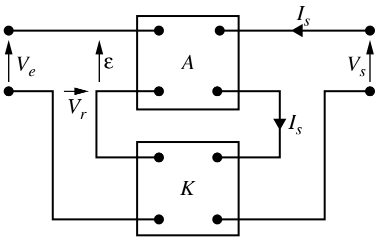


Figure 11.2 Injection série, prélèvement série en courant

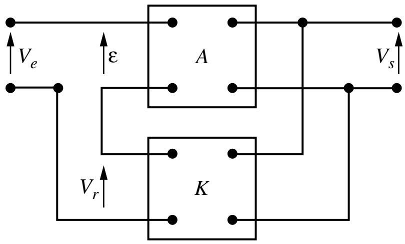


Figure 11.3 Injection série, prélèvement parallèle en tension

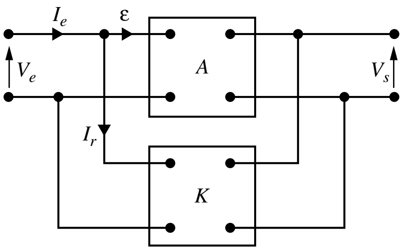


Figure 11.4 Injection parallèle, prélèvement parallèle en tension

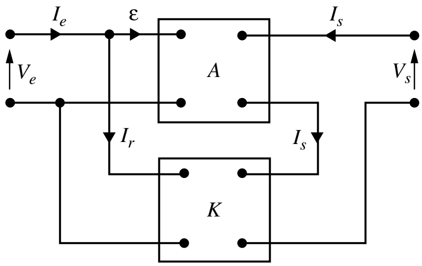


Figure 11.5 Injection parallèle, prélèvement série en courant

11.2 Propriétés des systèmes bouclés à contre-réaction

11.2.1 Stabilité des systèmes bouclés

La fonction de transfert du système à contre-réaction est donnée par fonction de transfert du système bouclé. Alors :

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A}{1 + KA}$$

La variation relative de cette fonction de transfert est donnée en passant par le dérivé logarithmique.

$$\frac{dG}{G} = \frac{dA}{1 + KA} - \frac{KdA}{1 + KA} - \frac{AdK}{1 + KA}$$

Cette variation relative prend donc en compte aussi bien les variations de la chaîne retour que de la chaîne directe. On remarque que pour les deux premiers termes comprenant les variations dA et KdA sont divisés dans l'expression ci-dessus par $1 + KA$ (terme généralement grand) ce qui minimise les variations dues à la chaîne directe A.

Dans le cas où $|AK| \gg 1$ et $|A| \gg 1$ (chaîne directe à fort gain), alors :

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{K} \text{ et } \frac{dG}{G} = -\frac{dK}{K}$$

Le système asservi ne dépend alors que de la chaîne retour. Comme il s'agit généralement d'un système passif, sa stabilité est largement supérieure à celle de la chaîne directe et donc à l'ensemble du système.

Cette propriété sert non seulement à améliorer les amplificateurs mais aussi à réaliser des fonctions de transfert stables.

11.2.2 Action de la contre-réaction sur la bande passante

L'amplificateur opérationnel avec sa pulsation de coupure ω_0 et son coefficient d'amplification A_0 a sa fonction de transfert de la forme :

$$\frac{V_s}{\varepsilon} = A_d = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$$

Dans le chapitre 8, nous montrons que, grâce à la contre-réaction, la fonction de transfert est de la forme :

$$G = \frac{G_0^*}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0'}}$$

dans le cas du montage non inverseur avec

$$G_0^* = \frac{A_0}{1 + KA_0} \text{ et } \omega_0' = \left(1 + KA_0\right)\omega_0$$

La bande passante de l'amplificateur complet à contre réaction est ainsi étendue de ω_0 sans contre-réaction (amplificateur opérationnel seul) à $\omega_0' = \omega_0$ (1 + KA) avec contre-réaction.

Dans le même temps, son amplification passe de A_0 à $G_0^* \approx \dfrac{\text{Ao}}{1 + \text{KA}}$.

On peut l'interpréter comme une hyperbole pulsation-coefficient d'amplification, délimitant une aire constante $\omega_0' G_0^* = \omega_0 A$. Ce qui est gagné en pulsation est perdu en amplification.

Si de plus |Ao| = + ∞ alors la fonction de transfert $G_0^* \approx \dfrac{1}{K}$ ne dépend plus que de la chaine retour dont les éléments peuvent être tous passifs et très stables.

11.2.3 Action de la réaction sur l'impédance d'entrée

La démonstration est obtenue ici avec injection en tension série et prélèvement parallèle en tension.

$Vs = A\varepsilon$

Par définition, on a : $Ze = \varepsilon / ie$ l'impédance d'entrée de l'amplificateur en chaine directe et $Ze^* = Ve/ie$ l'impédance d'entrée de l'amplificateur bouclé complet.

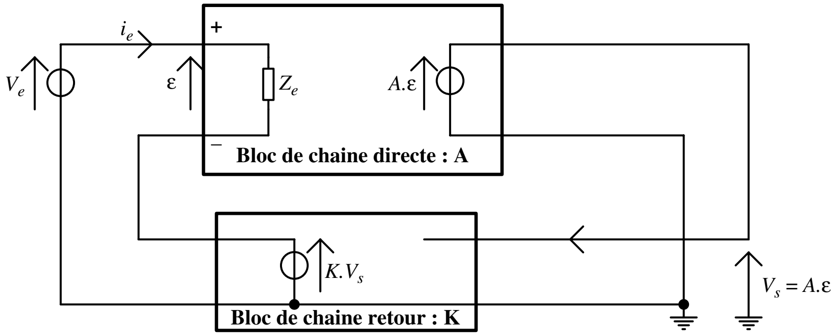


Figure 11.6

De plus $Ze^* = (\varepsilon + KVs)/ie = \varepsilon(1 + KA)/ie = Ze(1 + KA)$

Donc $\boldsymbol{Ze^* = Ze(1 + KA)}$, l'impédance d'entrée de l'amplificateur à contre-réaction est égale à l'impédance d'entrée multipliée du taux de réaction $1 + KA$.

L'amélioration de l'amplification s'effectue grâce à la contre-réaction par le fait que $|Ze^*| \gg |Ze|$.

11.2.4 Action de la réaction sur l'impédance de sortie

Démonstration obtenue ici avec une injection en tension série et prélèvement parallèle en tension.

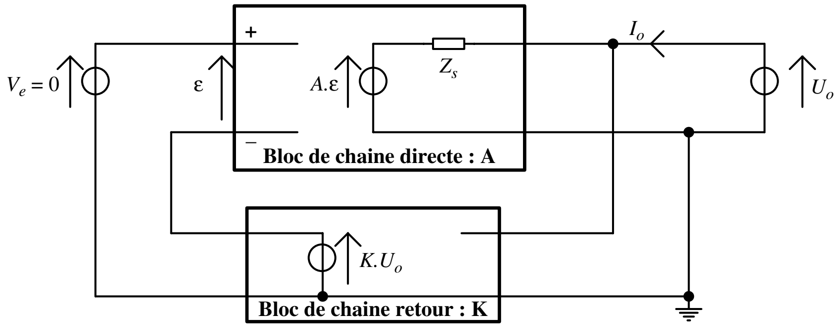


Figure 11.7

Par définition, l'impédance de sortie de l'amplificateur en chaine directe est :

$Zs = (U_o - A\ \varepsilon)/I_o$ à $Ve = 0$.

Et l'impédance de sortie de l'amplificateur bouclé complet :

$Zs^* = U_o/I_o$ à $Ve = 0$.

De plus $\varepsilon = 0 - K{\cdot}U_o$ et $U_o - A\ \varepsilon = U_o(1 + KA)$ ainsi $Zs = (1 + KA)\ U_o/I_o$

Par conséquent $\boldsymbol{Zs^* = Zs/(1 + KA)}$.

L'impédance de sortie de l'amplificateur à contre-réaction est égale à l'impédance de sortie de la chaîne directe divisée par le taux de réaction.

L'amélioration de l'amplification s'effectue grâce à la contre-réaction par le fait que $|Zs^*| \ll |Zs|$.

11.2.5 Action de la réaction sur les signaux parasites introduits dans la boucle

La distorsion, les dérives de température ou d'alimentation et le bruit créés à l'intérieur du système bouclé sont ici représentés par le terme B (signaux parasites) comme indiqué sur la figure 11.8 :

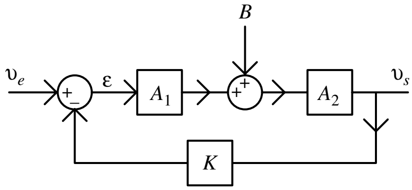


Figure 11.8

Sans contre-réaction :

$$V_s = A_1 A_2 V_e + A_2 B$$

Avec contre-réaction :

$$V_s^* = \frac{A_1 A_2}{1 + K A_1 A_2} Ve + \frac{A_2}{1 + K A_1 A_2} B$$

Le comportement de l'amplificateur en termes de bruit n'est donc pas meilleur en contre-réaction.

Par contre, on déduit que le bruit est d'autant plus présent en sortie qu'il est introduit à proximité de l'entrée de V_e.

11.3 Stabilité des systèmes bouclés

Le critère de Nyquist permet de prévoir à partir de la fonction de transfert en boucle ouverte, la stabilité de l'amplificateur en boucle fermée.

Le point critique correspondant à $1 + KA = 0$ c'est-à-dire $KA = -1$ doit être éviter sous peine d'avoir un système instable. Ce point qui correspond à un gain de 0 dB et à une phase de 180° dans le plan de Bode, est donc à éviter.

En pratique le critère du Revers permet de prévoir des marges suffisantes autour de ce point, soit en phase $\Delta\varphi$ (au moins 45° avec un gain de 0 dB), soit en gain (au moins 6 dB avec un déphasage de 180°) pour assurer au système une stabilité suffisante. Cependant ce qui est gagné en stabilité est perdu en précision ; la recherche d'un compromis est donc toujours de règle.

Une manière efficace de contourner ce point critique est d'introduire un correcteur dans la chaine directe. Lorsqu'un pôle de la fonction de transfert correspond au point critique (ou en est proche), la méthode consiste à remplacer le pôle critique par un zéro du correcteur.

Illustration dans l'exemple ci-dessous avec son correcteur décrit par sa fonction de transfert en variable de Laplace $C(p) = \dfrac{(p + 1/\tau)}{(p + \omega_2)}$ et son schéma électrique.

Dans cet exemple, la fonction de transfert de l'amplificateur sans correction est donnée par $T(p) = \dfrac{To}{p \cdot (p + 1/\tau)}$ en variable de Laplace.

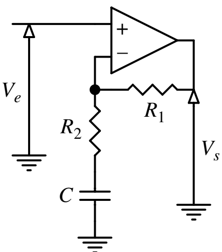


Figure 11.9

Après correction, la nouvelle fonction de transfert est donnée par $T^*(p) = T(p) \cdot C(p) = \dfrac{To}{p \cdot (p + \omega_2)}$

En ω_1, se trouve le point critique de l'amplificateur à corriger (la marge de phase est faible, proche de 0°). Le point critique est reporté après introduction du correcteur en ω_2 avec une marge de phase suffisante $\Delta\varphi$ égale à 45°.

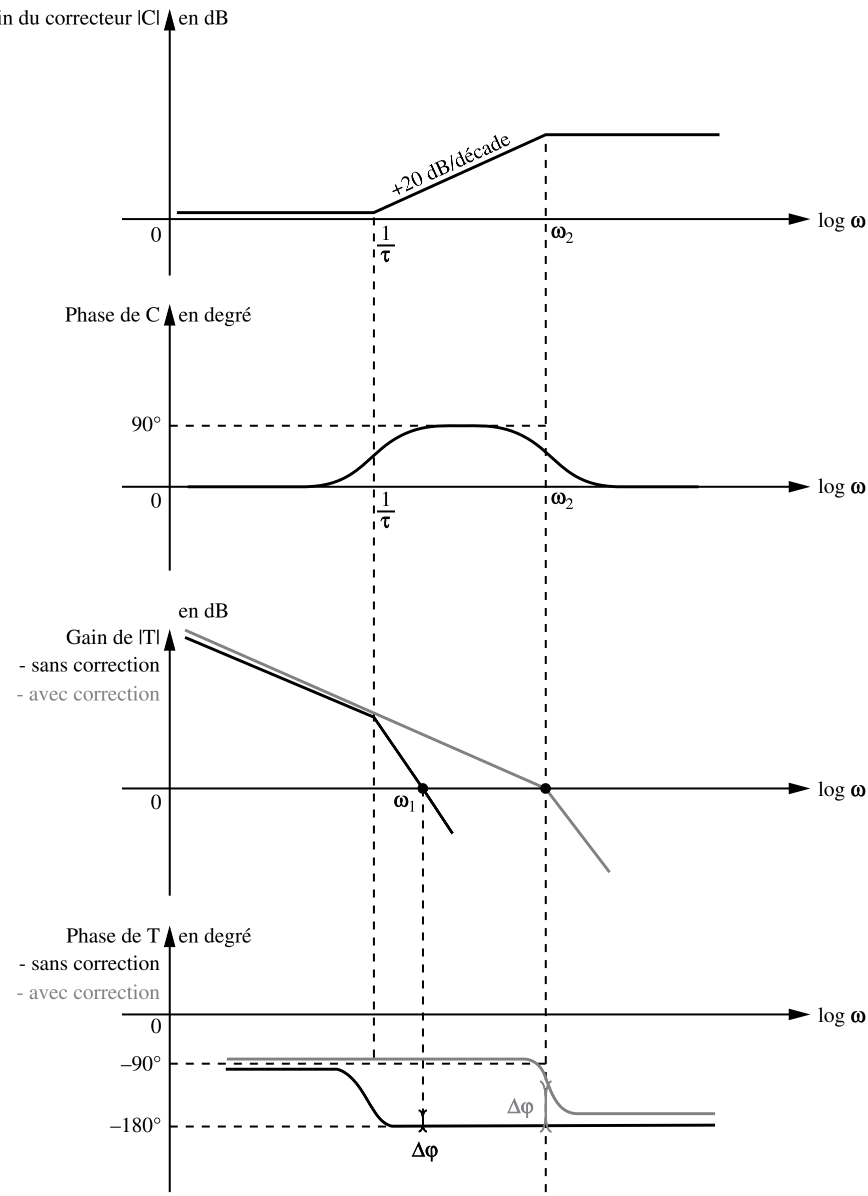


Figure 11.10

11.4 Identification de quelques contre-réactions classiques

On suppose ici l'amplificateur opérationnel idéal avec un courant entrant sur l'entrée « moins » nul et $\varepsilon = 0$.

11.4.1 L'amplificateur non inverseur (ou amplificateur direct)

$$V_s = (Z_1 + Z_2)\cdot i \text{ et } V_e = Z_1\cdot i \text{ et } \varepsilon = 0 \Rightarrow G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1}$$

Par schéma blocs, on a :

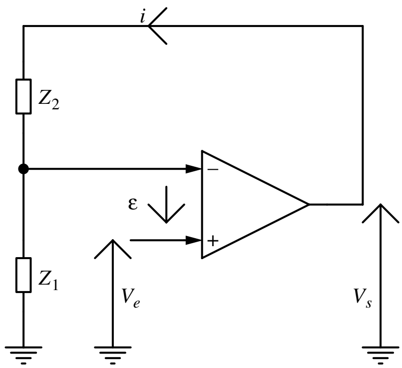


Figure 11.11

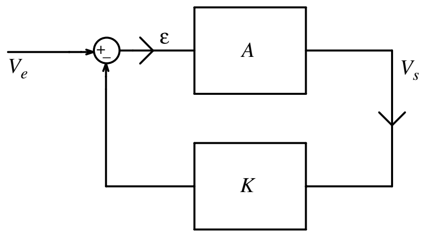


Figure 11.12 Représentation par schéma blocs

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A}{1+KA} \text{ d'où } G \approx \frac{1}{K} \text{ lorsque } |A\cdot K| \gg 1$$

et donc par identification $K = \dfrac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$

A est ici identifié comme étant le coefficient d'amplificateur différentiel de l'amplificateur opérationnel $A = A_d$.

On reconnait ici un amplificateur à prélèvement en tension avec différentiateur.

11.4.2 L'amplificateur inverseur

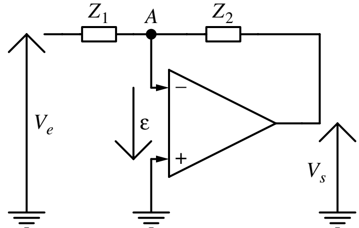


Figure 11.13

En utilisant le principe de superposition sur le point A, on a :

$$\varepsilon = V_s \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} + V_e = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

De plus $V_s = A_d \cdot \varepsilon$

Posons $G_o = \dfrac{Z_1 + Z_2}{Z_1}$ alors $G = \dfrac{V_s}{V_e} = -\dfrac{Z_2}{Z_1}\dfrac{\frac{A_d}{G_o}}{1+\frac{A_d}{G_o}}$ (11.1)

Schéma bloc

D'après la formule de Black $\dfrac{V_s}{V_e} = \dfrac{A}{1 + K \cdot A}$

d'où $\dfrac{V_s}{V_e/K} = \dfrac{KA}{1 + K \cdot A}$ et sa représentation :

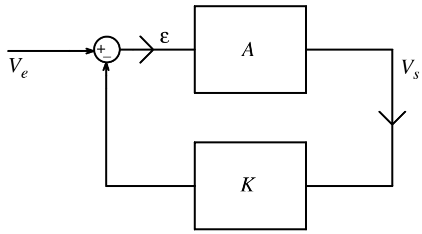


Figure 11.14

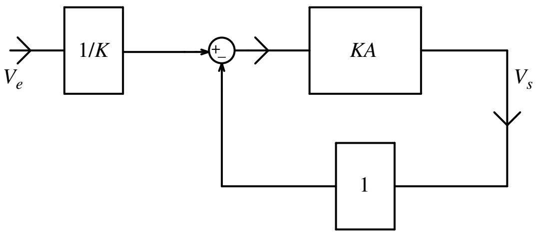


Figure 11.15

On a $G = \dfrac{V_s}{V_e} = \dfrac{1}{K} \cdot \dfrac{KA}{1 + K \cdot A}$ (11.2)

Identifions le circuit et son schéma bloc :

(11.1) et (11.2) => $K = -\dfrac{Z_2}{Z_1}$ et $\dfrac{A_d}{G_o} = KA$ (11.3)

d'où $A = -A_d \dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$ (11.4)

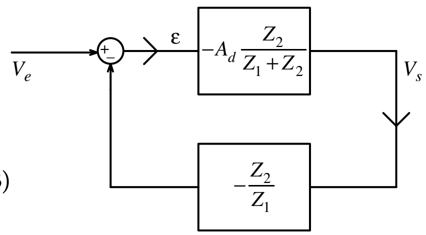


Figure 11.16

On reconnait ici un amplificateur à prélèvement en tension avec différentiateur ou encore un amplificateur à prélèvement en tension avec injection en tension série.

Propriété du produit « gain-bande »

Lorsque $Z_1 = R_1$ et $Z_2 = R_2$, impédances purement résistives.
Pour L'AO, seul le coefficient d'amplification en complexe est donné par

$$A_d = \frac{A_{do}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_o}} \tag{11.5}$$

La fonction de transfert est attendue sous la forme : $\mathrm{G} = \dfrac{V_s}{V_e} = \dfrac{G_o^*}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$ (11.6)

et (11.1) et (11.5) => $\mathrm{G} = -\dfrac{R_2}{R_1} \cdot \dfrac{A_{do}}{G_o + A_{do} + j\dfrac{\omega}{\omega_o} G_o}$ (11.7) alors (11.6) et (11.7) => $\omega_c = \omega_o(1+\frac{A_{do}}{G_o})$ et $G_o^* = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{A_{do}}{G_o + A_{do}}$

si $A_{do} \gg G_o$ alors $|G_o^*|\cdot\omega_c = A_{do}\cdot\omega_o\cdot\frac{R_2}{(1+\frac{R_2}{R_1})R_1}$

Si de plus $R_1 \ll R_2$ alors $|G_o^*|\cdot\omega_c = A_{do}\cdot\omega_o$

Le produit gain bande est alors conservé.

11.4.3 Amplificateur émetteur commun avec résistance d'émetteur non découplée

Sans contre-réaction (sans R_E)

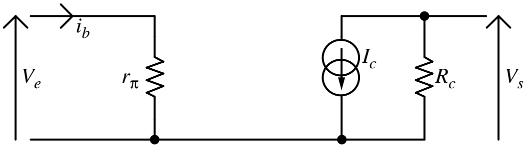


Figure 11.17

$v_e = r_\pi \cdot i_b$ et $v_s = -\beta\cdot i_b \cdot R_c$ avec $I_c = \beta.i_b$ alors $A = \frac{v_s}{v_e} = -\beta\cdot\frac{R_c}{r_\pi}$

Avec contre-réaction (avec R_E)

Les 2 schémas de la figure 11.18 sont équivalents avec $i_c = \beta\cdot i_b$

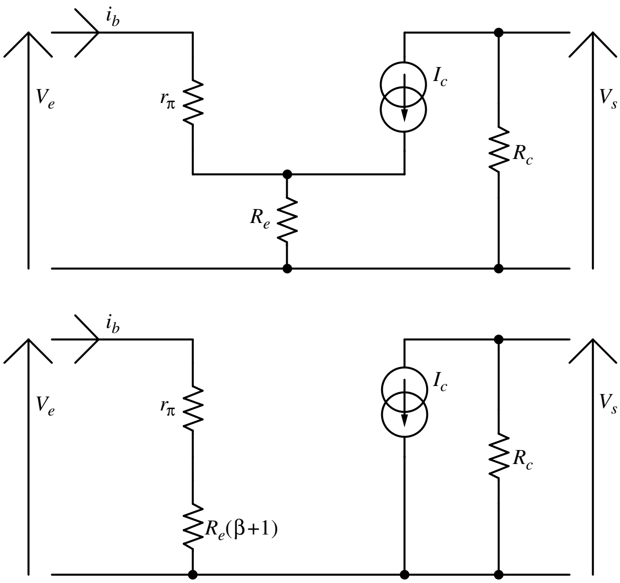


Figure 11.18

$$\frac{v_s}{v_e}=\frac{-\beta\cdot R_c}{r_\pi+(\beta+1)\cdot R_e}=\frac{\dfrac{-\beta\cdot R_c}{r_\pi}}{1+\dfrac{\beta\cdot R_e}{r_\pi}}=\frac{A}{1+A(\dfrac{-R_e}{R_c})}\ avec\ \beta\gg 1 \text{ et en posant A} =\frac{-\beta\cdot R_c}{r_\pi}$$

Alors $K=\dfrac{-R_e}{R_c}$ est identifié. Finalement le schéma complet est :

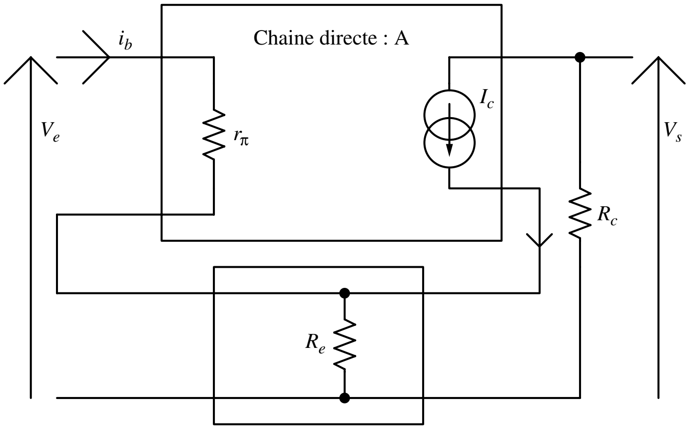


Figure 11.19

Si $|K{\cdot}A|\gg 1$ c'est-à-dire si $\beta{\cdot}R_e\gg r_\pi$ alors $\dfrac{V_s}{V_e}=\dfrac{1}{K}=-\dfrac{R_c}{R_e}$

La fonction de transfert est ici indépendante de β et de r_π donc indépendante du transistor bipolaire qui est donc aisément interchangeable (interopérabilité des composants).

On reconnait ici un amplificateur à prélèvement en courant avec injection en série.

11.4.4 Amplificateur « émetteur commun » avec résistance entre émetteur et base

Sans contre-réaction (sans r) (fig. 11.20)

On a : $\boldsymbol{i_s=\beta\cdot i_b}$ ***et*** $\boldsymbol{v_e=r_\pi\cdot i_b}$ et $\boldsymbol{v_s=-i_s\cdot R_c}$

avec $i_s=i_c=\beta{\cdot}i_b$ alors $A=\dfrac{v_s}{v_e}=-\boldsymbol{\beta}\cdot\dfrac{\boldsymbol{R_c}}{\boldsymbol{r_\pi}}$

La fonction de transfert dépend de β et de R_c.

Avec contre-réaction (avec r) (fig. 11.20)

Hypothèses : $r\gg R_c\quad r\gg r_\pi\quad V_e\ll V_s\quad r_\pi\ll R_B$

Alors r_π en parallèle avec R_B est quasiment équivalent à r_π

Et $\boldsymbol{i_r=\dfrac{V_s-V_e}{r+r_\pi}\approx\dfrac{V_s}{r}}$ **avec** $\boldsymbol{v_s=-R_c\cdot i_s}$ **Donc** $\boldsymbol{i_b=i+i_r}\approx-\dfrac{R_c}{r}\boldsymbol{i_s}$

$\boldsymbol{i_B=i+i_s}$

On suppose les impédances de C et C_s négligeables aux fréquences utilisées.

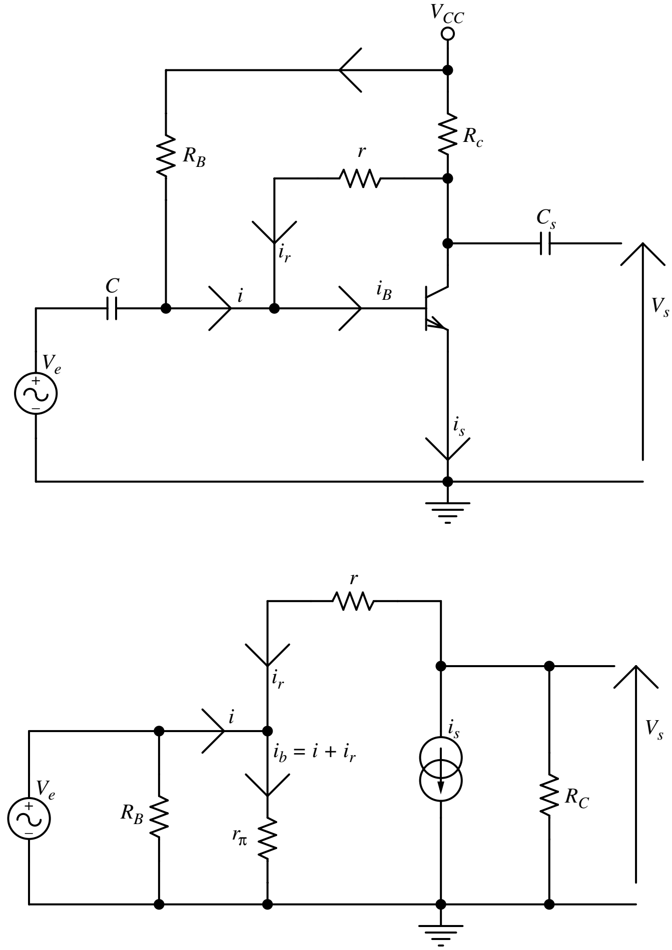


Figure 11.20 Schéma équivalent petit signaux

La formule de Black donne ici : $\dfrac{i_s}{i} = \dfrac{\beta}{1+\beta(\dfrac{Rc}{r})}$

Généralement $A \cdot K = \beta\dfrac{R_c}{r} \gg 1$ alors la fonction de transfert $\dfrac{i_s}{i} \approx \dfrac{r}{\boldsymbol{R_c}}$ est ici indépendante de β et de la charge R_c.

Elle est donc indépendante du transistor bipolaire qui est de ce fait aisément interchangeable.

On reconnait ici un amplificateur à prélèvement en courant avec injection en parallèle.

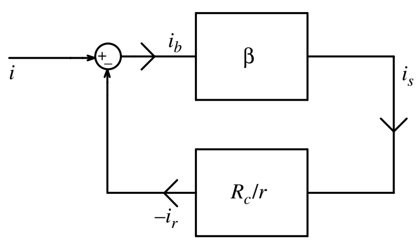


Figure 11.21

11.4.5 Amplificateur à « collecteur commun »

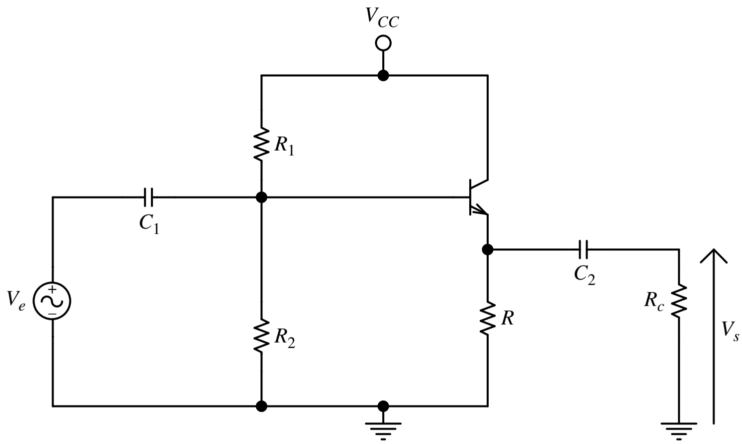


Figure 11.22

En négligeant les impédances des condensateurs de liaisons C_1 et C_2, on obtient comme schéma équivalent en petits signaux où $i_c = \beta \cdot i_b$ et R_B représente R_1 et R_2 en parallèle :

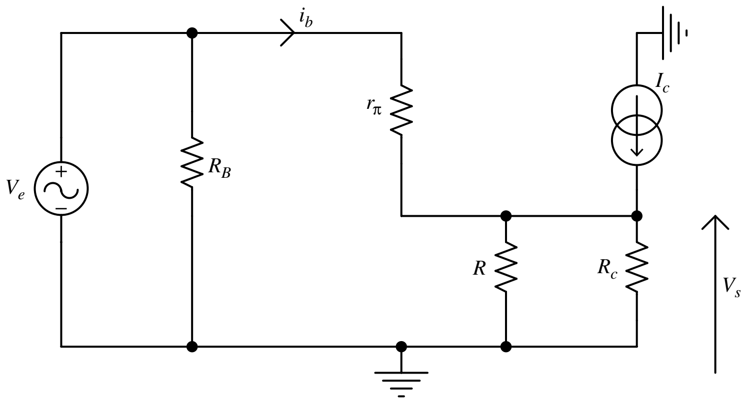


Figure 11.23

Lorsque $R_B \gg r_\pi + \beta \cdot R$ et $R_c \gg R$, on a alors la fonction de transfert est alors $\frac{V_s}{V_e} = \frac{\beta R}{\beta R + r_\pi} = \frac{\beta R / r_\pi}{\beta R / r_\pi + 1} \approx 1.$

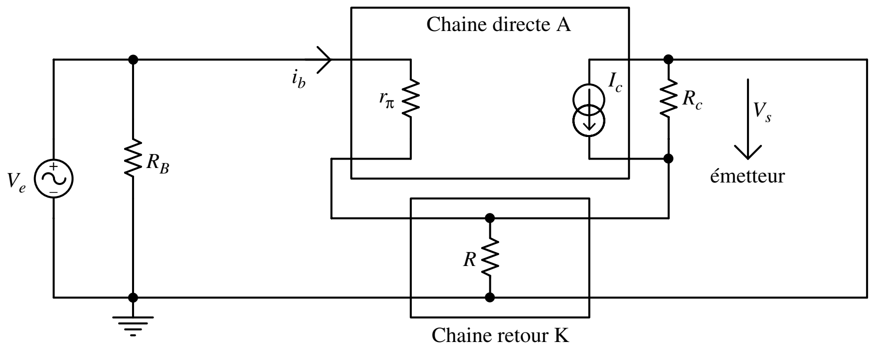


Figure 11.24

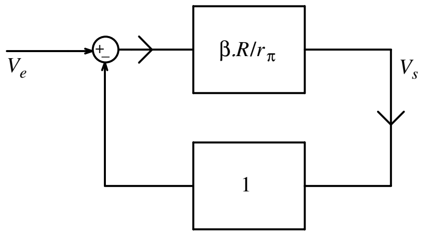


Figure 11.25

On reconnaît un amplificateur à injection série avec prélèvement en tension en parallèle.

12 Amplificateur opérationnel (AO)

12.1 Description et comportement

12.1.1 Description et comportement en boucle ouverte

Amplificateur idéal

Un amplificateur opérationnel (AO) est constitué essentiellement d'un **amplificateur différentiel** généralement réalisé avec des transistors bipolaires ou à effet de champ.

L'amplificateur opérationnel est un élément fiable et peu coûteux qui se présente sous la forme d'un circuit intégré (CI).

Le comportement d'un amplificateur opérationnel peut être modélisé par un amplificateur en tension idéal pour lequel le coefficient d'amplification (ou gain en décibel) est infini ou de valeur élevée supérieur à 10^5, l'impédance d'entrée infinie et l'impédance de sortie est nulle.

Les représentations symboliques adoptées sont indiquées figures ci-dessous avec V_a et V_b les tensions en entrée et V_o la tension en sortie.

Pour un amplificateur à entrées différentielles où la tension V_a qui s'applique sur l'entrée « + » et la tension V_b qui s'applique sur l'entrée « – » sont les tensions d'entrée qui peuvent être dynamiques. On a la tension de sortie V_o donnée en première approximation par :

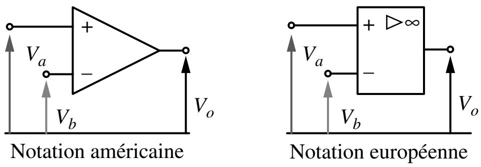


Figure 12.1

$$V_0 = A_{vd} \cdot \left(V_a - V_b\right) \tag{12.1}$$

La différence $V_a - V_b$ est souvent noté ε.

L'amplificateur opérationnel (AO) est généralement alimenté par deux sources de tension symétriques que l'on notera $\pm V_{cc}$.

Il n'y a pas d'entrée de masse directe sur le boîtier de l'amplificateur opérationnel.

La masse est indirectement présente par l'intermédiaire des deux alimentations symétriques au point milieu. Lorsqu'on alimente l'AO entre $+V_{cc}$ et 0 on a alors un point milieu à $V_{cc}/2$.

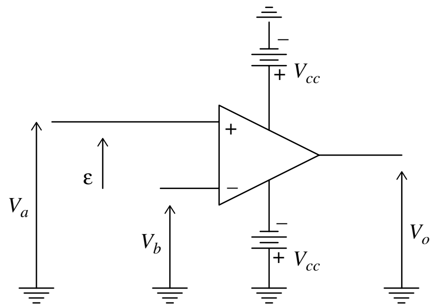


Figure 12.2

En prenant en compte le terme parasite de mode commun on a :

$$V_0 = A_{vd} \cdot (V_a - V_b) + A_{MC} \cdot \frac{(V_a + V_b)}{2} \tag{12.2}$$

Où A_{vd} est le coefficient d'**amplification différentielle** en tension et A_{MC} est le coefficient d'**amplification de mode commun** en tension.

Si l'on néglige le terme de mode commun alors on retrouve bien la tension de sortie décrite en 1re approche : $V_0 \approx A_{vd} \cdot \varepsilon$

$A_{vd} = A_{vo}/(1 + j \cdot f/fc)$ représente le gain en tension en complexes, fc est sa fréquence de coupure et A_{vo}, qui est une constante, représente ici le coefficient d'amplification maximum en tension. Le produit gain-bande est donné par $A_{vo} \cdot fc$

En boucle ouverte, la sortie atteint rapidement l'une ou l'autre des tensions de saturation $\pm V_{sat}$ proches des tensions d'alimentation $\pm V_{cc}$ dès que $|\varepsilon|$ dépasse quelques µVolts.

En boucle ouverte, la caractéristique de la tension de sortie en fonction de la différence des entrées est décrite en figure 12.3 avec A_{vo} la pente autour de 0 et $\pm V_{sat}$ (proches de $\pm V_{cc}$) les valeurs de saturation atteintes dès que $|\varepsilon| \cdot A_{vd}$ dépasse V_{sat} :

L'utilisation de l'AO en boucle ouverte sert principalement pour réaliser la fonction comparateur entre les deux entrées, voir plus loin le paragraphe qui lui est consacré.

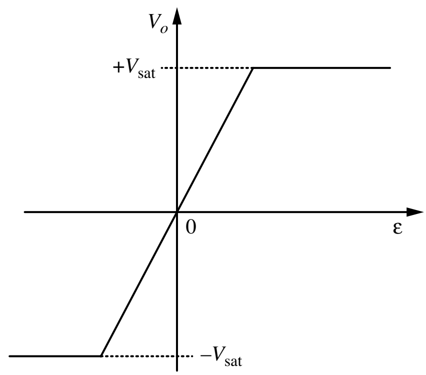


Figure 12.3

Imperfections essentielles

Les tableaux 12.1 et 12.2 présentent respectivement les imperfections statiques et dynamiques.

Tableau 12.1 Défauts et imperfections statiques

Symbole	Signification	Ordre de grandeur
V_{I0}	Tension de décalage à l'entrée, peut être annulée par un dispositif de réglage	1 à 6 mV
I_a, I_b	Courants de polarisation absorbés par les deux entrées a et b	50 à 500 nA
I_{I0}	Courant de décalage à l'entrée : $I_{I0} = I_a - I_b$	50 à 200 nA
I_{iB}	Courant de polarisation moyen : $I_{iB} = (I_a + I_b)/2$	50 à 500 nA
α_{VI0}	Coefficient de température de la tension de décalage en µV/degré : $\Delta_{VI0}/\Delta\theta$	10 µV/°C
β_{VI0}	Coefficient de variation dans le temps de la tension de décalage : $\Delta_{VI0}/\Delta t$	

Tableau 12.2 Imperfections et limitations dynamiques essentielles

Symbole	Signification	Ordre de grandeur
A_{vd}	Amplificateur en tension en mode différentiel	10^5 à 10^6
CMC	Taux de rejection en mode commun CMC = A_{vd}/A_{vc}	70 dB à 130 dB
Z_{diff}	Impédance d'entrée en mode différentiel	$10^5\ \Omega$ à $10^{12}\ \Omega$
Zo	Impédance de sortie $1/Z_o = 1/(R_s + j\omega \cdot C_s)$	$50\ \Omega$ à $200\ \Omega$
$Zmc+$ $Zmc-$	Impédances d'entrée en mode commun : $1/Zmc = 1/(Rmc + j\omega \cdot Cmc)$	$10^5\ \Omega$ à $10^{12}\ \Omega$

Tableau 12.3 Exemples de caractéristiques suivant le type de technologie de transistors utilisée

Caractéristique	Bipolaire LM741	BiFET TL081	BiCMOS CA3140	CMOS LMC6035
Amplification, A_{vd}	$2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	10^5	10^6
Résistance d'entrée, ρ_e	$2 \cdot 10^6$	10^{12}	$1{,}5 \cdot 10^{12}$	$> 10^{13}$
Résistance de sortie, ρ_s	75	100	60	
Fréquence de coupure, f1 en Hz	10		20	
Courants de fuite, J_a, J_b	80 nA	30 pA	10 pA	0,02 pA
Tension d'offset, V_{I0} en mV	1	3	8	0,5
T_{RMC}, A_{MC} en décibel	90	86	90	96
Bruit en tension en nV/Hz$^{1/2}$		18	40	27

Effet de triangulation

La vitesse maximale de variation de la tension de sortie est souvent dénommée « vitesse de balayage » ou « Slew-Rate » dans les documentations des constructeurs.

Cette caractéristique essentielle constitue une limitation technologique importante qui délimite le fonctionnement en fréquence de l'AO. Pour contrôler une triangulation de V_s en sortie, on doit vérifier :

$\frac{\mathrm{d}Vs}{\mathrm{d}t}|\max \leq Slew - rate$. L'ordre de grandeur de sa valeur est de 1 V/µs.

Pour les signaux d'amplitudes importantes (quelques volts), c'est le Slew-rate plus encore que le produit gain-bande qui va déterminer la fréquence d'utilisation maximale d'un amplificateur.

Exemple avec un signal sinusoïdal en entrée et avec $V_s = E{\cdot}\sin(\omega{\cdot}t)$ en sortie lorsque $\omega \leq 2\pi f_{\max}$:

$$\frac{\mathrm{d}Vs}{\mathrm{d}t}|\max = E\cdot 2\cdot\pi\cdot f_{\max}\cdot\cos(2\cdot\pi\cdot f_{\max}\cdot t)|\max \; = E\cdot 2\cdot\pi\cdot f_{\max} \text{ d'où } f_{\max} = \frac{Slew - rate}{E\cdot 2\cdot\pi}$$

Mise en évidence du Slew-rate directement en visualisant le signal en tension de sortie « trapézoïdale » en fonction du temps avec un signal échelon (signal carré) en entrée, le Slew-rate est représenté par la pente du signal en figure 12.4.

Mise en évidence de la triangulation du signal de sortie V_s en fonction du temps lorsque la fréquence du signal d'entrée dépasse la fréquence limite $f_{\max}$ du signal sinusoïdal V_{in} en entrée :

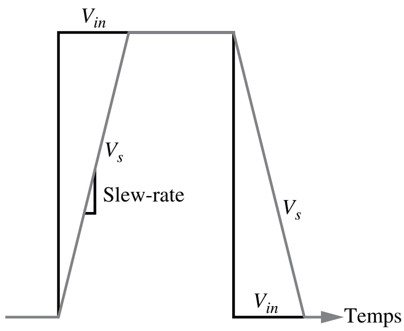


Figure 12.4

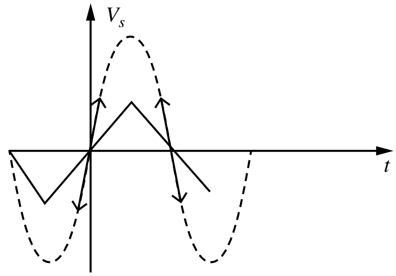


Figure 12.5

Le courant maximum que peut fournir l'étage d'entrée étant égal à deux fois le courant de polarisation I_{co} traversant le collecteur d'un des transistors d'entrée, le Slew-rate peut s'obtenir théoriquement de la façon suivante : Slew-rate = 2 I_{co}/C où C représente ici la capacité de compensation interne de l'AO.

Pour un AOP 741, le courant de polarisation I_{co} = 10 µA et la capacité de compensation interne C = 30 pF ce qui donne une vitesse de balayage de 0,67 V/µS. Si l'AOP ne possède pas de capacité de compensation, le Slew-rate est déterminé par les capacités parasites internes à l'AO. De tels AO possèdent un Slew-rate et une bande passante plus importante que les AOP compensés, mais ils sont moins stables lors d'une utilisation en suiveur.

Les AOP BiFET rapides compensés en fréquence, série TL071-TL081 et leurs variantes ont des Slew-rate plus élevés, de l'ordre de 10 à 20 V/µs.

Lorsque la fréquence du signal f dépasse la fréquence seuil fmax, on peut visualiser l'effet de triangulation non désiré pour le signal de sortie en figure 12.5.

AO à hautes performances

Pour des variétés de très hautes performances dites très rapides, la vitesse de balayage ou Slew-rate peut dépasser 100 V/µS. Ces amplificateurs présentent par ailleurs un produit gain-bande supérieur à 100 MHz.

On note que le Slew-rate peut même dépasser 1 000 V/µS, pour les certains amplificateurs comme AD810, AD811, AD9617 et AD9618 par exemple.

Tableau 12.4 Limitations du produit gain-bande et du Slew-rate tant en boucle ouverte que fermée

Symbole	Signification	Ordre de grandeur
$A_{vd} \cdot f_c$	Produit gain-bande	$10^6 < A_{vd} \cdot f_c < 2 \cdot 10^8$
Slew-Rate	Vitesse maximale de balayage de tension en sortie	0,5 V /µs < SR < 1 000 V/µs

Impédances d'entrée et de sortie d'un AO

L'impédance d'entrée d'un AO est due aux transistors d'entrées de celui-ci. Les entrées d'un AO peuvent être modélisées par trois impédances : deux impédances de mode commun $Zmc+$ et $Zmc-$ ainsi qu'une impédance différentielle Z_{diff}. Les résistances de mode commun sont reliées entre une des deux entrées et la masse tandis que la résistance différentielle est disposée entre les deux entrées différentielles (fig. 12.6).

Ces impédances généralement en grande partie résistives ont des valeurs comprises entre 10^5 et 10^{12} Ω suivant la technologie des transistors utilisés.

De plus, il existe en parallèle de chacune de ces résistances un condensateur dont la valeur peut varier de quelques pF à 25 pF. Ces condensateurs font chuter l'impédance d'entrée de l'amplificateur à hautes fréquences. L'utilisation d'une boucle de contre-réaction multiplie l'impédance d'entrée par le gain, cette boucle permettant ainsi de diminuer l'effet de ces condensateurs sur le gain en hautes fréquences.

Pour les AO utilisant une contre-réaction en courant, l'impédance de l'entrée non-inverseuse peut elle aussi être modélisée par une résistance comprise entre 10^5 et 10^9 Ω en parallèle avec un condensateur. L'entrée inverseuse peut être modélisée, quant à elle, par une charge réactive (condensateur ou inductance suivant l'AOP) en série avec une résistance comprise entre 10 et 100 Ω. L'impédance de sortie, notée Z_o ou R_S lorsqu'elle est résistive est assez faible, inférieure à 200 Ω. Cette impédance de sortie se traduit par une chute de la tension de sortie au fur et à mesure que le courant de charge augmente. Dans un montage utilisant une contre-réaction, l'impédance de sortie se trouve réduite ce qui permet de la ramener à une valeur proche de zéro.

Le schéma équivalent de l'amplificateur tenant compte du terme de mode commun et des courants de fuite J_a, J_b ainsi que de la tension de décalage V_{io} est décrit ci-dessous.

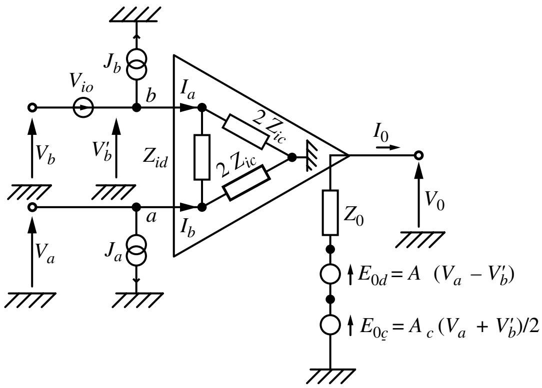


Figure 12.6

On note A_{vd} le coefficient d'**amplification différentielle** en tension et A_{MC} le coefficient d'**amplification de mode commun** en tension.

C_{MC} est le taux de rejection de mode commun $C_{MC} = A_{Vd}/A_{MC}$.

Si l'on néglige Z_o, Z_{id}, Z_{ic}, J_a, J_b et le terme de mode commun E_{oc}, on obtient comme tension de sortie **en régime statique** :

$V_o = A_{vd}\cdot[V_a - V_b + (R_a + R_b)\cdot I_{IO}/2 - (R_a - R_b)\cdot I_{IB} - V_{IO}]$ voir le tableau 12.1 pour I_{IO} et I_{iB}.

En **régime dynamique**, à basse fréquence, en négligeant Z_o, R_a, R_b et en notant $V_a = \Delta V_a$,

$$V_b = \Delta V_b \text{ et } V_o = \Delta V_o,$$

tout en prenant en compte le terme parasite de mode commun on a :

$$V_o = A_{vd} \cdot \left(V_a - V_b\right) + A_{MC} \cdot \frac{\left(V_a + V_b\right)}{2}$$

$$\text{ou } V_o = A_{vd}\cdot[V_a - V_b + (V_a + V_b)/2C_{\mathrm{MC}}]$$

Dans le cas où le terme de mode commun est négligé devant le terme de mode différentiel et lorsqu'on néglige également les courants de fuite et la tension de décalage des entrées, on retrouve le modèle dynamique simplifié classique de l'amplificateur opérationnel ci-dessous avec sa résistance d'entrée ρ_e et sa résistance de sortie ρ_s (fig. 12.7).

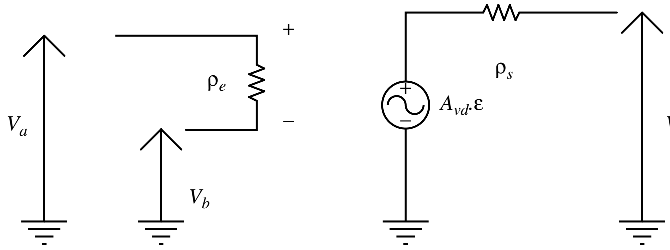


Figure 12.7

Structure générale d'un amplificateur opérationnel à circuit intégré

La structure générale, indiquée figure 12.4, est constituée de trois étages principaux :

- (A_1) : étage différentiel d'entrée de admittance $-y_{f1}$.
- (A_2) : amplificateur à transconductance, associé à deux résistances R_1 et R_2, et contenant une capacité de contre-réaction C ; l'ensemble étant caractérisé par une impédance $-z_{f2}$.
- (A_3) : amplificateur de puissance en sortie, de gain A_3, voisin en général de l'unité.

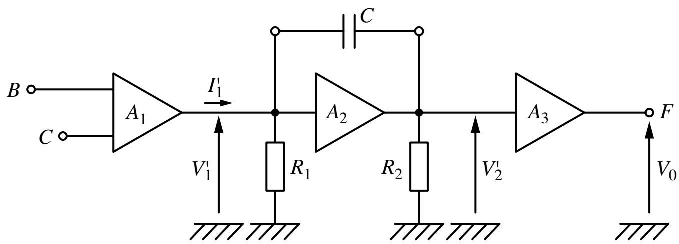


Figure 12.8

Dans le code universel par lettres, B représente l'entrée « – », C l'entrée « + » et F la sortie.

$$I_1' = y_{f1}\,(V_a - V_b)\;,\; y_{f1} = g_{f1}/(1 + \mathrm{j}f/f1)$$

$V_2' = -z_{f2}\, I_1'$ $\qquad z_{f2} = \rho_{f2}/(1 + \mathrm{j}f/f2)$ et $V_0 = y_{f1} \cdot z_{f2} \cdot A_3 \cdot \left(V_a - V_b\right)$

En outre :

$$z_{f2} = \rho_f 2/[(1 + \mathrm{j}\omega \mathrm{C}(R_1 + R_2 + \rho_{f2})]$$

et

$$\rho_{f2} = g_{f2}\, R_1\, R_2 \text{ avec } f2 = 1/(2\pi \mathrm{C}\cdot\rho_{f2})$$

Pour un amplificateur 741 ou 748, on a par exemple :

$$g_{f1} = 10^{-4}\mathrm{S},\ R_1 = 10^6\Omega,\ R_2 = 10^5\ \Omega,\ g_{f2} = 10^{-2}\mathrm{S},\ \mathrm{A3} = 1$$

Donc :

$$\rho_{f2} = 10^9\ \Omega \text{ et } A_{v0} = A_2 = 10^5\ ;$$

$$f_1 = 1\ \mathrm{MHz}, \text{ et } f_2 = 50\ \mathrm{Hz} \text{ pour } \mathrm{C} = 3\ \mathrm{pF} \text{ ou } f_2 = 5\ \mathrm{Hz} \text{ pour } \mathrm{C} = 30\ \mathrm{pF}.$$

Le tracé asymptotique de A_{vd} en fonction de la fréquence présente deux points de changement de pente avec C = 3 pF avec

$$A_{vd} = A_0/(1 + jf/f1) \cdot (1 + jf/f2).$$

Il peut n'en présenter qu'un seul avec C = 30 pF pour $|A_{vd}| > 1$ avec

$$A_{vd} = A_0/(1 + jf/f1).$$

Dans de nombreux circuits intégrés, l'utilisateur peut insérer entre deux bornes spécifiques une capacité extérieure, de façon que la valeur globale de C ait la valeur désirée, modifiant ainsi le produit gain-bande initial et permettant de n'avoir plus qu'une seule fréquence de coupure fc. Voir le tracé asymptotique de la fonction de transfert de la figure 12.9.

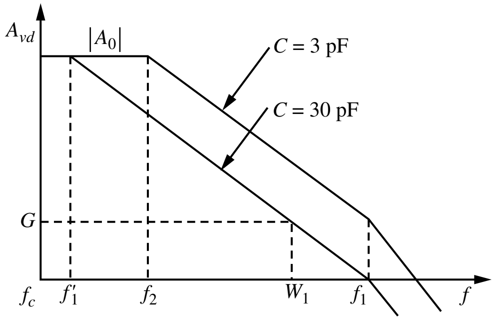


Figure 12.9

Description des trois étages d'amplification

Dans ce circuit élémentaire (fig. 12.10), on retrouve les trois parties classiques précédemment et représentées en figure 8.4 :

- L'étage différentiel. L'utilisation d'une source de courant comme charge de la paire différentielle permet d'améliorer la réjection du mode commun.
- L'étage d'amplification à fort gain en tension est chargé par une source de courant et est réalisé généralement par un amplificateur de classe A permettant de réduire la distorsion. Le condensateur C et son réglage éventuel par un rajout externe permettent d'effectuer une contre-réaction locale contrôlée, assurant ainsi la compensation fréquentielle de l'AO.
- L'étage de puissance en sortie est généralement constitué d'un Push-Pull de classe AB.

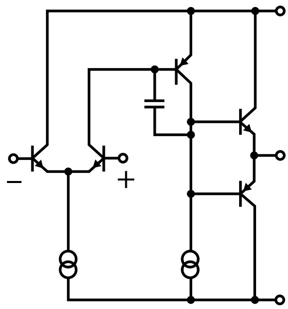


Figure 12.10

12.1.2 Description et comportement de l'AO en boucle fermée

Stabilité de l'AO et limitation en fréquence

Le modèle de l'AO présenté dans la figure 12.11 permet de tenir compte de la limitation en fréquence grâce à la présence d'une capacité parasite interne modélisée par le condensateur *C*.

$R_s = \rho_s$ représente la résistance de sortie et $\rho_s = R_s$ la résistance de sortie interne de l'AO.

On suppose que le courant d'entrée de l'étage tampon est nul avec $V_s = V_{s1}$.

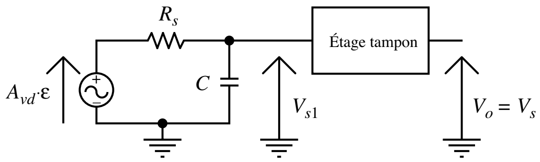


Figure 12.11

$$A_{vd}\cdot\varepsilon = i\cdot\rho_s + V_{s1} \text{ avec } i = C\frac{\mathrm{d}V_{s1}}{\mathrm{d}t}$$

d'où $A_{vd}\cdot\varepsilon = \rho_s\cdot C\dfrac{\mathrm{d}V_{s1}}{\mathrm{d}t} + v_{s1}$

Si l'on pose $\rho_s\cdot C = \tau$

alors $A_{vd}\varepsilon = \tau\dfrac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}t} + V_s$ (12.4)

Lorsque le signal de sortie est sinusoïdal

$$V_s = V_{s0}\cdot e^{j\omega t}$$

Alors

$$A_{vd}\varepsilon = \rho_s\cdot Cj\omega\ \cdot V_s + V_s$$

et l'amplification en tension :

$$A_d = \frac{V_s}{\varepsilon} = \frac{A_{vd}}{1 + j\omega\ \tau} = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$$

avec $A_0 = A_{vd}$ et $\tau = \dfrac{1}{\omega_0}$

Ce résultat directement peut aussi être directement obtenu avec les impédances complexes en régime sinusoïdal :

$$V_s = \frac{\dfrac{1}{jc\omega}}{\dfrac{1}{jc\omega} + \rho_s} A_0\varepsilon$$

d'où

$$A_d = \frac{V_s}{\varepsilon} = \frac{A_0}{1 + j\cdot\rho_s C\omega} = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}} \qquad (12.5)$$

Gain de l'AO seul : $\text{gain} = 20\cdot\log\left|\dfrac{V_s}{\varepsilon}\right|$

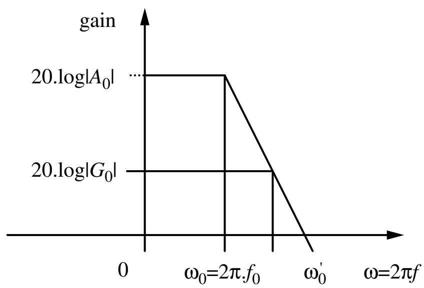


Figure 12.12

Étude de stabilité de l'AO dans un montage à contre-réaction

Comme dans toute réaction négative ou contre-réaction, on prélève ici une partie de la sortie pour la ramener sur l'entrée « – »

Posons : A = coefficient de la chaîne « directe » et K = coefficient de la chaîne « retour ».

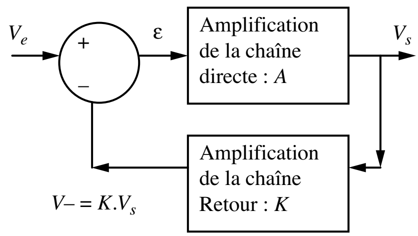


Figure 12.13

$$\varepsilon = V_e - KV_s \Rightarrow \frac{V_s}{A} = V_e - KV_s \Rightarrow G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A}{1+KA}$$
$$V_s = A\varepsilon$$

Posons $G = \dfrac{V_s}{V_e}$ la fonction de transfert du système bouclé. Si $|KA| >> 1$ alors : $G = \dfrac{V_s}{V_e}$ $\approx \dfrac{1}{K} = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1} = G_0$ dans le cas du montage non inverseur G ne dépend que des éléments extérieurs (en général passifs) à l'amplificateur opérationnel.

Stabilité : Lorsque V_e augmente alors $\varepsilon = (V_+ - V_e)$ augmente, puis V_s augmente, ainsi que $V\_$ et, enfin, ε diminue. Donc **ε reste petit proche de 0.**

Exemple : Amplificateur non inverseur (voir figure 12.14).

Par identification on a :

$$K = \frac{V_-}{V_s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ et } A = A_d$$

Pulsation de coupure du montage

On trouve donc :

$$G = \frac{G_0^*}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0'}}$$

avec $G_0^* = \dfrac{A_0}{1+KA_0}$ et $\omega_0' = \left(1 + KA_0\right)\omega_0$

gain du circuit : $g = 20 \cdot \log\left|\dfrac{V_s}{V_e}\right|$

ω_0: pulsation de coupure de l'amplificateur opérationnel seul.

A_0 : coefficient d'amplification (gain en décibel) de l'amplificateur opérationnel seul.

ω_0': pulsation de coupure de l'amplificateur (montage à contre réaction).

G_0 : gain de l'amplificateur (montage à contre réaction).

Dans notre exemple : $G_0^* = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1} = G_0$ et $\omega_0' = \left(1 + \dfrac{A_d}{G}\right)\omega_0$

Il y a conservation du produit gain-bande, tant en boucle ouverte (A_0 seul) que fermée :

$$\omega_0' G_0 = \omega_0 A_0 = Cte$$

Ce qui est gagné en fréquence est perdu en amplification.

Étude de stabilité pour l'amplificateur non inverseur

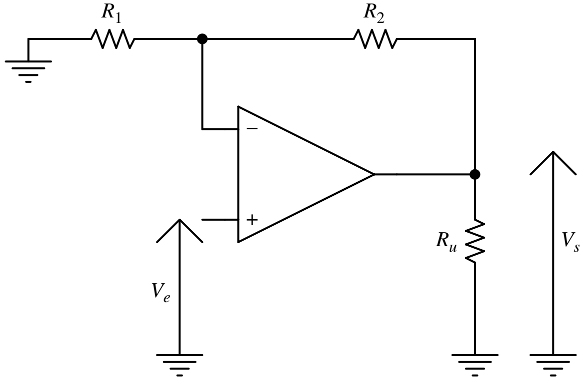


Figure 12.14

Entrée V_e : fonction échelon $V_e = E$ pour $t > 0$ et $V_e = 0$ pour $t < 0$

$A_0\varepsilon = \tau\frac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}t} + V_s$ dû à l'étage tampon avec τ : Constante de temps de l'AO.

ici :

$$\varepsilon = V_e - \frac{V_s R_1}{R_1 + R_2}$$

alors :

$$\tau\frac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}t} + V_s = A_0 E - \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} V_s$$

et

$$\tau\frac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2}\right) V_s \simeq A_0 E \text{ car } \frac{A_0}{G_0} \gg 1$$

Si l'on pose $G_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$ et $\tau' = \frac{\tau}{\frac{A_0}{G_0}}$ avec $\tau' \ll \tau$. On obtient alors

$$\tau'\frac{dV_s}{dt} + V_s = G_0 E$$

Après résolution de cette équation différentielle du 1$^{\text{er}}$ ordre on trouve avec les conditions initiales suivantes à $t = 0$, $V_s = 0$: $V_s = +G_0 E \cdot \left(1 - e^{-t/\tau'}\right)$

C'est le **régime linéaire** de l'AO, la limite asymptotique est atteinte après quelques τ', ainsi la saturation est généralement évitée avec $V_s \simeq G_0$E et $\varepsilon \simeq 0$.

Comportement dynamique en boucle fermée

Les branches ne contiennent que des résistances (ou des impédances complexes en régimes sinusoïdal par extension)

Le tracé asymptotique du module de la fonction de transfert T en fonction de la fréquence *f* est indiqué figure 12.5.

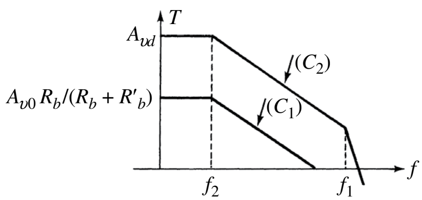


Figure 12.15

Dans le cas représenté par la courbe (C1), on a gain maximum de $A_{v0}{\cdot}R_b/(R_b + R_b')$ et la stabilité est assurée.

Si par contre on se trouve dans un cas représenté par la courbe (C2), on observe un gain maximum à $|T| = A_{vd}$ et le critère du Revers nous indique que le système est alors instable.

On devra donc ajuster la capacité C de l'étage intermédiaire ou introduire une compensation par rajout d'un étage (voir au paragraphe suivant) pour stabiliser le système.

Compensation par avance de phase

Une capacité C_b' est placée en parallèle sur R_b' (fig. 12.16).

$$V_0 = V_a\,A_{vd}\,/[1 + A_{vd}\,R_b\,/(R_b + Z_b')] \text{ avec } 1/Z_b' = 1/R_b' + \mathrm{j}\omega C_b'.$$

Le gain de boucle est alors de $T = A_{vd}\,R_b/(R_b + Z_b')$.

Posons $T_0 = A_{v0d}\,R_b/(R_b + R_b')$.

On trouve :

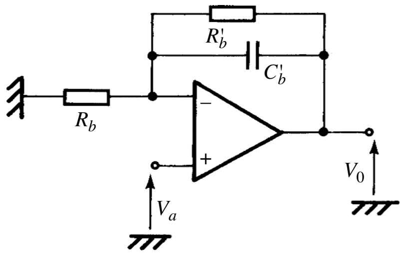


Figure 12.16

$$T = [T_0(1 + \mathrm{j}\omega \cdot C_b' R_b')][(1 + \mathrm{j}f/f1)\ (1 + \mathrm{j}f/f2)\ (1 + \mathrm{j}\omega \cdot C_b'\ R_b\ R_b'/(R_b + R_b'))]$$

$$1/f1 = 2\,\pi\, C_b' R_b' \text{ lorsque } [2\,\pi\, C_b'\ R_b\ R_b'/(R_b + R_b')] \ll 1/f1$$

$$\text{alors } \boldsymbol{T = T_0/(1 + \mathrm{j}f/f2)}$$

On a ainsi réalisé la simplification en remplaçant d'un pôle par un zéro.

Le montage est stable et on peut exploiter le produit gain-bande maximum disponible donné par $A_{v0}{\cdot}f2$.

L'amplificateur opérationnel dans un montage à réaction positive

Dans une réaction positive, on prélève une partie de la sortie pour la ramener sur l'entrée « + » de l'AO.

Notons A, le coefficient de la chaîne « directe » et K, le coefficient de la chaîne « retour ». La représentation par **schéma blocs** est représentée figure 12.17.

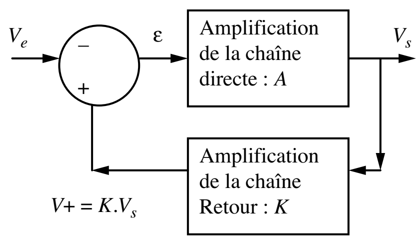


Figure 12.17

$$\begin{cases} \varepsilon = -V_e + KV_s \\ V_s = A\varepsilon \end{cases} \Rightarrow \frac{V_s}{A} = -V_e + KV_s \Rightarrow G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{-A}{1-KA}$$

Si $KA = 1$: il n'y a pas de stabilité possible. Des oscillations peuvent donc apparaître.

Dans les autres cas (KA différent de 1), lorsque V_e diminue alors $\varepsilon = (V_+ - V_e)$ augmente puis V_s augmente ainsi que V+ et enfin ε augmente. Il n'y a pas de stabilisation de ε : il apparaît un effet d'emballement d'où la saturation de l'AO qui est rapidement atteinte.

Exemple de circuit à saturation

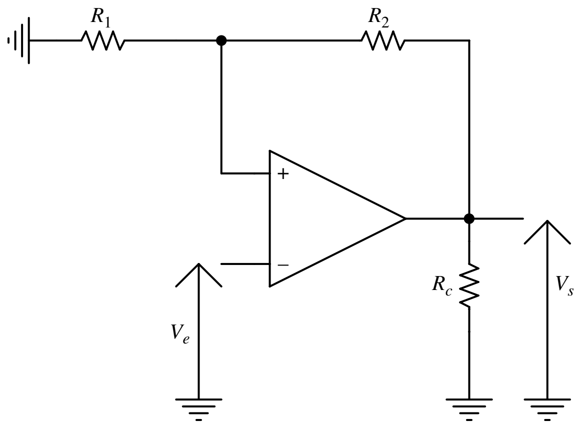


Figure 12.18

Entrée V_e : fonction échelon : $V_e = E$ pour t > 0 et $V_e = 0$ pour t < 0

$A_0\varepsilon = \tau\dfrac{dV_s}{dt} + V_s$ dû à l'étage tampon avec τ : Constante de temps de l'AO.

ici : $\varepsilon = -E + \dfrac{V_s R_1}{R_1 + R_2}$

alors : $\tau\dfrac{dV_s}{dt} + V_s = -A_0(E - \dfrac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} V_s)$

et $\tau\dfrac{dV_s}{dt} + \left(1 - \dfrac{A_0 R_1}{R_1 + R_2}\right)V_s = -A_0 E$

Posons : $G_0 = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1}$ et $\tau' = \dfrac{\tau}{\dfrac{A_0}{G_0}}$

alors $\tau'\dfrac{dV_s}{dt} - V_s = -G_0 E$

avec $\tau' << \tau$

Après résolution de l'équation différentielle du 1er ordre avec les conditions initiales suivantes à $t = 0$: $V_s = 0$ d'où $V_{s0} = -G_0 E$

On obtient $V_s = -G_0 E\left(e^{t/\tau'} - 1\right)$. Le terme en exponentielle positive montre que le **régime de saturation** est très rapidement atteint après quelques constantes de temps τ' seulement.

12.1.3 L'AO en boucle fermée. Les 2 montages fondamentaux

1er montage fondamental : l'amplificateur « direct » ou « non inverseur »

Entrée Ve sur entrée « + » de l'AO.

On a bien ici une **contre-réaction sur entrée** « – » **(réaction négative.** C'est-à-dire un prélèvement d'une partie de la sortie Vs avec une réinjection en tension sur l'entée « – ».

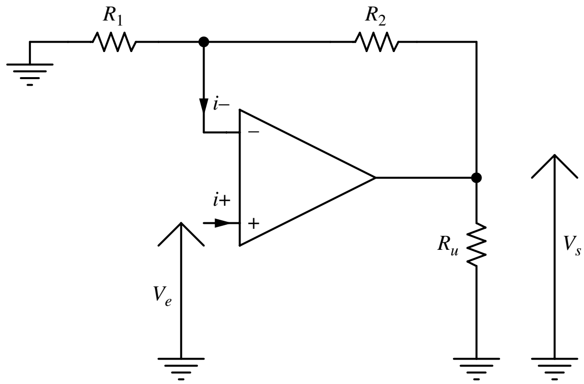


Figure 12.19

On prendra : $\rho_e = +\infty$ et $\rho_s = 0$. ρ_e étant infinie les courants d'entrée de l'AO : i_- et i_+ sont nuls.

Pour $A_d = 10^5$ alors $\frac{R_1 + R_2}{R_1} \ll A$,

alors $A_v = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$

A_v est l'amplification en tension du montage amplificateur. Il ne dépend que de la valeur des deux résistances R_1 et R_2 (éléments passifs) d'où une grande stabilité du montage. On remarque que V_s est indépendante de Ru.

Estimation de $\varepsilon = V_{e+} - V_{e-}$

Si $\begin{cases} A_d = 10^5 \\ V_s = 1\ \text{V (tension continue)} \end{cases}$ alors $\varepsilon = \frac{V_s}{A_d} = 10^{-5}\,V = 10\,\mu V$

ε petit (proche de 0) $\ll 2V_T = 50$ mV, on reste sur la partie linéaire de l'amplificateur différentiel. Avec $V_T = kT/e$.

Le système est stable : on a une la réaction sur l'entrée « – » et ε reste stable et petit $\varepsilon \gg V_e$, $\varepsilon \approx 0$ volt

Précision sur l'amplification de l'amplificateur direct

$$A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \Rightarrow A - 1 = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \text{Ln}(A - 1) = \text{Ln}\ R_2 - \text{Ln}\ R_1 \Rightarrow \frac{dA}{A-1} = \frac{dR_2}{R_2} - \frac{dR_1}{R_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A-1} \approx \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

La résistance d'entrée de l'amplificateur « non inverseur »

Hypothèses : $\rho_s = 0$ et ρ_e grande mais non infinie.

$$R_e = \frac{V_e}{i_e}\ \text{(définition de la résistance d'entrée)}$$

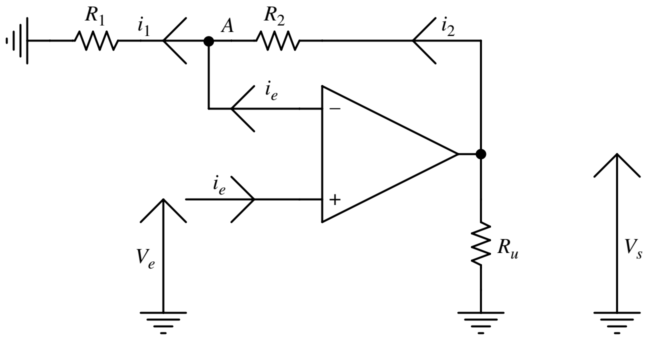


Figure 12.20

En *A* : $i_1 = i_2 + i_e \Rightarrow \dfrac{V_A}{R_1} = \dfrac{A_d.\varepsilon - V_A}{R_2} + i_e$ avec $i_2 = \dfrac{V_s - V_-}{R_2}$

Or $V_A = V_e - \varepsilon$ et $\varepsilon = \rho_e \cdot i_e$ d'où $V_A = V_e - \rho_e \cdot i_e$

alors $\dfrac{V_e - \rho_e i_e}{R_1} = \dfrac{A_d \rho_e i_e}{R_2} - \dfrac{V_e - \rho_e i_e}{R_2} + i_e$

$$V_e\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = \rho_e\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)i_e + \left(\frac{A_d\rho_e}{R_2}+1\right)i_e$$

Lorsque $\left|\dfrac{\rho_e}{R_2}\right| \gg 1$ alors $A_d \dfrac{\rho_e}{R_2} \gg 1$ on négligera le 1 par rapport à $\dfrac{A_d \rho_e}{R_2}$

Et $R_e = \dfrac{V_e}{i_e} = \rho_e + A_d \rho_e \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$

D'où : $R_e = \dfrac{V_e}{i_e} = \rho_e\left(1 + \dfrac{A_d}{G_0}\right)$

En posant $G_0 = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1}$ on a $R_e \simeq \rho_e \dfrac{A_d}{G_0}$

Avec A_d le coefficient d'amplification de l'AO et G_0 le coefficient d'amplification du « montage non inverseur » (amplificateur direct).

2e montage fondamental : l'amplificateur inverseur

On prendra : $\rho_e = +\infty$ et $\rho_s = 0$. V_- est souvent dénommée « masse virtuelle ».

On a $A_v = \dfrac{V_s}{V_e} = -\dfrac{Z_2}{Z_1}$.

Dans le cas particulier :

$$\begin{cases} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = R_2 \end{cases} \quad \text{alors } A_v = -\frac{R_2}{R_1}$$

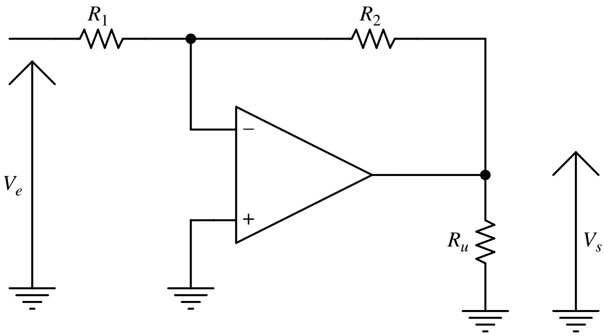


Figure 12.21

Précision sur l'amplification de l'amplificateur inverseur

En utilisant la dérivée différentielle on trouve directement que

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

Outre le fait que les résistances de précision (à 1 % par exemple) sont plus onéreuses que les résistances à 10 %, elles sont aussi plus délicates d'emploi : des conditions de températures et d'humidité doivent alors être respectées.

Exemple pour un amplificateur de tension de gain $A_v = 40$ avec $R_1 = 1$ KΩ et $R_2 = 39$ KΩ de précision à 1 %.

$$A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 40 \text{ et } \frac{\Delta A}{A} = 1\ \% + 1\ \% = 2\ \% \text{ alors } \Delta A = 0{,}8$$

La résistance d'entrée R_s de l'amplificateur « inverseur » est ici $R_s = R_1$ puisque l'entrée « – » représente virtuellement la masse.

La résistance de sortie de l'amplificateur « non inverseur » ou « inverseur ».

Hypothèses : $\rho_e = +\infty$ donc ie = 0 et $\rho_s \neq 0$ mais de l'ordre de quelques ohms seulement.

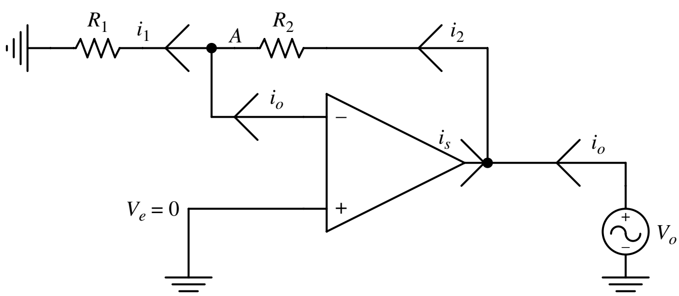


Figure 12.22

$$i_1 = i_e + i_2 \; et \; i_2 = \frac{V_0 - V_-}{R_2}$$

$R_s = \dfrac{v_o}{i_o}$ avec $V_e = 0$ par définition de la résistance de sortie.

$$\begin{array}{l|l} V- = -\varepsilon = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}V_o & \\ i_s = i_2 - i_o & \underline{\text{alors}} - A_d\dfrac{R_1}{R_1+R_2}v_0 = \rho_s\left(\dfrac{v_0}{R_1+R_2} - i_0\right) + v_0 \\ A_d\varepsilon = v_0 + \rho_s i_s & \\ i_1 = \dfrac{v_0}{R_1+R_2} & \underline{\text{et}}\ v_0\left(\dfrac{A_d}{G_0} + 1 + \dfrac{\rho_s}{R_1+R_2}\right) = \rho_s i_0 \end{array}$$

$\dfrac{A_d}{G_0}$ terme prépondérant devant $1+\dfrac{\rho_s}{R_1+R_2}$

en posant : $G_0 = \dfrac{R_1+R_2}{R_1}$, $R_s = \dfrac{\rho_s}{\dfrac{A_d}{G_0}}$.

12.2 L'AO en boucle fermée – Les autres montages linéaires en contre-réaction

On dit en boucle fermée qu'il y a **contre-réaction** ou **réaction négative** quand on ramène une partie de la sortie sur l'entrée inverseuse « – » de *l'AO* alors $\varepsilon = V_a - V_b \approx 0$

Différents montages vont être analysés en prenant $\rho_e = +\infty$ et, $\rho_s = 0$

12.2.1 Suiveur de tension

$$\varepsilon = 0 \Rightarrow V_- = V_+ \Rightarrow V_s = V_e$$

V_s indépendant de la charge placée en sortie : la source ne délivre aucun courant, c'est l'AO qui fournit le courant parcourant la charge. Le montage présente donc l'intérêt d'avoir une impédance d'entrée très grande et une impédance de sortie quasi nulle : c'est un adaptateur d'impédance.

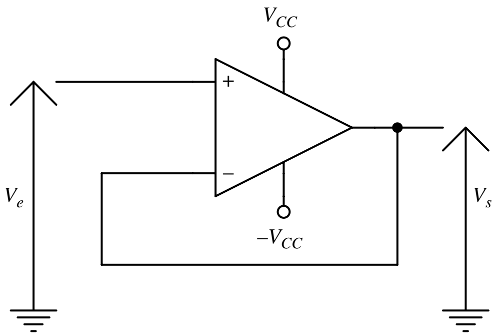


Figure 12.23

12.2.2 Convertisseur courant-tension

ρ_e étant infini le courant i– est nul. La résistance R est parcourue par l'intensité i_e.

L'entrée « + » de l'AO étant à la masse et $\varepsilon \simeq 0$ alors $V\_ \simeq 0$.

On en déduit $V_s = -R \cdot i_e$.

La tension de sortie est proportionnelle au courant i_e, indépendamment de R_c.

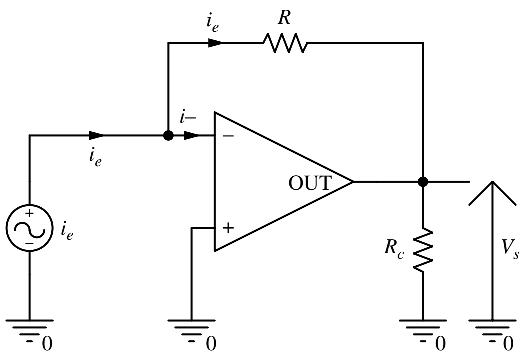


Figure 12.24

12.2.3 Convertisseur tension-courant

$$\rho_e = +\infty \text{ alors } i\_ = 0$$

R_c *et* R sont parcourues par le même courant i_s.

$$\varepsilon = 0 \text{ alors } V\_ = V_e \text{ d'où } i_s = \frac{V_e}{R}$$

Le courant traversant la charge R_c est proportionnel à la tension d'entrée V_e indépendamment de la charge.

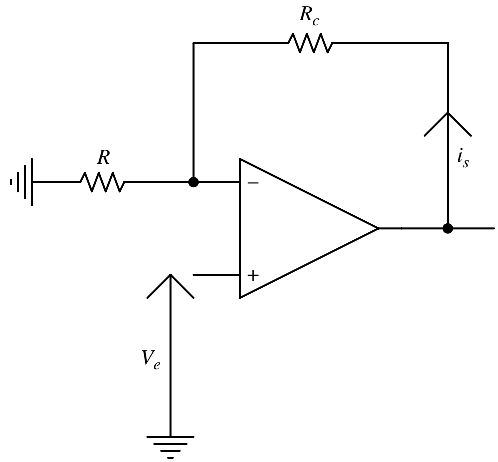


Figure 12.24

12.2.4 Additionneur inverseur

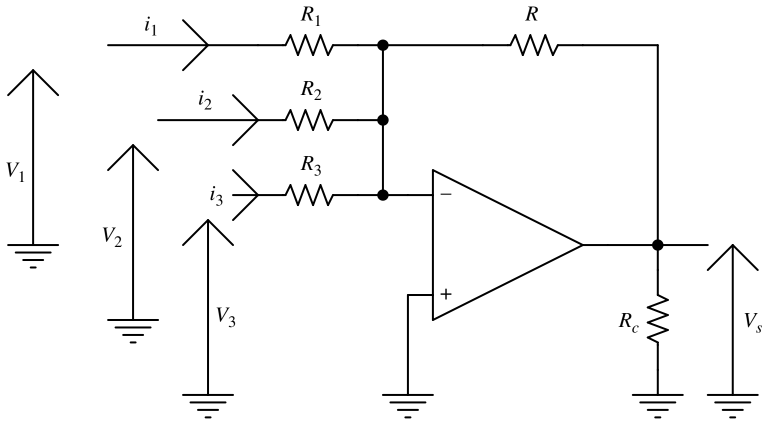


Figure 12.26

En utilisant le principe des superpositions (ou bien le théorème de Millman) :

$$\varepsilon = 0 \text{ alors } V\_ = 0 \qquad \text{d'où : } \left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{V_1}{R_1} \\ i_2 &= \frac{V_2}{R_2} \\ i_3 &= \frac{V_3}{R_3} \end{aligned} \right| \text{alors } V_s = -R(i_1 + i_2 + i_3)$$

$$\text{Alors } V_s = -R\left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}\right)$$

Lorsque $R_1 = R_2 = R_3$ alors $V_s = -(V_1 + V_2 + V_3)$

Généralisation à n entrées : $V_s = -\sum_{i=1}^{n} V_i$

12.2.5 Additionneur non inverseur

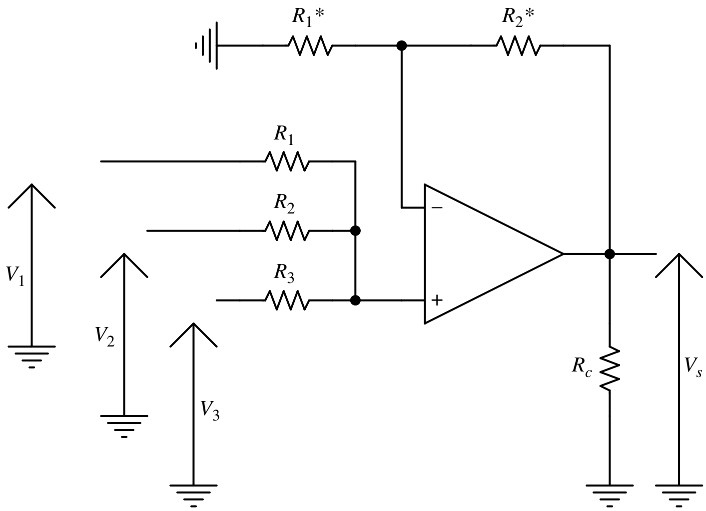


Figure 12.27

On a $V_+ = V_-$ et $V_- = \dfrac{R_1^*}{R_1^* + R_2^*}.V_s$

On notera $R_i \| R_j$ l'association de la résistance R_i en parallèle avec R_j, soit $R_i \| R_j = \dfrac{R_i.R_j}{R_i + R_j}$.

Appliquons le théorème des superpositions :

$$V_+ = \overbrace{\frac{R_2 \| R_3}{R_2 \| R_3 + R_1}}^{a_1} v_1 + \overbrace{\frac{R_1 \| R_3}{R_1 \| R_3 + R_2}}^{a_2} v_2 + \overbrace{\frac{R_1 \| R_2}{R_1 \| R_2 + R_3}}^{a_3} v_3 \quad V_s = \frac{R_1^* + R_2^*}{R_1^*}\left(a_1 V_1 + a_2 V_2 + a_3 V_3\right)$$

En particulier : si $R = R_1 = R_2 = R_3$ $\quad a_1 = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1} = \dfrac{1}{3} = a_2 = a_3$

Si de plus : $R_2^* = 2R_1^*$ alors Vs = V1 + V2 + V3

Raisonnement par récurrence

Cas n = 4 $a_i = \dfrac{R_j \| R_K \| R_1}{R_j \| R_K \| R_l + R_i} = \dfrac{\frac{R}{3}}{\frac{R}{3} + R} = \dfrac{R}{4R} = \dfrac{1}{4}$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$$

si de plus $R_2^* = 3R_1^*$ alors $V_s = 4\left(\frac{1}{4}V_1 + \frac{1}{4}V_2 + \frac{1}{4}V_3 + \frac{1}{4}V_4\right)$

$$V_s = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

au rang n : $R_2^* = (n-1)R_1^*$ et $R_1 = R_2 = ... = R_n$ $\quad V_s = \sum_{i=1}^{n} V_i$

12.2.6 Soustracteur

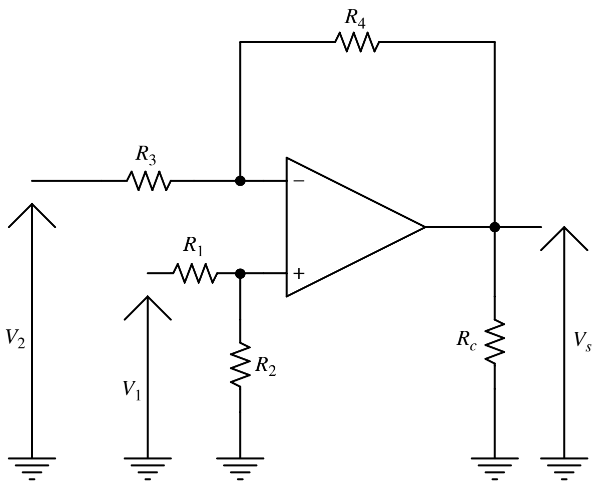


Figure 12.28

Appliquons le théorème des superpositions :

$$V_{S1} = -\frac{R_4}{R_3}V_2 \text{ et } V_{S2} = \left(\frac{R_2}{R_2 + R_1}V_1\right)\left(\frac{R_4 + R_3}{R_3}\right)$$

alors $V_s = \frac{R_4 + R_3}{R_3}\frac{R_2}{R_2 + R_1}V_1 - \frac{R_4}{R_3}V_2$

Cas particulier :

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} = a \text{ alors } \frac{\frac{R_4}{R_3}+1}{\frac{R_1}{R_2}+1} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow V_s = \frac{R_2}{R_1}(V_1 - V_2)$$

La tension de sortie est proportionnelle à la différence des entrées.

On a réalisé un amplificateur différentiel avec la tension $V_1 - V_2$ pouvant être assez grande sans toutefois mettre l'AO en saturation.

12.2.7 Intégrateur

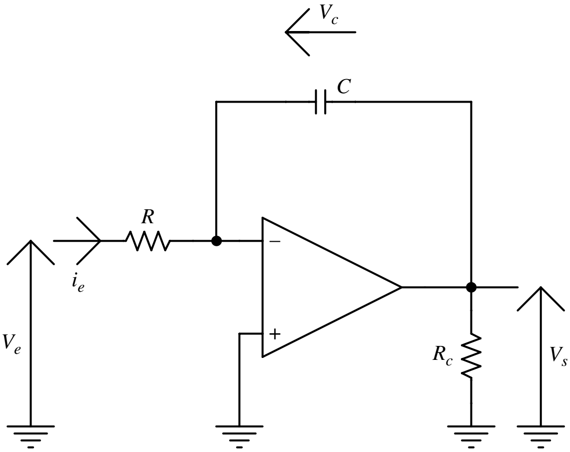


Figure 12.29

Avantage du montage de l'AO :

- On peut débiter un courant en sortie.
- *R* et *C* sont parcourus par le même courant.
- On ne fait pas d'hypothèse sur *C* et *R*.

Démonstration :

$$\begin{cases} dQ = CdV_c \\ i_e = C\dfrac{dV_c}{dt} \\ i_e = \dfrac{V_e}{R} \\ V_s = -V_C \end{cases} \Rightarrow V_s = -V_c = -\int_{-\infty}^{t} \frac{i_e}{C}\mathrm{d}t = -\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} \frac{V_e}{R}\mathrm{d}t$$

$$\Rightarrow V_S(t) = \frac{1}{RC}\int_0^t V_e(\tau)\mathrm{d}\tau$$

La tension est proportionnelle à l'intégrale de V_e, la variable d'intégration étant le temps.

Un interrupteur aux bornes du condensateur rend possible une remise à zéro.

Cela permet d'éviter toute dérive.

Ainsi $t = 0$: $V_S(t) = \dfrac{1}{RC}\displaystyle\int_0^t V_e(\tau)d\tau$

12.2.8 Dérivateur inverseur

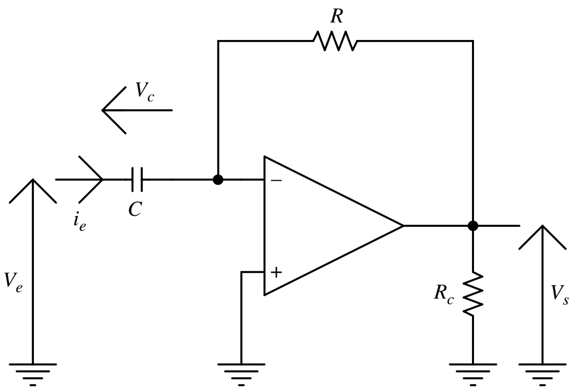


Figure 12.30

$$\begin{cases} i_e = C\dfrac{dV_e}{dt} \\ V_s = -R.i_e \end{cases} \Rightarrow V_s(t) = -RC \cdot \frac{\mathrm{d}V_e(t)}{\mathrm{d}t}$$

La tension de sortie est proportionnelle à la dérivée de la tension d'entrée.

12.2.9 Filtre passe-bas du 1^er^ ordre avec le montage « non inverseur » en régime sinusoïdal

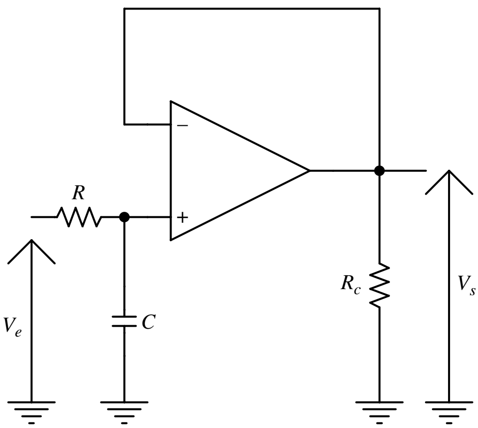


Figure 12.31

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{V_+}{V_e} = \frac{\dfrac{1}{jC\omega}}{R + \dfrac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

En posant : $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$ alors $\dfrac{V_s}{V_e} = \dfrac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_0}} = \dfrac{1}{1+j\dfrac{f}{f_0}}$.

12.2.10 Passe-bas du 1^er ordre avec le montage « inverseur » en régime sinusoïdal

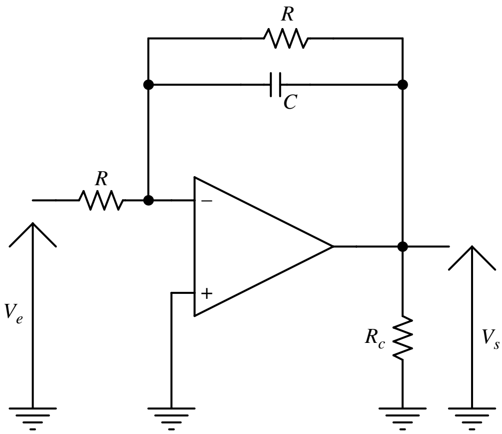


Figure 12.32

$$Z_2 = R//\frac{1}{jC\omega} = \frac{\dfrac{R}{jC\omega}}{R+\dfrac{1}{jC\omega}} = \frac{R}{1+jRC\omega}$$

$$\text{si } Z_1 = R \text{ alors } \frac{V_s}{V_e} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{1}{1+jRC\omega}$$

12.2.11 Filtre passe-haut du 1^er ordre avec le montage non inverseur

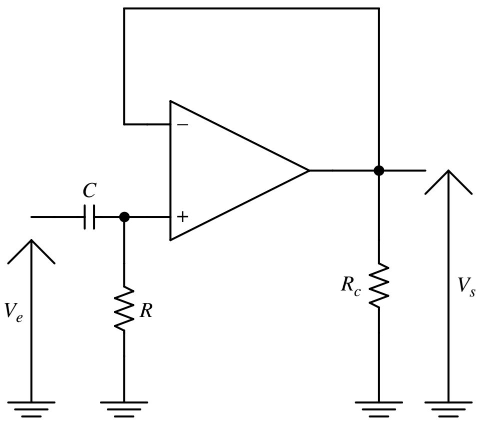


Figure 12.33

$$V_s = V+ = V-$$

$$\text{alors } V_s = V_e \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = V_e \frac{j \cdot RC\omega}{1 + jRC\omega}$$

posons : $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$

$$\text{alors } \frac{V_s}{V_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{j\frac{f}{f_0}}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

12.2.12 Filtre passe-haut du 1er ordre avec le montage « inverseur »

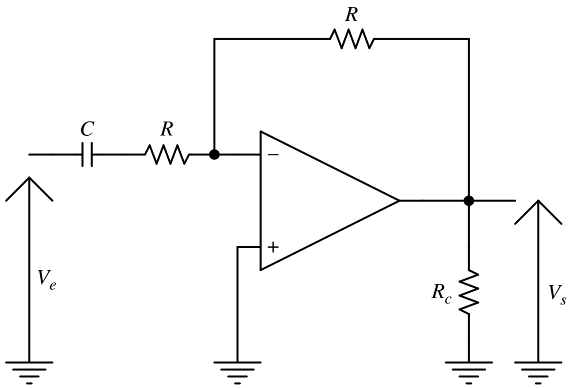


Figure 12.34

$$Z_1 = R + \frac{1}{jC\omega} = \frac{1 + jRC\omega}{jC\omega} \qquad \frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

12.2.13 Filtre passe-bas du second ordre avec résonance possible en régime sinusoïdal

Exemple de cellule où m est un réel (fig. 12.35).

On montre que : $T(j\omega) = \dfrac{V_s}{V_e} = \dfrac{1}{1 + 2mj\dfrac{\omega}{\omega_0} + \left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$

- Si $0 \leq m \leq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$: racines imaginaires avec résonnance (surtension en sortie).
- Si $\dfrac{1}{\sqrt{2}} < m \leq 1$: racines imaginaires avec aucune résonnance.
- Si $m > 1$: deux racines réelles distinctes (on se ramène à deux filtres du 1er ordre en cascade).

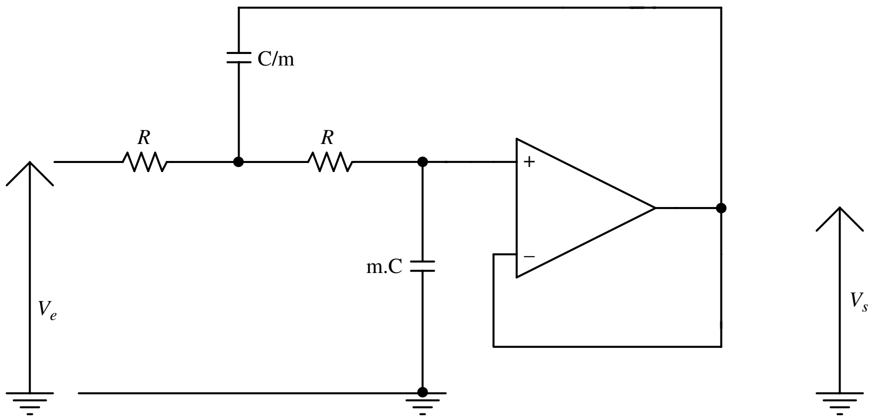


Figure 12.35

12.2.14 Filtre passe-bande

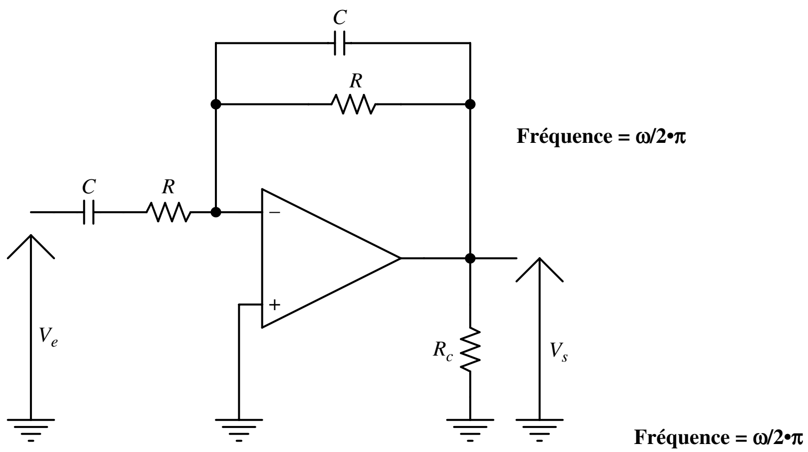


Figure 12.36

Posons $Z_1 = \dfrac{1+jRC\omega}{jRC\omega}$ et $Z_2 = \dfrac{R}{1+jRC\omega}$

$$T(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{-jRC\omega}{(1+jRC\omega)^2} = \frac{-jRC\omega}{1+j2RC\omega+(jRC\omega)^2}$$

$$\text{Forme canonique } T(j\omega) = -\frac{jA\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1+2mj\dfrac{\omega}{\omega_0}+\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \text{ identification } \begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{RC} \\ m=1 \\ A=-1 \end{cases}$$

$$\lim|T| = \frac{1}{2} \text{ quand } \omega \to \omega 0$$

12.2.15 Amplificateur de mesure ou d'instrumentation

On considère le circuit en figure 12.37.

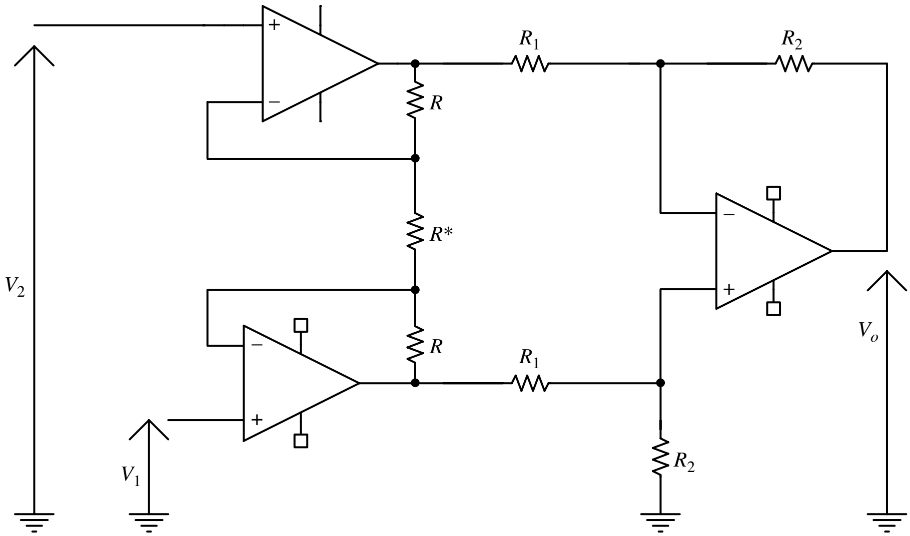


Figure 12.37

Les deux AO $A1$ et $A2$ étant supposés idéaux :

On obtient : $V_s = \dfrac{R_2}{R_1}(1+\dfrac{2R}{R^*})(V_1 - V_2)$

R^* pouvant être réglable, l'on obtient un gain variable en fonction de R^*.

Ce circuit permet donc d'avoir en sortie un signal proportionnel à la différence des tensions des deux entrées. Il est utile pour conditionner et amplifier par exemple les petits signaux issus de capteurs.

Il est aujourd'hui disponible sous la forme de circuit intégré comme l'AD620 chez Analog Device ou l'INA826 chez Texas instrument.

12.2.16 Les redresseurs sans seuil

Le redresseur sans seuil simple

Les diodes classique jouent un rôle de redresseur et ne laissent passer que la partie positive du signal V_e mais avec un seuil V_{th} non négligeable (fig. 12.38).

Pour les diodes en silicium ce seuil est de $V_{\text{th}} = 0{,}6\text{V}$.

Cas $V_e > 0$: $V_{\text{out}} = Ad{\cdot}\varepsilon$ à la sortie de l'AO, la diode est passante.

Contre-réaction : $\varepsilon = 0$ (régime linéaire de l'AO)

1re approche : $V_s \approx V_e$ **pas de seuil**

2e approche : $\begin{cases} V_{\text{out}} = V_s + V_{\text{Th}} \\ V_{\text{out}} = Ad \cdot \varepsilon \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{V_s + V_{\text{Th}}}{Ad}$

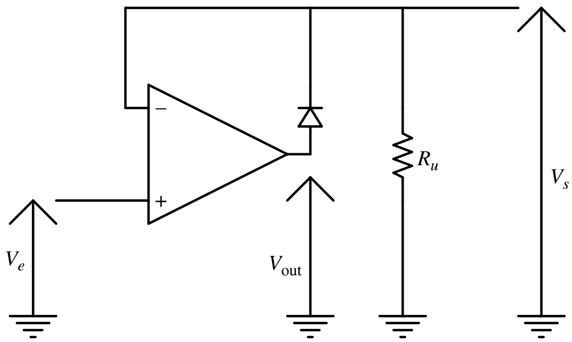


Figure 12.38

$$V_s = V_e - \varepsilon \Rightarrow V_s\left(1+\frac{1}{Ad}\right) = V_e - \frac{v_{Th}}{Ad}$$

$$V_s \approx V_e - \frac{V_{Th}}{Ad}$$

Le seuil habituel V_{Th} d'une diode est ici ramené à $\frac{V_{Th}}{Ad}$ grâce à ce montage.

Cas $V_e < 0$ alors $V_{out} < 0$, la diode est bloquée et il n'y a pas de réaction. Le régime saturé est atteint.

$V_e = V_+ < V_-$ ici $V_{out} \simeq -V_{sat}$ pas de courant alors $V_s = 0$ ici car $V_s = 0 \cdot R_u$ (courant nul sur V_-).

Caractéristique :

Lorsque V_e passe d'une valeur négative à une valeur positive, la sortie de l'amplificateur opérationnel passe de $-V_{sat}$ à $V_{out} = V_e + V_{th}$

Le temps de réponse dû au « Slew-Rate » ne peut pas être considéré ici comme négligeable.

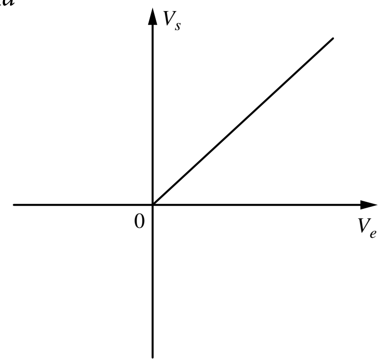


Figure 12.39

Redresseur sans seuil rapide (fig. 12.40)

La sortie est ici inversée par rapport à l'entrée.

Lorsque $V_e > 0 \Rightarrow \varepsilon < 0 \Rightarrow V_{out} < 0$ on a donc par hypothèse $i > 0$

$$V_{out} = Ad \cdot \varepsilon \Rightarrow \begin{cases} D_1 \text{off} \\ D_2 \text{on} \end{cases}$$
$$V_{out} = -V_{Th}$$

D_2 permet de laisser passer un courant : il y a contre-réaction ici.

$$\varepsilon = 0 => V_- = 0 = \left(R_2 + R_u\right) i_s \Rightarrow i_s = 0 \Rightarrow V_s = 0$$

Lorsque $V_e < 0 \Rightarrow \varepsilon > 0 \Rightarrow V_{out} > 0$

$$V_{out} = Ad \cdot \varepsilon \Rightarrow \begin{cases} D_1 \text{diode passante} \\ D_2 \text{diode bloquée} \end{cases}$$

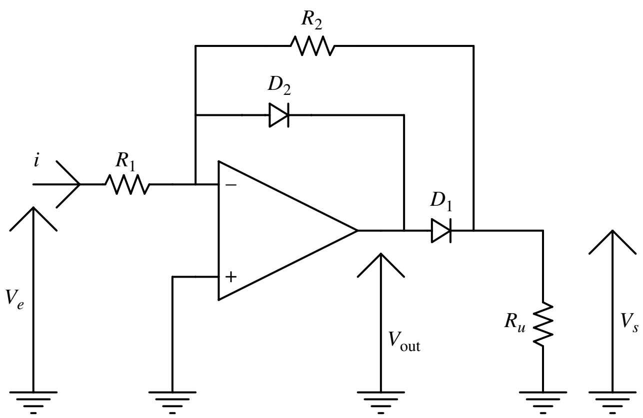


Figure 12.40

$$\begin{cases} V_e = i_e R_1 \\ V_s = -i_e R_2 \end{cases}$$

D'où

$$V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_e$$

$V_{out} = V_s + V_{\mathrm{Th}}$

$V_{\mathrm{out}} = -\frac{R_2}{R_1} V_e + V_{\mathrm{Th}}$ la sortie V_{out} n'est donc pas saturée ici.

Caractéristique (fig. 12.41) :

Transition :

$$V_e < 0 \rightarrow V_e > 0$$

$$V_{\mathrm{out}} = -\frac{R_2}{R_1} V_e + V_{\mathrm{Th}} \rightarrow V_{\mathrm{out}} = -V_{\mathrm{Th}} \text{ et } V_s = 0$$

L'effet du Slew-Rate est réduit. Le circuit est souvent qualifié de « redresseur rapide ».

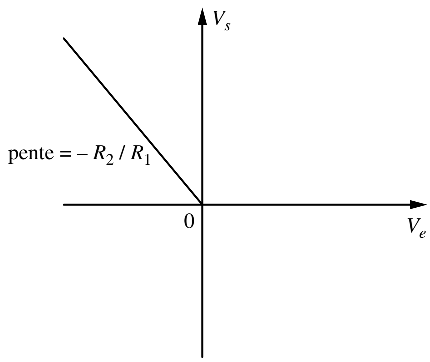


Figure 12.41

12.2.17 Convertisseurs d'impédance négative (NIC)

Le schéma d'un NIC est présenté à la figure ci-dessus où l'entrée est désignée par (V_e, i_a) et la charge vue en entrée V_e est appelée Z_e.

On suppose que les courants entrants sur les bornes « + » et « – » de l'AO sont nuls.

$$i_a = (V_e - V_o)/R_3$$

$$i_b = V_o/(R_1 + R_2) = V_e/R_1$$

Éliminons V_o entre les deux équations, il vient :

$$V_e/i_a = -\, R_3 \cdot R_1/R_2$$

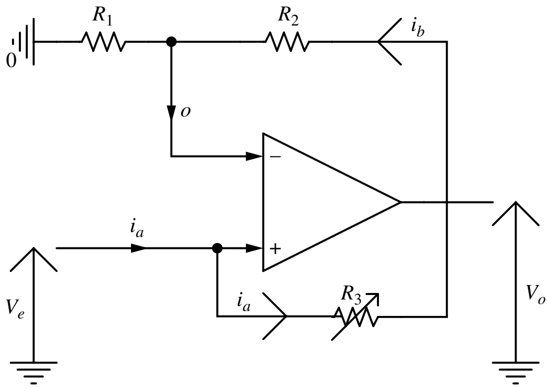


Figure 12.42

L'impédance vue de l'entrée V_e est donc $Z_e = -\dfrac{R_1 \cdot R_3}{R_2}$. On peut l'interpréter comme une résistance négative.

Ce circuit est utilisé dans certains oscillateurs de type « L,C » pour compenser la résistance parasite parallèle en rajoutant une résistance négative parallèle de même valeur.

12.2.18 Circuit à capacité variable

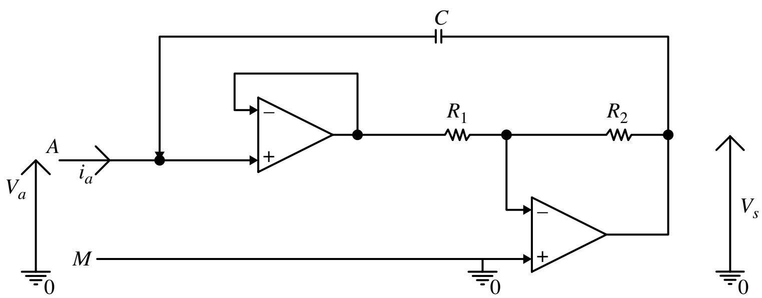


Figure 12.43

$$i_a = (V_a - V_s) \cdot jC\omega \text{ et } V_s = -V_a \cdot R_2/R_1 \text{ d'où } i_a/V_a = (1 + R_2/R_1) \cdot jC\omega$$

La capacité apparente entre A et M est donc par identification $C^* = (1 + R_2/R_1) \cdot C$.

Ce condensateur apparent peut donc être réglé par l'intermédiaire de la résistance R_2 par exemple qui peut être concrètement remplacée par un potentiomètre.

Ce circuit peut être utilisé par exemple pour accorder un circuit « L,C » grâce à la valeur variable de C^* associée à une inductance L en parallèle.

Le signal radio est ainsi sélectionné en sortie de l'antenne réceptrice grâce au circuit oscillant LC créé avec une capacité variable de ce type.

12.2.19 Inductance variable à partir d'une charge capacitive apparente réglable

On considère le circuit ci-dessous souvent dénommé « Gyrateur fermé sur une charge capacitive » (fig. 12.44).

1^er^ AO

On a $V_{o1} = -V_e/(R_1 \cdot jC\omega)$ et $i_{e2} = (V_e - V_{o1})/R_2 \Rightarrow i_{e2} = V_e/R_2 + V_e/(R_1 \cdot R - \cdot \mathrm{j}C\omega)$
d'où $i_{e2}/V_e = 1/R_2 + 1/(R_1 \cdot R_2 \cdot jC\omega)$ vu comme une admittance de R_2 en parallèle avec C.

Second AO

$$i_e/V_e = 1/Z_e = i_{e1} + i_{e2} + i_{e3}$$

$$\text{or } i_{e3} = 1/R_1$$

$$i_{e1} = (V_e - V_{o2})/R_3 \text{ avec } V_{o2} = V_e \cdot (R_4 + R_5)/R_5 \text{ d'où } i_{e1} = -V_e \cdot R_4/(R_3 \cdot R_5)$$

Synthèse

En fin de compte $i_e/V_e = -R_4/(R_3 \cdot R_5) + 1/R_2 + 1/(R_1 \cdot R_2 \cdot jC\omega) + 1/R_1$.
La partie réelle de i_e/V_e est nulle $\Leftrightarrow R_4/(R_3 \cdot R_5) = 1/R_2 + 1/R_1$ et $(R_1 + R_2) \cdot R_3 \cdot R_5 = R_4 \cdot R_1 \cdot R_2$.
Dans ces conditions, l'impédance d'entrée $Z_e = V_e/i_e$ est purement inductive $Z_e = jL\omega$.
Dans le cas idéal où $(R_1 + R_2) \cdot R_3 \cdot R_5 = R_4 \cdot R_1 \cdot R_2$, on trouve que l'impédance d'entrée vue de V_e est $Z_e = jL\omega$ avec $L = C \cdot R_1 \cdot R_2$.
On a transformé ainsi grâce à ce circuit une capacité C en une inductance $L = C \cdot R_1 \cdot R_2$ dont la valeur est réglable par une simple résistance R_2 (ou R_1).

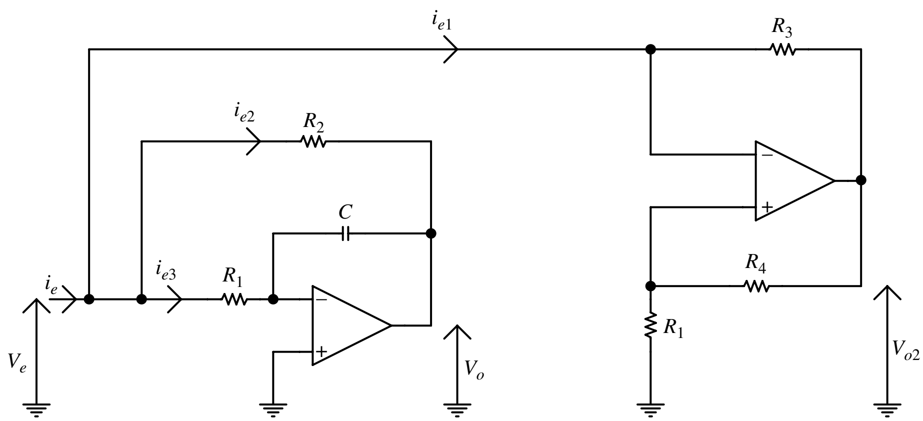


Figure 12.44

12.3 Montages non linéaires

La réaction est positive : rétroaction de la sortie sur l'entrée non « inverseuse » (alors qu'elle est négative pour les montages « linéaires »).

12.3.1 Comparateur à un seuil

On considère le circuit ci-dessous où V_e est une tension variable.

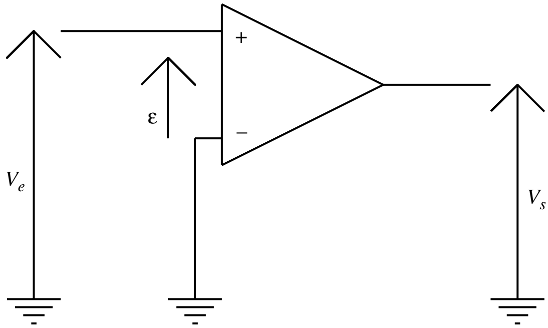


Figure 12.45

$\varepsilon = V_+ - V_- = V_e$

ε peut être grand ici. Dès que ε dépasse quelques microVolts, la saturation en sortie est atteinte

$$\varepsilon > 0 \Rightarrow \text{la sortie sature à : } +V_{\text{sat}}$$

$$\text{et } \varepsilon < 0 \Rightarrow \text{la sortie sature à : } -V_{\text{sat}}$$

Remarque : V_{sat} est proche de V_{cc} et $-V_{\text{sat}}$ est proche de $-V_{cc}$.

De la même façon, on réalise ainsi un comparateur détectant les passages par zéro.

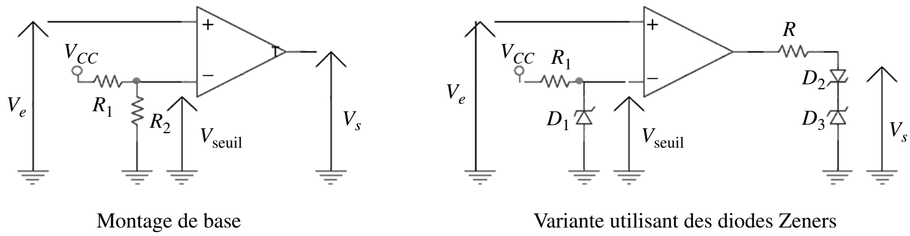


Figure 12.46 Montage détecteur de seuil prédéterminé

$$\varepsilon = V_e - V_{seuil}$$

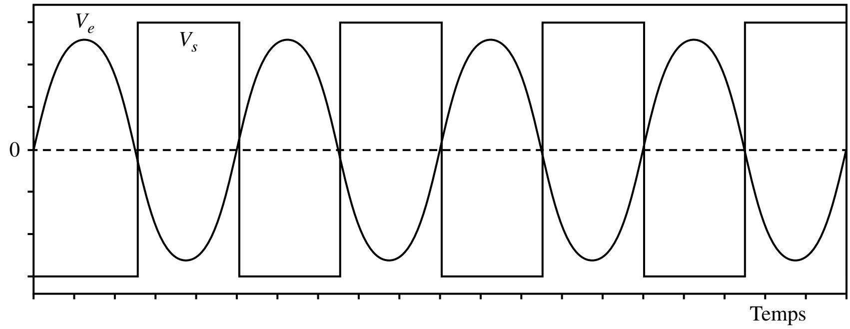


Figure 12.47 Caractéristiques : V_s et V_e en fonction du temps

V_e est ici une sinusoïde et V_s un signal carré en sortie, résultat d'un comparateur à V_{seuil}

12.3.2 Comparateur à deux seuils (à hystérésis) ou « Trigger de Schmitt »

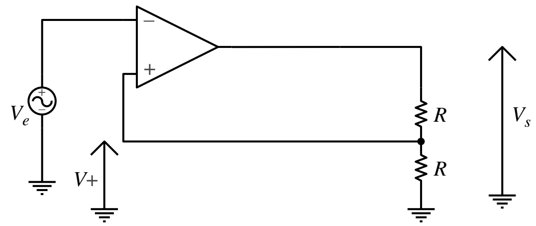


Figure 12.48

Au temps $t = 0$ on a : $V_s = +V_{sat}$ (on part de $V_e < 0$ au démarrage).

Posons : $V_{H+} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat}$, tension et hystérésis positives.

tant que : $V_- = V_e < V_+ = V_{H+}$ alors $v_s = +V_{sat}$

Si V_e augmente et $V_+ = V_-$ avec $V_+ = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat} \Rightarrow$ commutation de la sortie $V_s = -V_{sat}$

Alors : $V_+ = -\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat}$

Posons : $V_{H-} = -\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat}$ **tension d'hystérésis**

Lorsque V_e augmente encore : pas de commutation possible $V_- = V_e > V_+ \Rightarrow V_s = -V_{sat}$

Lorsque V_e diminue et $V_e = V_-$ avec $V_+ = -\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat}$ => commutation de la sortie => $V_s = +V_{sat}$

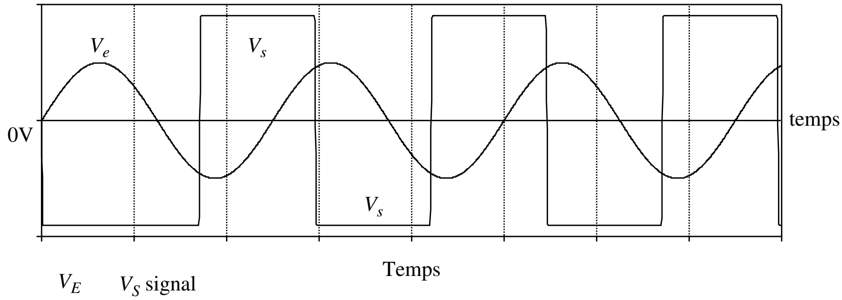


Figure 12.49 Caractéristiques Vs et Ve en fonction du temps

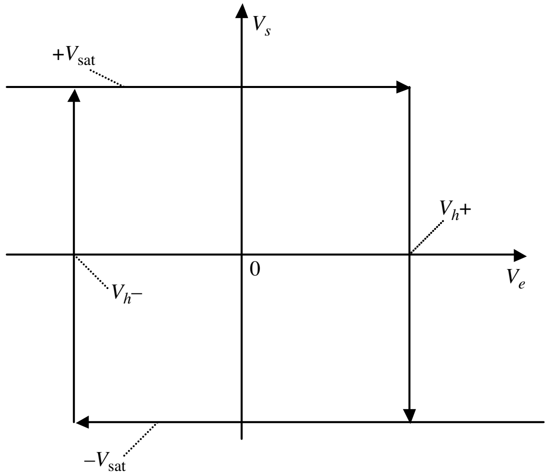


Figure 12.50 Caractéristique de transfert $V_s = f(V_e)$ à hystérésis

Comparateur à deux seuils non opposés :

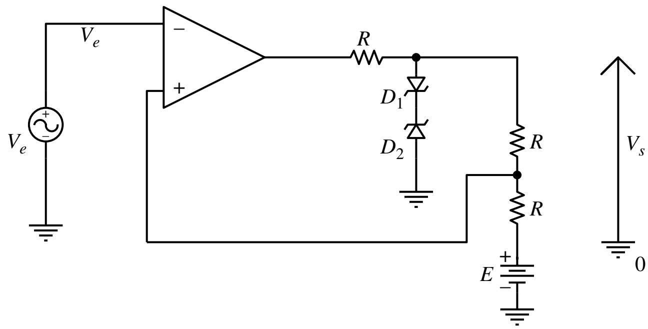


Figure 12.51

Les tensions des diodes Zener sont ici $V_{Z1} = V_{Z2}$.

On suppose les diodes au silicium avec une tension de seuil égale à 0,6 V.

Hypothèse de départ : $V_s = +V_{sat}$. En utilisant le principe des superpositions, on obtient

$$V_{H+} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left(V_{Z2} + 0.6\right) + \frac{R_1}{R_1 + R_2}E$$

de même : $V_{H-} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2}\left(V_{Z1} + 0.6\right) + \frac{R_1}{R_1 + R_2}E$

$$\Delta V_H = V_{H+} - V_{H-} = 2\frac{R_2}{R_1 + R_2}\left(V_{Z2} + 0.6\right)$$

Immunité au bruit : la différence entre les 2 tensions de seuil ΔV_H représente l'écart minimal en tension nécessaire entre 2 commutations.

Cet écart garantit l'immunité du signal d'entrée au bruit qui pourrait faire basculer la sortie Vs de manière inopiné sans que cela soit voulu.

12.3.3 Oscillateur à relaxation réalisé à partir d'un amplificateur opérationnel

Générateur de signaux carrés (Astable)

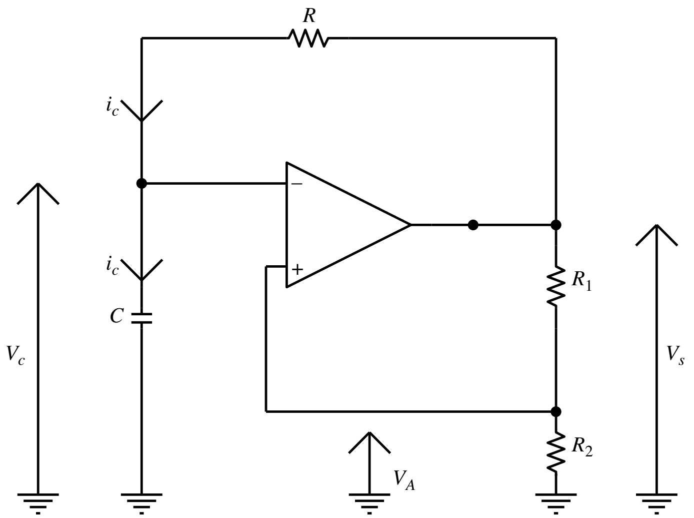


Figure 12.52

On remarque qu'il n'y a pas de signal d'entrée dans ce circuit.

Posons : $V_{H+} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$ et $V_{H-} = -\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$

Si on pose de plus : $K = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$ alors $V_{H+} = K.V_{\text{sat}}$ et $V_{H-} = -K.V_{\text{sat}}$

Hypothèse de départ à t = 0−

On a une commutation de la sortie qui passe de $V_S = -V_{sat}$ à $V_S = +V_{\text{sat}}$ de plus $V_c = -K.V_{\text{sat}}$.

à *t* = 0+ : le condensateur commence à se charger et V_c augmente jusqu'à atteindre : $V_c = V_+ = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$ à la 1re commutation à $t > 0$: $t = t_1$.

Équations

$$\begin{cases} i_C = \dfrac{V_s - V_C}{R} \\ i_C = C\dfrac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

La capacité se charge lorsque $i_c > 0$ c'est à dire lorsque $V_s > 0$ on a alors :

$$RC\frac{\mathrm{d}V_c}{\mathrm{d}t}+V_c=V_s$$

Au démarrage $V_s=V_{\text{sat}}$ et ceci jusqu'à $t=t_1$, on a alors :

$$RC\frac{\mathrm{d}V_c}{\mathrm{d}t}+V_c=V_{sat}\text{, que l'on résoudra ci-dessous.}$$

Solution sans second membre : $V_c=V_{c0}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau=RC$.
Solution particulière : $V_c=V_{\text{sat}}$ régime permanent.
Solution générale (somme des deux précédentes) : $V_c=V_{c0}e^{-\frac{t}{\tau}}+V_{\text{sat}}$
Conditions initiales : à $t=0$:

$$V_c=-KV_{\text{sat}}=V_{c0}+V_{\text{sat}} \Rightarrow V_{c0}=-(K+1)V_{\text{sat}}$$

Finalement $V_c=V_{\text{sat}}\left[1-(K+1)e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$ est la solution de l'équation différentielle

$RC\frac{dV_c}{dt}+V_c=V_{\text{sat}}$

À la 1re commutation à $t=t_1$ on a :

$$V_+=V_- \text{ avec } V_c(t_1)=KV_{\text{sat}} \text{ alors } V_s \text{ passe de } +V_{\text{sat}} \text{ à } -V_{\text{sat}}$$

$$t>t_1 \text{ alors : } RC\frac{dV_c}{dt}+V_c=-V_{\text{sat}}$$

En prenant t_1 comme nouvelle origine des temps alors :

$$V_c=-V_{sat}\left[1-(K+1)e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

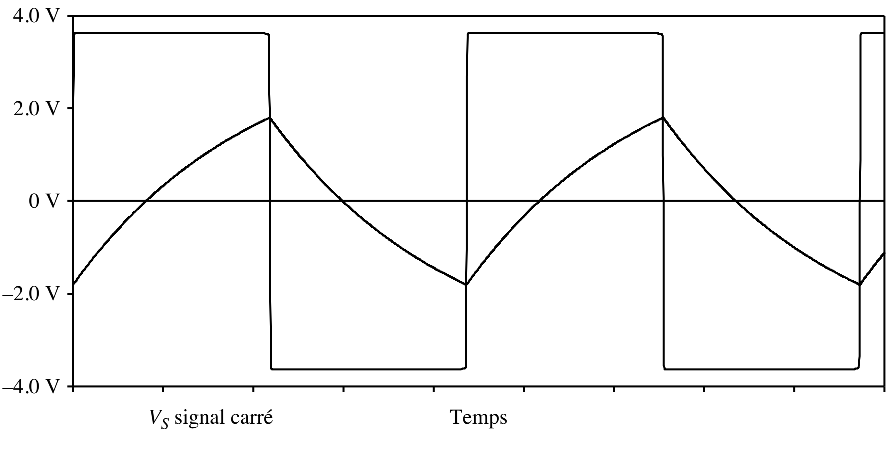


Figure 12.53

Calcul de t_1 :

$$V_c(t_1) = +KV_{sat} = V_{sat}\left[1-(K+1)e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1+K}{1-K}\right) = e^{\frac{t}{\tau}} \Rightarrow t_1 = RCLn\left(\frac{1+K}{1-K}\right)$$

Pour des raisons de symétrie, le temps de charge du condensateur C égale son temps de décharge.

d'où $t_1 = \dfrac{T}{2}$ et

$$T = 2RCLn\left(\frac{1+K}{1-K}\right)$$

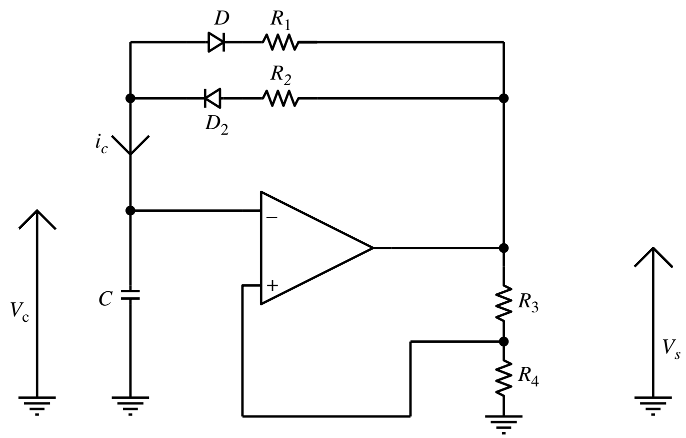


Figure 12.54 Variante au montage (fig. 12.52) pour obtenir un rapport cyclique variable.

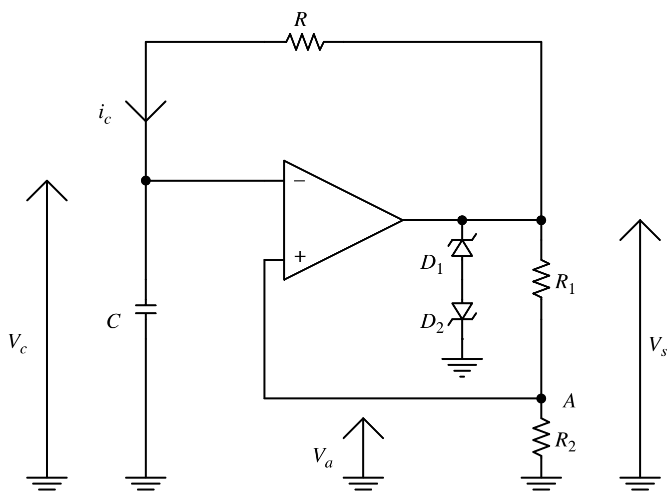


Figure 12.55 Variante au montage (fig. 12.52) pour obtenir une tension de sortie différente des valeurs de saturation.

Par la figure 12.54 le temps de charge lié à la constante de temps $R_1 \cdot C$ est différent du temps de décharge lié à la constante de temps $R_2 \cdot C$.

L'autre variante au montage pour obtenir des tensions en sortie qui ne soient pas les tensions de saturation est réalisée en figure 12.53.

Introduction de diodes de type Zéner D_1 et D_2 permettant ici d'obtenir des tensions constantes non saturés en sortie par exemple $V_s = \pm 5$ V.

On a bien réalisé la fonction multivibrateur de type « astable ». Il n'y a pas besoin d'entrée pour le fonctionnement, l'oscillation en sortie est permanente et démarre à partir d'un bruit de tension qui s'amplifie.

12.4 Fonctions arithmétiques analogiques à base d'AO

12.4.1 Amplificateur logarithmique

1er montage avec la diode en direct (fig. 12.56)

La diode modélisée ici par la loi de Schockley simplifiée.

$$Id = I_{ds} \cdot \left(e^{\frac{V_d}{kT/q}} - 1 \right) \approx I_{ds} \cdot e^{\frac{V_d}{kT/q}}$$

I_{ds} = Constante

$V_e < 0$, la diode est bloquée : $V_s = V_{sat}$

$V_e > 0 \Rightarrow V_s < 0$ (contre réaction), la diode est passante.

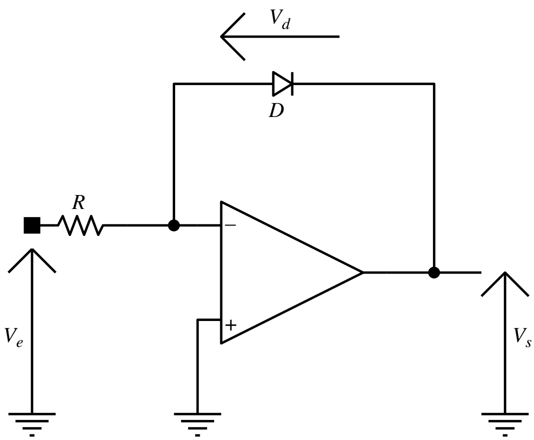


Figure 12.56

$$i = i_d = \frac{V_e}{R} = I_{ds} \cdot e^{\frac{V_d}{kT/q}} \quad \text{or ici : } V_d = -V_s$$

d'où :

$$V_s = \frac{-kT}{q} Ln\left(\frac{V_e}{R.I_{ds}}\right)$$

On obtient la fonction logarithme népérien au signe près et aux coefficients près.

On l'utilise quand $V_e > 0$.

Remarque : la diode est passante.

$$V_d > 0{,}6V \Rightarrow -V_s > 0{,}6V \Leftrightarrow -\frac{kT}{q} Ln \frac{V_e}{R \cdot I_{ds}} > 0{,}6V$$

Montage avec la diode au sens inversée (fig. 12.57)

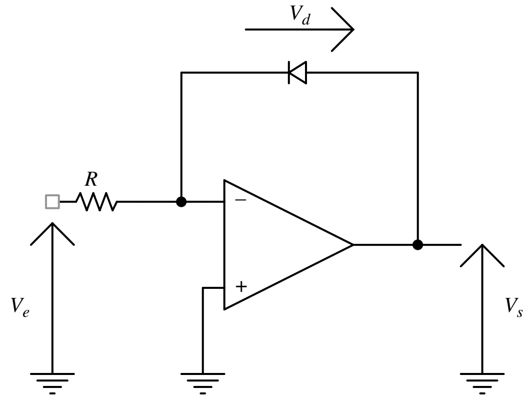


Figure 12.57

- $V_e > 0$, la diode est bloquée : $V_s = -V_{sat.}$
- $V_e < 0$, la diode est passante : $V_s = V_d$ et $i_d = -i_e$.

$$\begin{cases} i_d = I_{ds} e^{\frac{v_s}{kT/q}} \\ i_d = -\frac{V_e}{R} \end{cases} \Rightarrow -V_e = R \cdot I_{ds} e^{\frac{V_s}{kT/q}}$$

$$V_s = \frac{kT}{q} Ln\left(\frac{-V_e}{R.I_{ds}}\right)$$

Synthèse des montages a et b : réalisation de la fonction logarithme népérien (fig. 12.58)

On a toujours une diode passante.

On n'a plus : $V_s = \pm V_{sat}$.

$$V_s = -(signe\_de\_V_e) \frac{kT}{q} Ln\left|\frac{V_e}{R.I_{ds}}\right|$$

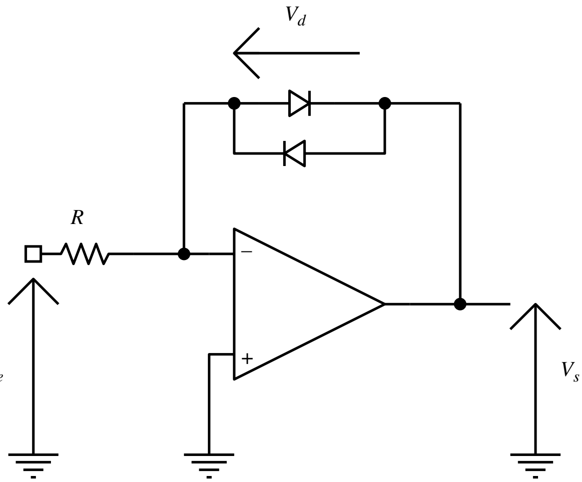


Figure 12.58

12.4.2 Amplificateur exponentiel

1er montage avec la diode en direct

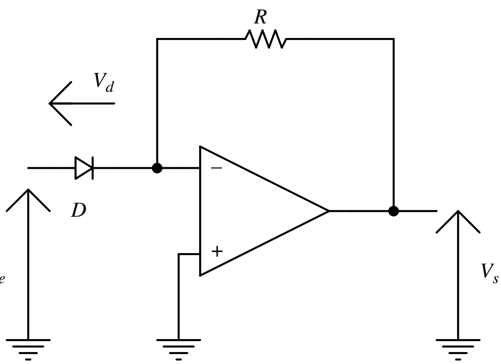


Figure 12.59

$V_e > 0$: Diode passante

$V_d = V_e$

$I_d = -\dfrac{V_s}{R}$

$I_d \approx I_{ds} \exp\left(\dfrac{V_d}{kT/q}\right) \Rightarrow V_s = -RI_{ds} \exp\dfrac{V_e}{kT/q}$

lorsque $V_e < 0$ alors $V_s = 0$

Montage avec la diode au sens inversée

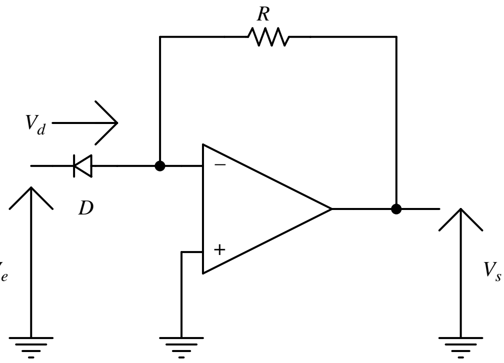


Figure 12.60

Lorsque $V_e < 0$: diode passante et $V_s = RI_{ds} \exp\dfrac{-V_e}{kT/q}$ lorsque $V_e < 0$: $V_s = 0$.

Synthèse des montages a et b : réalisation de la fonction exponentielle (fig. 12.61)

$$V_s = -\left(\text{signe de } V_e\right) RI_{ds} \exp\left(\frac{|V_e|}{kT/q}\right)$$

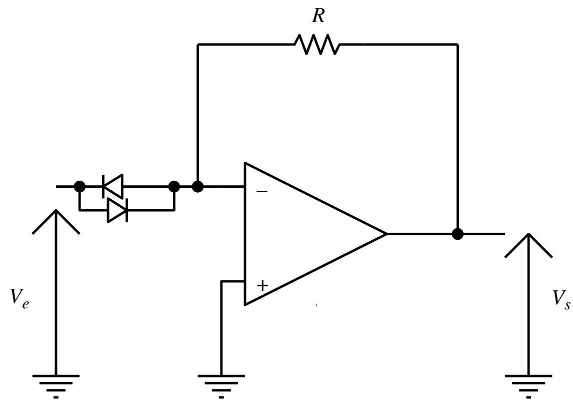


Figure 12.61

D_1 passante quand $V_e > 0$, D_2 passante quand $V_e < 0$.

Ce montage est valable, quel que soit **le signe de V_e**.

12.4.3 Opérateur « multiplication »

Il peut être obtenu directement à partir d'un circuit amplificateur différentiel. On pourra aussi utiliser : $V_1 \cdot V_2 = \exp\left(Ln(V_1) + Ln(V_2)\right)$

On effectue alors les calculs d'addition, de logarithme, d'exponentielle et d'inversion pour réaliser l'opérateur « multiplication ».

Le symbole LOG désigne ici le logarithme népérien.

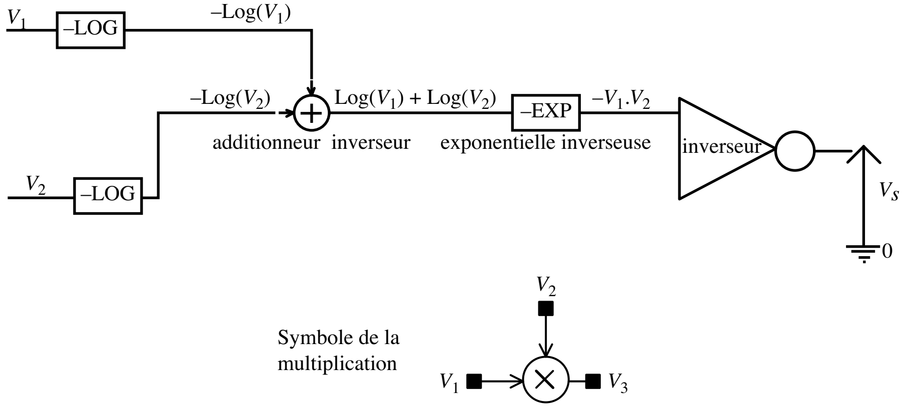


Figure 12.62 Schéma du principe

12.4.4 Opérateur « Division » à partir d'un multiplicateur (fig. 12.63)

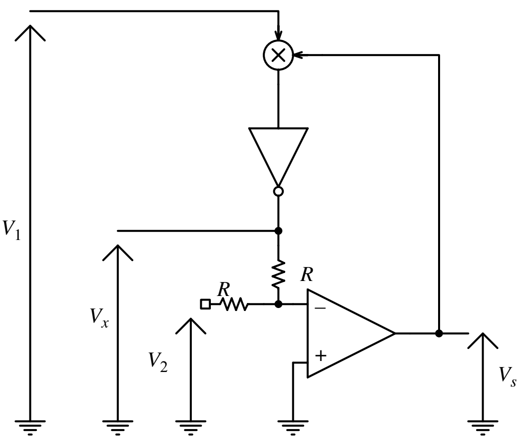


Figure 12.63

$$V_x = -V_1 \cdot V_s$$

$$\begin{cases} V_+ = 0 \\ V_- = \dfrac{V_2}{2} + \dfrac{V_x}{2} \end{cases} \Rightarrow V_x = -V_2$$

$$\text{Donc } V_s = \frac{V_2}{V_1}$$

12.4.5 Fonction « racine carrée » analogique (fig. 12.64)

Cas particulier où : $V_1 = V_s$.

Alors

$$V_s = \sqrt{V_2} = \sqrt{V_e}$$

La plupart des fonctions arithmétiques peuvent donc être réalisées grâce à des circuits analogiques à partir d'amplificateurs opérationnels

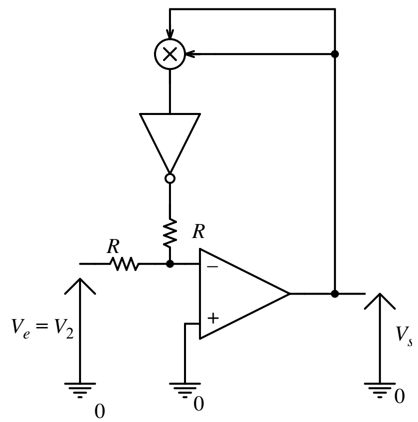


Figure 12.64

12.5 Compensation de l'offset d'entrée et des courants de polarisation

12.5.1 Compensation du défaut produit par les courants de polarisation

Les courants de polarisation (notés I_a et I_b) entrant dans l'AO créent une tension d'erreur en entrée notée ΔV_e entraînant une tension d'erreur en sortie ΔV_s telle que $\Delta V_s = G \cdot \Delta V_e$ où G représente le coefficient de l'amplificateur complet. Or les deux courants de polarisation sont théoriquement identiques $I_a \approx I_b$. Il est possible de réduire la tension d'erreur en rajoutant une résistance R_b de même valeur que la résistance équivalente R_a à l'entrée « + » du montage. De cette façon, on crée une tension d'erreur équivalente entre les deux entrées de l'AO telle que $\Delta V_e = R_a \cdot I_a - R_b \cdot I_b$.

Ainsi par compensation d'offset, si l'on choisit judicieusement $R_b = R_a$ alors l'erreur de sortie ΔV_s est annulée.

Cas de l'amplificateur suiveur

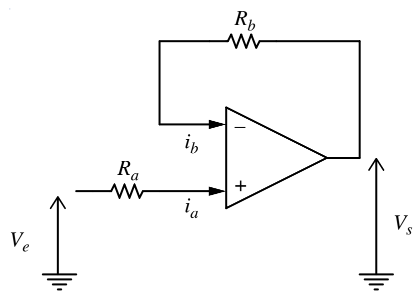


Figure 12.65

$$\Delta V_e = R_a \cdot I_a - R_b \cdot I_b \text{ avec } I_a \approx I_b \text{ si l'on choisit } R_b = R_a \text{ alors } \Delta V_e = 0 \text{ et } \Delta V_s = 0.$$

Cas de l'amplificateur « inverseur »

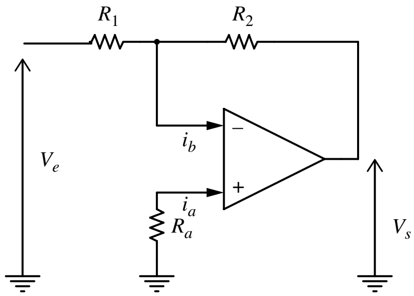


Figure 12.66

Posons $R_b = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$, l'association en parallèle de R_1 et R_2 traversée par le courant i_b

$$\Delta V_e = R_a \cdot I_a - R_b \cdot I_b \text{ avec } I_a \approx I_b \text{ si l'on choisit } R_a = R_b \text{ alors } \Delta V_e = 0 \text{ et } \Delta V_s = 0.$$

Cas de l'amplificateur « non inverseur »

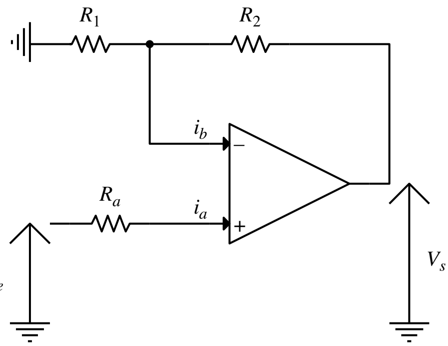


Figure 12.67

Posons $R_b = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

$$\Delta V_e = R_a \cdot I_a - R_b \cdot I_b \text{ avec } I_a \approx I_b \text{ si l'on choisit } R_a = R_b \text{ alors } \Delta V_e = 0 \text{ et } \Delta V_s = 0.$$

12.5.2 Annulation de la tension de décalage à l'entrée V_{I0}

La tension de décalage à l'entrée V_{I0} est directement amplifiée par le montage. Sur les AO possédant un réglage de zéro, on peut directement annuler ce défaut en reliant un potentiomètre aux broches appropriées. Si l'AO n'est pas doté de ce dispositif intégré de réglage du zéro, il faut alors rajouter un montage externe afin de l'annuler en assurant cependant une meilleure interchangeabilité de l'AO par rapport à un dispositif intégré.

12.6 Brochages et boîtiers

La plupart des boîtiers utilisés sont du genre cylindrique, plat ou enfichable. Ils contiennent, selon le cas, 8, 10 ou 14 broches.

Le repérage universel utilise des lettres. Il est donc nécessaire d'établir une correspondance entre les lettres et les nombres indiquant le numéro de la broche correspondant à une fonction. Cette correspondance apparaît dans les feuilles particulières.

Le tableau ci-dessous indique les correspondances pour les broches assurant les fonctions essentielles.

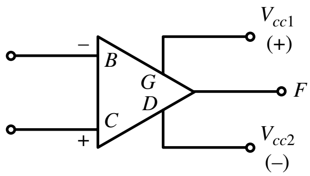


Figure 12.68

Tableau 12.5

Fonction de la broche	Symbole	Numéro de la broche			
		Boitier *CD* cylindrique 8 broches	Boîtiers *FA-FG FB-FH* Plat 10 broches	Boîtier *FC* Plat 14 broches	Boîtier *DB-DC* enfichable 14 broches
Entrées inversée	A				
	B	2	3	4	4
Entrée non inversée	C	3	4	5	5
Tension négative (V_{cc2})	D	4	5	6	6
	E				
Sortie	F	6	7	10	10
Tension positive (V_{cc1})	G	7	8	11	11
	H				

12.6.1 Exemples de boîtiers

Boîtier cylindique

La broche 8 est en face de l'ergot.

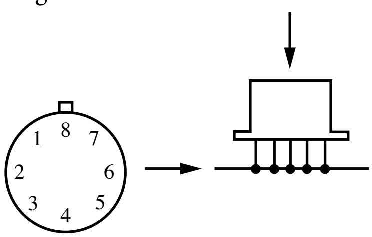


Figure 12.69

Boîtier plat

Sur la face supérieure, apparaît souvent un repère, près de la borne 1.

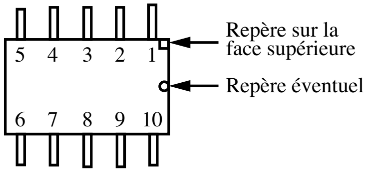


Figure 12.70

Boîtier enfichable

Sur la face supérieure apparaît un repère, près de la borne 1 ou entre la borne 1 et la dernière.

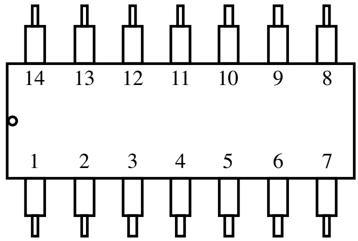


Figure 12.71

Caractérisation thermique

Le facteur de dissipation du boîtier peut déterminer certaines caractéristiques qui sont liées à la température comme la vitesse de balayage ou le produit gain-bande.

Caractérisation électromagnétique

Les boîtiers peuvent être conçus pour limiter le rayonnement électronique du composant qu'ils enveloppent (agresseur), ou au contraire limiter l'effet de l'environnement extérieur sur leur fonctionnement (victime). Certains secteurs d'activité tels que l'aéronautique, le spatial ou le secteur automobile font des études très poussées sur la caractérisation électromagnétique des boîtiers électroniques.

12.6.2 Mesure du Slew-Rate d'un AO grâce au montage de l'amplificateur suiveur

Après application d'un échelon de grande amplitude sur l'entrée V_e à $t = 0$,

$V_e(0-) = -U_1$ passe $V_e(0+) = +U_1$ avec $U_1 = 8$ V par exemple, on observe la variation de la tension de sortie Vo(t), représentée dans la figure ci-dessous.

t_d : temps de retard.

t_r : temps de croissance.

t_{rip} : temps d'oscillation (vacillement).

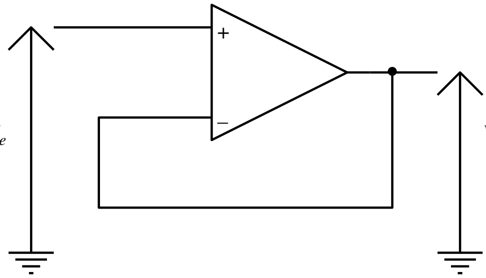


Figure 12.72

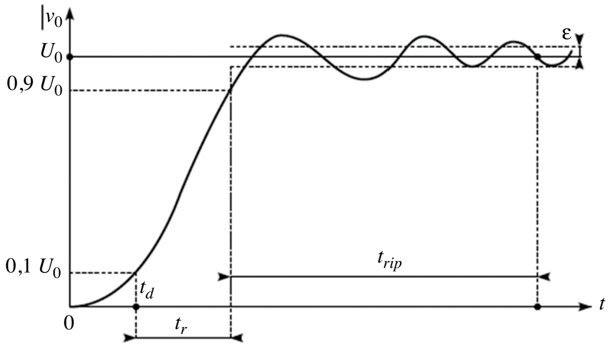


Figure 12.73

Pour $t > t_d + t_r + t_{rip}$, V_0 tend vers la valeur finale U_0 à ε près défini sur la figure.
La valeur maximale de la dérivée d$V0$/dt pour t appartenant à l'intervalle [td, $td + tr$] correspond alors à la valeur mesurée du Slew-Rate.

13 Filtres actifs et passifs

13.1 Fonctions de transfert

13.1.1 Définition de la fonction de transfert d'un filtre

La fonction de transfert permet de caractériser la relation temporelle et fréquentielle entre le signal d'entrée et le signal de sortie du filtre.

Figure 13.1

Le signal d'entrée peut être une tension, un courant ou une puissance. Il en est de même pour le signal de sortie.

De manière temporelle, le filtre sera caractérisé par sa réponse impulsionnelle que nous appellerons ici $h(t)$. Le signal de sortie est alors le résultat de la convolution entre la réponse impulsionnelle du filtre et le signal d'entrée :

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

Dans le domaine fréquentiel, nous pouvons écrire la relation suivante :

$$Y(j\omega) = T(j\omega) \cdot X(j\omega)$$

$T(j\omega)$ est l'expression de la fonction de transfert dans le domaine fréquentiel et est donc définie de la manière suivante :

$$T(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$$

Toute fonction de transfert d'un filtre peut être mise sous la forme suivante :

$$T(j\omega) = T_0 \frac{(j\omega - z_1)(j\omega - z_2)\cdots(j\omega - z_n)}{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)\cdots(j\omega - p_m)}$$

Les racines du dénominateur, p_j, sont les pôles de la fonction de transfert et les racines du numérateur, z_i, sont les zéros de la fonction de transfert. L'ordre de la fonction de transfert, donc du filtre, est donné par le degré le plus élevé du numérateur et du dénominateur : ordre = max(n,m).

Pour que la fonction de transfert soit stable, il faut impérativement que les pôles soient complexes conjugués, avec une partie réelle négative ou nulle.

Toute expression de fonction de transfert peut être réécrite sous la forme de produit/ rapport de fonctions d'ordre 1 et d'ordre 2 :

$$T(j\omega) = K\frac{\prod_i\left(1+j\frac{\omega}{a_i}\right)\prod_k\left(c_k+d_k j\omega+e_k(j\omega)^2\right)}{\prod_l\left(1+j\frac{\omega}{b_l}\right)\prod_j\left(f_j+g_j j\omega+h_j(j\omega)^2\right)}$$

La condition de stabilité énoncée précédemment implique que tous les coefficients devant les $(j\omega)^n$ du dénominateur sont positifs.

13.1.2 Analyse fréquentielle de la fonction de transfert

La fonction de transfert est de forme complexe, et peut être écrite de la façon suivante :

$$T(j\omega)=\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}=A(j\omega)e^{j\varphi(j\omega)}$$

Avec :

- $A(j\omega)=\left|T(j\omega)\right|$: le module de la fonction de transfert.
- $\varphi(j\omega)=\arg(T(j\omega))$: l'argument de la fonction de transfert.

L'étude de cette fonction de transfert est réalisée en traçant son module, exprimé en décibel, et son argument dans un repère semilog(x). Le module de la fonction de transfert en décibel est défini ainsi :

$$A_{dB}(j\omega)=20\mathrm{Log}_{10}\left(\left|A(j\omega)\right|\right)=20\mathrm{Log}_{10}\left(\left|\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}\right|\right)$$

Le tracé se fait dans le repère indiqué ci-dessous où l'axe des x est graduée en $\mathrm{Log}_{10}(\omega)$ ou en $\mathrm{Log}_{10}(f)$.

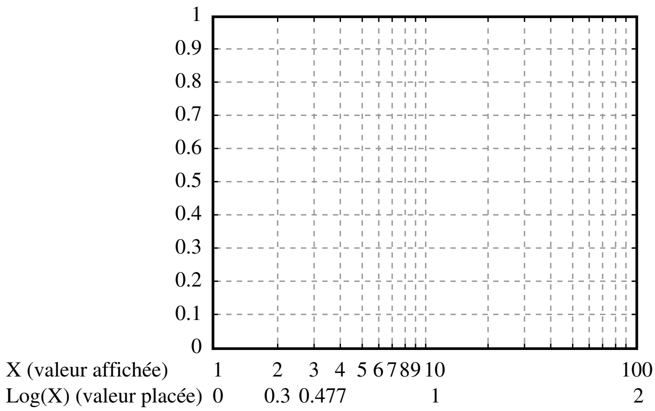


Figure 13.2

L'avantage de travailler sur le module en décibel, ainsi que sur les arguments, réside dans le fait que lorsque l'on décompose la fonction de transfert sous le forme de produits de fonctions élémentaires du premier et du second ordre, le comportement complet de la fonction de transfert se fait simplement en additionnant les comportements de chaque fonction élémentaire.

Si nous reprenons la forme factorisée de $T(j\omega)$:

$$T(j\omega) = K\frac{\prod_i\left(1+j\frac{\omega}{a_i}\right)\prod_n\left(c_n+d_nj\omega+e_n(j\omega)^2\right)}{\prod_l\left(1+j\frac{\omega}{b_l}\right)\prod_n\left(f_m+g_mj\omega+h_m(j\omega)^2\right)}$$

Nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}A_{dB}(j\omega)&=20\mathrm{Log}_{10}\left(\left|T(j\omega)\right|\right)=20\mathrm{Log}_{10}(K)+\sum_i 20\mathrm{Log}_{10}\left(\sqrt{1+\frac{\omega^2}{a_i^2}}\right)\\&+\sum_n 20\mathrm{Log}_{10}\left(\sqrt{\left(c_n-e_n\omega^2\right)^2+d_n^2\omega^2}\right)\\&-\sum_j 20\mathrm{Log}_{10}\left(\sqrt{1+\frac{\omega^2}{b_j^2}}\right)-\sum_m 20\mathrm{Log}_{10}\left(\sqrt{\left(f_m-h_m\omega^2\right)^2+g_m^2\omega^2}\right).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varphi(j\omega)&=Arg\left(T(j\omega)\right)=Arg(K)+\sum_i\arctan\left(\frac{\omega_i}{a_i}\right)+\sum_n\arctan\left(\frac{d_n\omega}{c_n-e_n\omega^2}\right)\\&-\sum_j\arctan\left(\frac{\omega}{b_j}\right)-\sum_m\arctan\left(\frac{g_m\omega}{f_m-h_m\omega^2}\right)\end{aligned}$$

Pour simplifier les analyses, il est d'usage d'utiliser les tracés asymptotiques qui reviennent à tracer des demi-droites dans le repère semilog(x). Pour obtenir le comportement global d'une fonction de transfert, il suffit de transformer son expression en produit de fonctions de transfert élémentaires : le comportement en module et en argument de la fonction de transfert est alors obtenu en additionnant les diagrammes asymptotiques des modules en dB et les diagrammes asymptotiques des arguments. Les deux sections suivantes résument les comportements de ces fonctions élémentaires.

Fonctions élémentaires du premier ordre

Nous pouvons définir quatre fonctions élémentaires du premier ordre dont les comportements asymptotiques sont résumés figure 13.3.

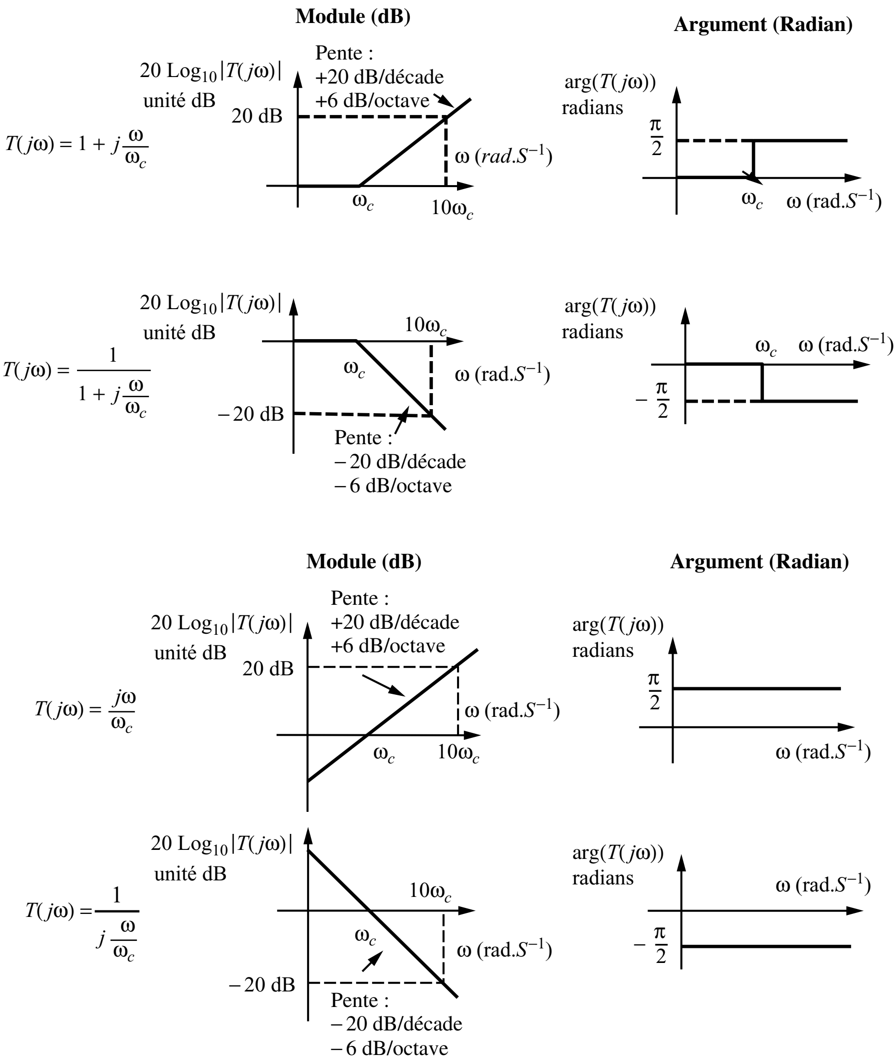


Figure 13.3

Fonctions élémentaires du second ordre

Nous avons deux fonctions élémentaires du second ordre :

$$T(j\omega) = \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2m}{\omega_0}j\omega + 1 = \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{Q\omega_0}j\omega + 1$$

$$T(j\omega) = \frac{1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0}j\omega + 1} = \frac{1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{1}{Q\omega_0}j\omega + 1}$$

Pour ces deux fonctions de transfert, nous devons définir trois paramètres :

- ω_0 est la pulsation propre.
- m est le facteur d'amortissement.
- $Q = \dfrac{1}{2m}$ est le facteur de qualité.

Le comportement asymptotique des deux fonctions va dépendre de la valeur de m et de la factorisation possible en $(j\omega)$ du polynôme :

$$X(j\omega) = \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2m}{\omega_0} j\omega + 1$$

Pour m > 1

Pour $m > 1$, le polynôme se décompose en produit de fonction du premier ordre tel que :

$$X(j\omega) = \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2m}{\omega_0} j\omega + 1 = \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{c1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{c2}}\right)$$

avec :

$$\omega_{c1} = \omega_O\left(m + \sqrt{m^2 - 1}\right)$$

$$\omega_{c2} = \omega_O\left(m - \sqrt{m^2 - 1}\right)$$

Les diagrammes asymptotiques sont les suivants :

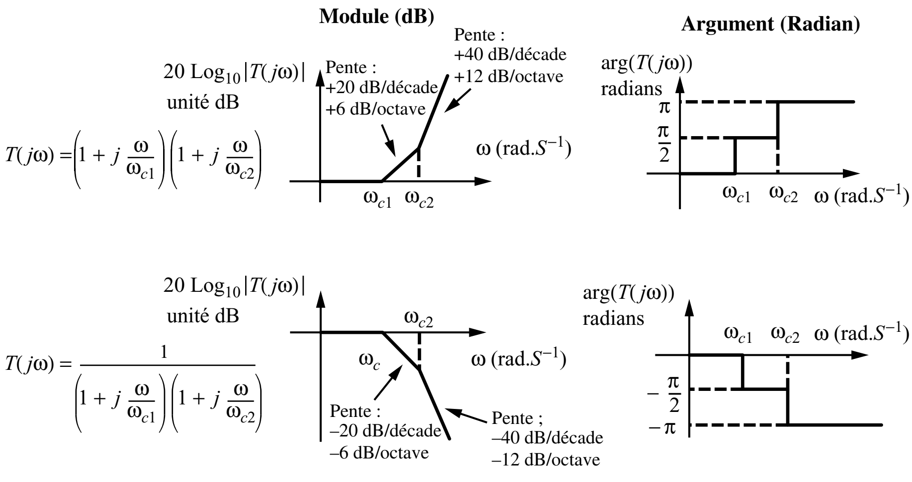


Figure 13.4

Pour m = 1

Pour $m = 1$, les deux pulsations de coupure, ω_{c1} et ω_{c2}, sont égales à ω_0, ce qui permet d'écrire :

$$X(j\omega) = \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2m}{\omega_0} j\omega + 1 = \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

Les diagrammes asymptotiques sont alors les suivants :

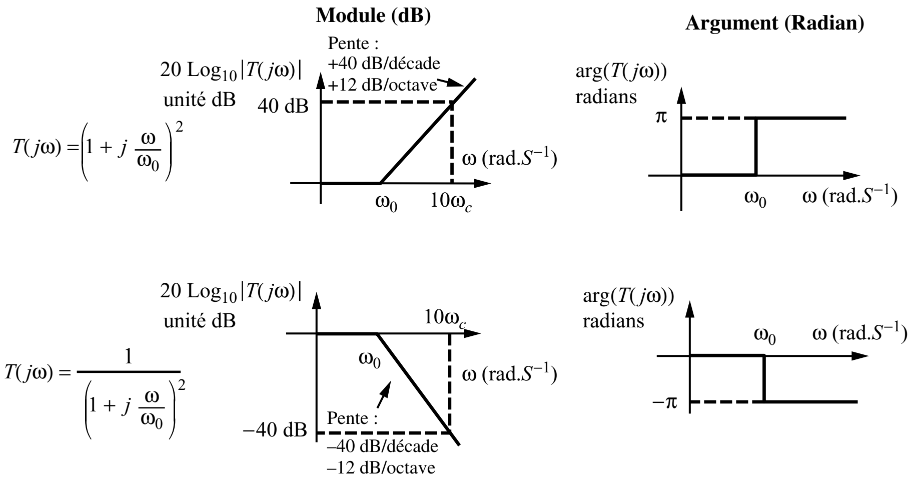


Figure 13.5

Pour m < 1

Pour $m < 1$, le polynôme $X(j\omega)$ ne se factorise pas.

Pour nos deux fonctions élémentaires, nous conservons le comportement asymptotique du cas où $m = 1$, mais le comportement du module des deux fonctions va dépendre de la valeur de m.

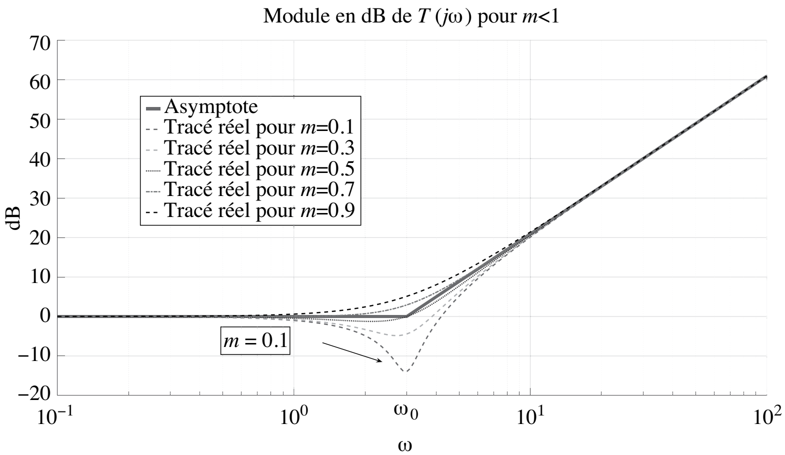


Figure 13.6 Tracé réel du module de

$$T(j\omega) = \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2m}{\omega_0}j\omega + 1 \text{ en fonction de } m.$$

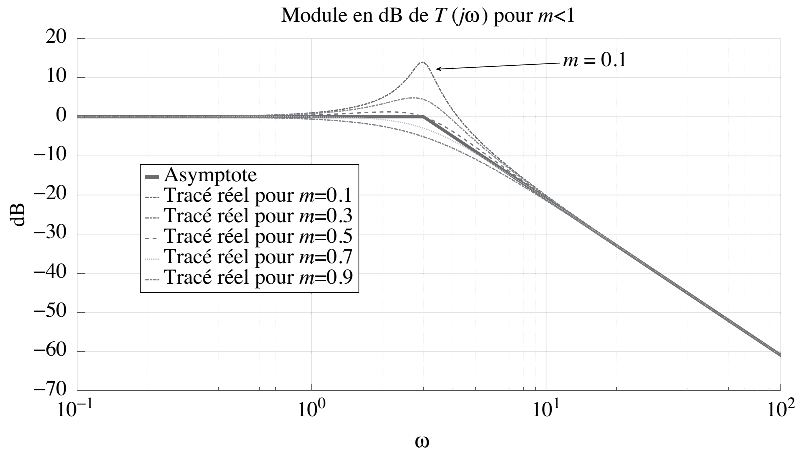


Figure 13.7 Tracé réel du module de $T(j\omega)=\dfrac{1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2+\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega+1}$ en fonction de m.

- Lorsque $\frac{\sqrt{2}}{2}<m<1$: le module des fonctions de transfert passe au-dessous de l'asymptote pour la première fonction, et au-dessus de l'asymptote pour la seconde.
- Lorsque $0<m<\frac{\sqrt{2}}{2}$, les deux fonctions admettent un minimum pour la première et un maximum pour la seconde.

Ce point d'inflexion se trouve à la pulsation : $\omega_{min/max}=\omega_0\sqrt{1-2m^2}$

La pulsation pour laquelle le module recroise l'axe 0 dB est alors :

$$\omega_{0dB}=\omega_O\sqrt{2\left(1-2m^2\right)}$$

Fonction de filtrage avec les fonctions élémentaires

La combinaison de ces fonctions de transfert du premier ordre va nous permettre de réaliser des fonctions de filtrage. Nous pouvons définir quatre gabarits de filtre :

- Passe-bas : le filtre ne laisse passer que les fréquences basses.
- Passe-haut : le filtre ne laisse passer que les fréquences hautes.
- Passe-bande : le filtre ne laisse passer qu'une certaine bande de fréquence.
- Réjecteur de bande : le filtre atténue une certaine bande de fréquence.

Pour chacun de ces filtres, nous allons définir la notion de bande passante ainsi que la notion de fréquence de coupure.

Le filtre passe-bas

Le filtre passe-bas du premier ordre est défini par l'équation suivante :

$$T(j\omega)=\frac{K}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c1}}}=K.\frac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c1}}}$$

Le diagramme asymptotique de cette fonction de transfert est obtenu, comme nous l'avons précédemment indiqué, en faisant la somme des différents comportements asymptotiques des éléments constituant la fonction de transfert. Ici le facteur K translate le niveau de la courbe d'un facteur $20\text{Log}_{10}|K|$, et rajoute un déphasage de π lorsqu'il est négatif.

Le diagramme asymptotique pour le module est donné en figure 13.8.

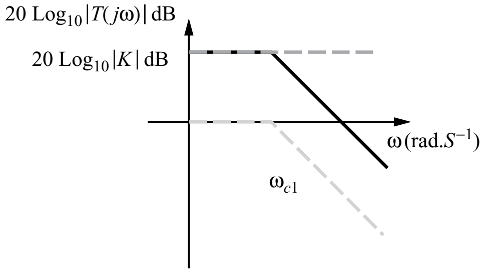


Figure 13.8

Le diagramme de l'argument de la fonction de transfert dépend du signe du facteur K.

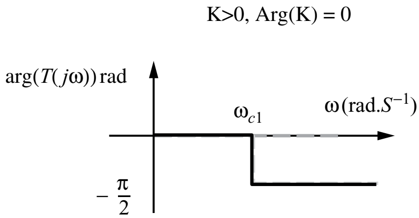


Figure 13.9

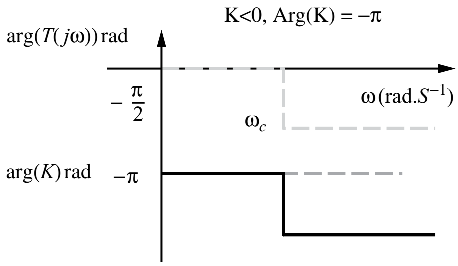


Figure 13.10

La pulsation (fréquence) de coupure du filtre passe-bas correspond à la pulsation (fréquence) pour laquelle de module de la fonction de transfert est 3 dB en dessous de sa valeur maximale, donnée ici à la pulsation nulle. Dans le domaine linéaire, cela correspond à une diminution de la valeur du module d'un rapport $\sqrt{2}$. Cette pulsation $\omega_c = 2\pi f_c$ est donc donnée par la relation suivante :

$$\left|T\left(j\omega_c\right)\right| = \frac{\max\left|T\left(j\omega\right)\right|}{\sqrt{2}} = \frac{\left|T\left(j0\right)\right|}{\sqrt{2}}$$

$$20\text{Log}_{10}\left|T\left(j\omega_c\right)\right| = \max\left(20\text{Log}_{10}\left|T\left(j\omega\right)\right|\right) - 3\text{dB}$$

Ici, $\omega_c = \omega_{c1}$, ce qui permet de définir la bande passante du filtre définie par les intervalles suivants : $[0, \omega_c]$ en rad/s ou $[0, f_c]$ en Hz.

Le filtre passe-haut du premier ordre

Le filtre passe-haut du premier ordre est décrit par l'équation suivante :

$$T(j\omega)=\frac{K\cdot j\dfrac{\omega}{\omega_{c2}}}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c1}}}=K.\frac{1}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c1}}\right)}\cdot\left(j\frac{\omega}{\omega_{c2}}\right)$$

Le diagramme asymptotique pour le module est donné figure 13.11.

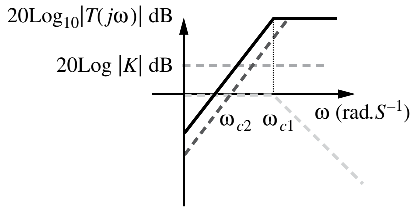


Figure 13.11

Le diagramme de l'argument de la fonction de transfert dépend du signe du facteur K (fig. 13.12 et 13.13).

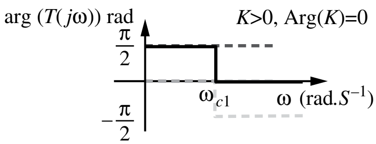


Figure 13.12

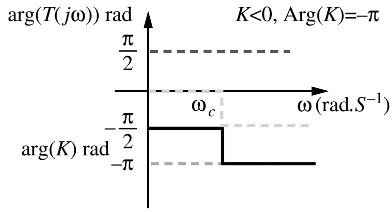


Figure 13.13

Le filtre passe-bande

Le filtre passe-bande a une fonction de transfert de la forme :

$$T(j\omega)=K\frac{\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2+\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega+1}$$

Le comportement du filtre vient dépendre de la valeur de m.

- Pour $m > 1$, nous pouvons écrire :

$$T(j\omega)=\frac{K\cdot j\dfrac{\omega}{\omega_{c2}}}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c1}}\right)\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c3}}\right)}=K.\frac{1}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c1}}\right)}\cdot\frac{1}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c3}}\right)}\cdot\left(j\frac{\omega}{\omega_{c2}}\right)$$

Le diagramme asymptotique du module est donné figure 13.14.

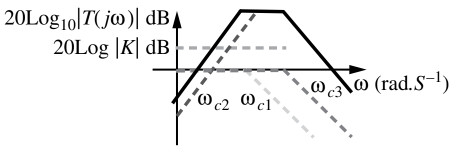


Figure 13.14

Le diagramme asymptotique de l'argument en fonction de K est donné figure 13.15.

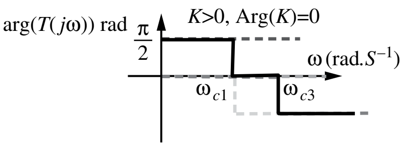


Figure 13.15

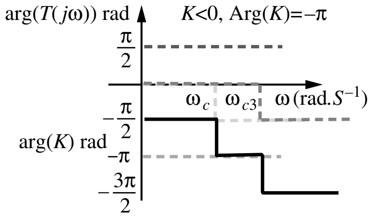


Figure 13.16

► Lorsque $m \leq 1$, les diagrammes asymptotiques sont les suivants :

Pour le module, le diagramme est donné figure 13.17.

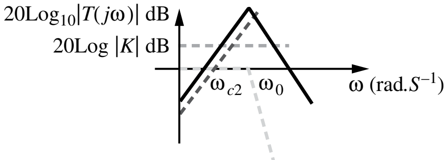


Figure 13.17

Pour l'argument, en fonction de K, nous avons les diagrammes de Bode suivants :

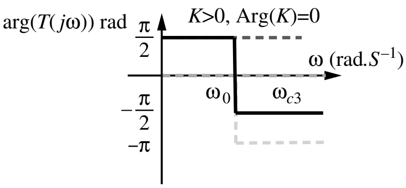


Figure 13.18

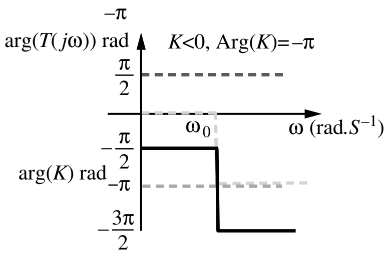


Figure 13.19

La bande passante est définie par deux fréquences de coupure $[\omega_{c-}, \omega_{C+}]$ telles que :

$$\left|T\left(j\omega_{c-/c+}\right)\right| = \frac{\max\left|T\left(j\omega\right)\right|}{\sqrt{2}}$$

$$20\mathrm{Log}_{10}\left|T\left(j\omega_{c-/c+}\right)\right| = \max\left(20\mathrm{Log}_{10}\left|T\left(j\omega\right)\right|\right) - 3\mathrm{dB}$$

La valeur maximale du module est obtenue pour $\omega = \omega_0$, et à la valeur K.
L'expression des deux fréquences de coupure à –3 dB sont :

$$\omega_{c-} = \omega_0\left(-m + \sqrt{m^2+1}\right)$$

$$\omega_{c+} = \omega_0\left(m + \sqrt{m^2+1}\right)$$

Ce qui nous permet de définir la bande passante du filtre comme étant :

$$B = \omega_{c+} - \omega_{c-} = 2m\omega_0 = \frac{\omega_0}{Q}$$

On retrouve ainsi la définition du facteur de qualité d'un filtre :

$$Q = \frac{1}{2m} = \frac{\omega_0}{\omega_{C+} - \omega_{C-}}$$

Plus le coefficient de qualité est élevé, ou plus le coefficient de surtension est faible, plus le filtre est sélectif.

Le réjecteur de bande (coupe bande)

Le réjecteur de bande, également appelé coupe bande, est un filtre qui rejette une bande de fréquence :

$$T(j\omega) = \frac{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0}j\omega + 1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega'_0}\right)^2 + \dfrac{2m'}{\omega'_0}j\omega + 1}$$

Pour obtenir une fonction passe-bande, il faut que m' soit supérieur à 1 : le dénominateur doit être factorisable. Par exemple pour $m \geq 1$ et $m' \geq 1$, nous obtenons :

$$T(j\omega) = \frac{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c2}}\right)\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c3}}\right)}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c1}}\right)\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c4}}\right)} = \frac{1}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c1}}\right)} \cdot \left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c2}}\right) \cdot \left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c3}}\right) \cdot \frac{1}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{c4}}\right)}$$

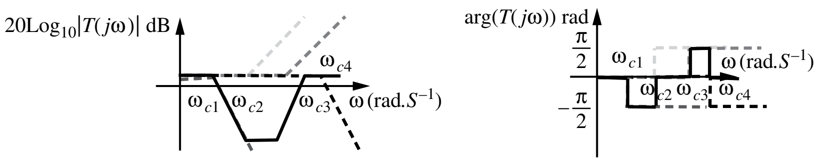


Figure 13.20

Pour obtenir un filtre plus sélectif, il faut dans ce cas que coefficient de surtension m soit bien inférieur à 1.

Nous ne parlerons pas ici de bande passante, mais de bande rejetée. Les calculs sont les mêmes que pour le filtre passe-bande.

Le filtre passe-tout ou filtre déphaseur

Le filtre passe-tout est un filtre dont le module de la fonction de transfert est égal à 1, mais qui introduit un déphasage entre l'entrée et la sortie. Il a donc une fonction de transfert de la forme :

$$T(j\omega) = \frac{E(-j\omega)}{E(j\omega)}$$

Le module de $T(j\omega)$ vaut bien 1, et son argument vaut :

$$\arg(T(j\omega)) = -2\arg(E(j\omega))$$

$$T(j\omega) = \frac{1 - j\dfrac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$$

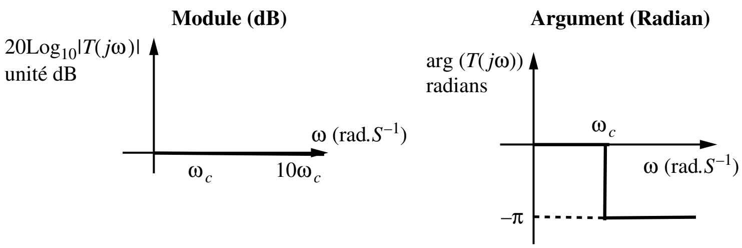


Figure 13.21

13.1.3 Synthèses de filtres analytiques

Gabarits et transformations de gabarits

La synthèse de filtre est généralement réalisée à partir de la spécification d'un gabarit de filtrage symétrique. Celui-ci est donné en termes d'atténuation, avec les paramètres suivants :

- A_{max} en dB : atténuation maximale en bande passante.
- A_{min} en dB : atténuation minimale en bande atténuée.
- f_p ou f_{p+}, f_{p-} : fréquence qui limite la bande passante.
- f_a, ou f_{a+}, f_{a-} : fréquence qui limite la bande atténuée.
- Pour les filtres passe-bande et réjecteurs de bande, on définit le paramètre suivant garantissant la symétrie des gabarits :

$$f_0^2 = f_p^+ . f_p^- = f_a^+ . f_a^-$$

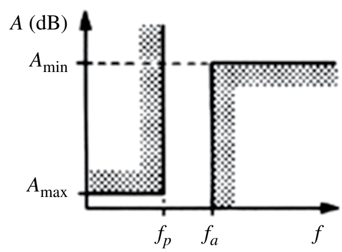


Figure 13.22 Gabarit du filtre passe-bas

Pour le filtre passe-bas et le passe-bande, par exemple, les gabarits sont définis comme en figure 13.22.

La synthèse de filtres analytiques va nous permettre de trouver l'expression mathématique de toute fonction de transfert normalisée à partir de la définition d'un gabarit simplifié que l'on transposera en équivalent passe-bas. Une transformation inverse de la fonction de transfert ou bien des composants passifs trouvés après synthèse vont permettre d'obtenir ensuite le filtre voulu. Cette transformation s'applique sur le terme $p = j\omega$, soit au niveau de la fonction de transfert, soit au niveau des éléments constituant le filtre.

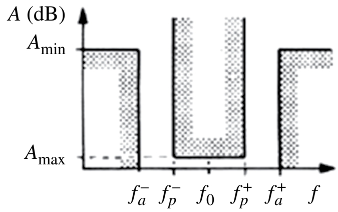


Figure 13.23 Gabarit symétrique du filtre passe-bande.

Tableau 13.1 Opération de l'opérateur p pour la transformation des gabarits des filtres.

Transformation	Passe-bas ⇒ passe-bande	Passe-bas ⇒ passe-bande	Passe-bas ⇒ réjecteur de bande
Opération sur p	$p \to \frac{1}{p}$	$p \to \frac{1}{B}\left(p+\frac{1}{p}\right)$	$p \to \frac{B}{\left(p+\frac{1}{p}\right)}$

B est par définition la largeur de bande relative et correspond à la valeur suivante pour le filtre passe-bande et pour le filtre réjecteur de bande :

$$B = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_0}$$

Le calcul de l'expression de la fonction de transfert se fait donc à partir du gabarit simplifié d'un filtre passe-bas qui introduit le paramètre k , la sélectivité, toujours inférieur à 1 et qui est calculé ainsi :

Tableau 13.2 Définition de la sélectivité des différents gabarits de filtre.

Passe-bas	Passe-haut	Passe-bande	Réjecteur de bande
$k = \frac{f_p}{f_a}$	$k = \frac{f_a}{f_p}$	$k = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-}$	$k = \frac{f_a^+ - f_a^-}{f_p^+ - f_p^-}$

Ceci nous permet d'obtenir le gabarit normalisé du filtre passe-bas (fig. 13.24).

Les paramètres A_{min}, A_{max} et k sont issus des spécifications du filtre.

Le calcul de la fonction de transfert étant réalisé sur un gabarit passe-bas normalisé, il faut, après transformation, dé-normaliser soit la fonction de transfert, soit la valeur des éléments le constituant après synthèse.

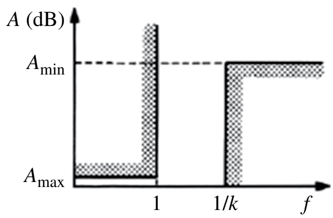


Figure 13.24 Gabarit normalisé du filtre passe-bas.

La fréquence de dé-normalisation, qui dépend de la nature du filtre, est la suivante :

- f_p pour les filtres passe-bas ;
- f_0 pour les filtres passe-bande et réjecteurs de bande ;
- f_a pour les filtres passe-haut.

Exemple de transformation de fonction de transfert

Si on considère une fonction de transfert passe bas de la forme : $T(j\omega)=\dfrac{1}{1+aj\omega}$

La transformation passe-bas vers passe haut donne :

$$T_1(j\omega)=\frac{1}{1+a\left(\dfrac{1}{j\omega}\right)}=\frac{j\dfrac{\omega}{a}}{1+j\dfrac{\omega}{a}}$$

ce qui est bien l'équation d'un passe haut avec $\omega_c=a$.

Fonctions de transfert des filtres analytiques

Les fonctions de transferts des filtres sont calculées à partir des gabarits en affaiblissement. Si nous notons la fonction de transfert sous la forme d'un rapport de deux fonctions, nous avons donc :

$$T(j\omega)=\frac{P(j\omega)}{E(j\omega)}\Leftrightarrow T(p)=\frac{P(p)}{E(p)}$$

Le module de la fonction d'affaiblissement s'écrit alors :

$$\left|A(j\omega)\right|^2=\frac{E(j\omega)E(-j\omega)}{P(j\omega)P(-j\omega)}=1+\frac{F(j\omega)F(-j\omega)}{P(j\omega)P(-j\omega)}=1+K(j\omega)K(j\omega)$$

$K(j\omega)$ est la fonction caractéristique et c'est elle qui va nous permettre de synthétiser différents filtres. La forme générale du module de la fonction d'affaiblissement pour un filtre passe-bas est :

$$\left|A(j\omega)\right|=1+\varepsilon^2\frac{\prod_{i=1}^{n/2}(\omega^2-\omega_{0i}^2)^2}{\prod_{j=1}^{m/2}(\omega^2-\omega_{\infty i}^2)^2}=1+\left|K(j\omega)\right|^2 \text{ si } n \text{ pair} \tag{3}$$

$$\left|A(j\omega)\right|=1+\varepsilon^2\frac{\omega^2\prod_{i=1}^{(n-1)/2}(\omega^2-\omega_{0i}^2)^2}{\prod_{j=1}^{m/2}(\omega^2-\omega_{\infty i}^2)^2}=1+\left|K(j\omega)\right|^2 \text{ si } n \text{ impair} \tag{4}$$

Les ω_{oi} sont les zéros de la fonction d'affaiblissement et les $\omega_{\infty j}$ sont les zéros de transmissions.

Cette fonction caractéristique définit l'allure du filtre, tant au niveau du module, et également au niveau de l'argument et donc du temps de propagation de groupe du filtre qui nous donne l'information de la distorsion de la phase engendrée par le filtre en fonction de la fréquence :

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi}{d\omega} \text{ sec}$$

La synthèse de la fonction de transfert sera réalisée par factorisation de la fonction $\left|A(j\omega)\right|^2$, au terme de laquelle nous ne conserverons que les racines du numérateur à partie réelle négative afin de garantir la stabilité du filtre.

Filtres analytiques classiques

Filtres polynomiaux

Les filtre polynomiaux sont des filtres pour lesquels le numérateur de la fonction de transfert vaut 1 : $p(j\omega) = 1$. Les filtres de Butterworth, de Tchebychev et de Bessel sont des filtres polynomiaux.

Les filtres de Butterworth

Les filtres de Butterworth sont des filtres dit « méplat » : la dérivée nième de la fonction d'affaiblissement à l'origine est nulle, ce qui lui donne une allure très plate dans la bande passante. Le module de la fonction d'affaiblissement d'un filtre d'ordre n est :

$$\left|A(j\omega)\right|^2 = 1 + \varepsilon^2\omega^{2n}$$

L'ordre et le facteur ε sont identifiés à partir du gabarit normalisé du filtre passe-bas :

$$\left|A(j\omega)\right|^2_{\omega=1} = 10^{\frac{A_{\max}}{20}} = 1 + \varepsilon^2$$

$$\left|A(j\omega)\right|^2_{\omega=1/k} = 10^{\frac{A_{\min}}{20}} = 1 + \varepsilon^2\left(\frac{1}{k}\right)^2$$

Les $2n$ racines de ce polynôme, de la forme $re^{j\theta}$, se trouvent sur le cercle de rayon $r = \left(\frac{1}{\varepsilon^2}\right)^{1/n}$ et d'angle $\theta_i = \frac{\pi i}{n}$ pour n impair et $\theta_i = \frac{(2i-1)\pi}{n}$ pour n pair. Nous ne conserverons que les n racines de partie réelles négatives, ce qui nous donne l'expression du polynôme $E(j\omega)$ et donc l'expression de la fonction de transfert

Les filtres de Tchebychev

Les filtres de Tchebychev sont des filtres à ondulation constante dans la bande passante (minimisation de l'erreur maximale dans la bande passante). Le module de la fonction d'affaiblissement d'un filtre d'ordre n est :

$$\left|A(j\omega)\right|^2 = 1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega) = 1 + \varepsilon^2\cos^2\left(n\arccos(\omega)\right)$$

$T_n(\omega)$ est le polynôme de Tchebychev et est obtenu sous sa forme polynomiale avec l'équation récursive suivante :

$$T_n(\omega) = 2\omega T_{n-1}(\omega) - T_{n-2}(\omega)$$

Le calcul des paramètres ε de l'équation se fait de la même manière que pour le filtre de Butterworth, par contre l'ordre du filtre, n, se trouve à l'aide d'abaques. On peut bien sûr également utiliser des outils, tels que le module fdatool de Matlab.

Pour la synthèse LC de ces filtres, il faut noter que le nombre d'ondulations en bande passante du filtre correspond à l'ordre du filtre : pour les filtres pairs, à la fréquence nulle, l'atténuation du filtre vaut A_{max}.

Pour un même gabarit, les filtres de Tchebychev vont nécessiter un ordre inférieur à celui des filtres de Butterworth, mais les performances en module et en temps de propagation de groupe sont très différents.

Le filtre de Bessel

Le filtre de Bessel est intéressant à considérer car il présente la caractéristique d'avoir un temps de propagation de groupe constant dans la bande passante, avec un comportement en module similaire à celle d'un filtre de Butterworth en bande passante. Par contre, pour un même gabarit par rapport aux autres filtres, il nécessite un ordre beaucoup plus élevé. Il est en fait défini par son temps de propagation de groupe :

$$A(j\omega) = e^{j\tau\omega} = B_n(j\omega)$$

L'expression polynomiale de la fonction d'affaiblissement se trouve à l'aide de la formule récursive suivante :

$$B_n(j\omega) = (2n-1)B_{n-1}(j\omega) + (j\omega)^2 B_{n-2}(j\omega)$$
$$B_0(j\omega) = 1$$
$$B_1(j\omega) = j\omega + 1$$

Les filtres à fonction de transfert écrite sous forme d'un rapport de fonctions polynomiales

Le calcul de ces filtres est plus compliqué puisque nous avons une fonction d'affaiblissement de la forme :

$$\left|A(j\omega)\right|^2 = \frac{E(j\omega)E(-j\omega)}{P(j\omega)P(-j\omega)} = 1 + \frac{F(j\omega)F(-j\omega)}{P(j\omega)P(-j\omega)}$$

La résolution de cette fonction de transfert se fait en trouvant les racines à partie réelle négative du polynôme $E(j\omega)$ par factorisation de l'équation suivante, équation de Feldkeller :

$$E(j\omega)E(-j\omega) = P(j\omega)P(-j\omega) + F(j\omega)F(-j\omega)$$

Les filtres de Tchebychev inverses et les filtres de Cauer font partie de ces filtres dont la fonction de transfert est une fonction rationnelle.

Les filtres de Tchebychev inverses

Les filtres de Tchebychev inverse ont un comportement similaire à celui du filtre de Butterwoth en bande passante mais présentent des ondulations avec des zéros de transmission en bande atténuée. Ils sont obtenus à partir de l'inverse de la fonction de transfert des filtres de Tchebychev :

$$\left|A(j\omega)\right|^2 = 1 + \frac{1}{\varepsilon^2 T_n^2\left(\frac{1}{\omega}\right)} = 1 + \varepsilon^2 \frac{1}{\cos^2\left(n \arccos\left(\frac{1}{\omega}\right)\right)}$$

On peut démontrer, en effectuant la transposition du gabarit du filtre d'affaiblissement, que pour ce filtre les équations permettant de calculer les paramètres n et ε sont différent. Ici, nous avons :

$$\left|A(j\omega)\right|^2_{\omega=k} = 10^{\frac{A_{\max}}{20}} = 1 + \frac{1}{\varepsilon^2 T_n^2(k)}$$

$$\left|A(j\omega)\right|^2_{\omega=1} = 10^{\frac{A_{\min}}{20}} = 1 + \frac{1}{\varepsilon^2 T_n^2(1)} = 1 + \frac{1}{\varepsilon^2}$$

Pour un même gabarit de filtrage, l'ordre d'un filtre de Tchebychev et l'ordre du filtre de Tchebychev inverse sont identiques.

Pour la synthèse LC de ces filtres, il faut noter que le nombre d'ondulations en bande atténuée du filtre correspond à l'ordre du filtre : pour les filtres pairs, quand la fréquence tend vers l'infini, l'atténuation du filtre tend vers une valeur finie qui vaut $A_{\min}$.

Les filtres elliptiques

Les filtres de Cauer, ou filtres elliptiques, sont des filtres à ondulation constante à la fois dans la bande passante et dans la bande atténuée. En effet, les zéros de transmission $\omega_{\infty i}$ et les zéros d'affaiblissement ω_{0i} de la fonction caractéristique ont été placés de telle sorte que la réponse du filtre oscille entre 0 et $A_{\max}$ en bande passante, et $A_{\min}$ et l'infini en bande atténuée. Pour la synthèse LC de ces filtres, il faut noter que le nombre d'ondulations en bande passante et en bande atténuée du filtre correspond à l'ordre du filtre : pour les filtres pairs, à la fréquence nulle, l'atténuation du filtre vaut $A_{\max}$, et quand la fréquence tend vers l'infini, l'atténuation du filtre tend vers une valeur finie qui vaut $A_{\min}$. Cette caractéristique rend impossible la synthèse LC d'un filtre de Cauer pair.

Les équations permettant d'identifier les zéros d'affaiblissement et les zéros de transmission sont les suivantes, avec Sn le sinus elliptique et K la fonction de Jacobi :

$$\omega_{0i} = Sn\left(\frac{2iK(k)}{n}, k\right) \text{ i=0}\ldots\frac{\text{n}-1}{2} \text{ pour } n \text{ impair,}$$

$$\omega_{0i} = Sn\left(\frac{(2i-1)K(k)}{n}, k\right) \text{ i=0}\ldots\frac{\text{n}}{2} \text{ pour } n \text{ pair}dx$$

$$k\omega_{0i}\omega_{\infty i} = 1$$

Par rapport aux filtres précédents, ce sont les filtres qui permettent la synthèse d'un filtre présentant un ordre moins élevé, par rapport aux autres filtres étudiés, pour un même gabarit.

La fonction caractéristique est alors de la forme :

- n impair $\left|K(j\omega)\right|^2 = \varepsilon^2 \dfrac{\omega^2\left(\omega_1^2-\omega^2\right)^2\ldots\left(\omega_{(n-1)/2}^2-\omega^2\right)^2}{\left(1-k^2\omega_1^2\omega^2\right)^2\ldots\left(1-k^2\omega_{(n-1)/2}^2\omega^2\right)^2}$

- n pair $\left|K(j\omega)\right|^2 = \varepsilon^2 \dfrac{\left(\omega_1^2-\omega^2\right)^2\ldots\left(\omega_{n/2}^2-\omega^2\right)^2}{\left(1-k^2\omega_1^2\omega^2\right)^2\ldots\left(1-k^2\omega_{n/2}^2\omega^2\right)^2}$

La comparaison des comportements des filtres pour $n = 5$ et $A_{max} = 1$ dB est donnée figures 13.25 et 13.26.

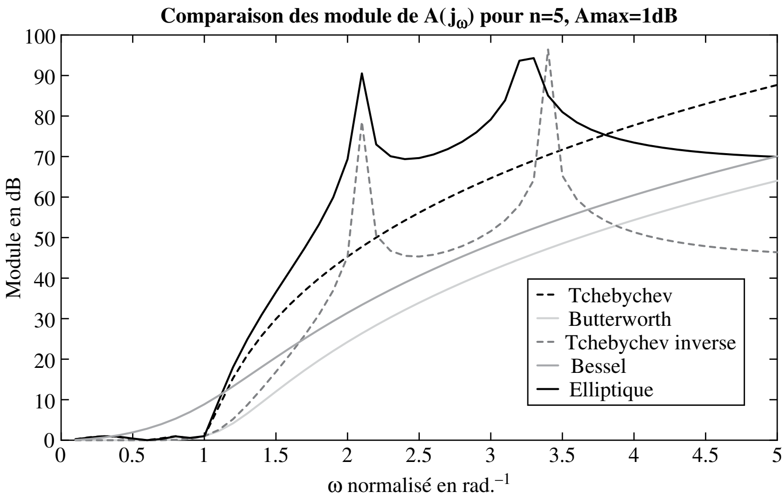


Figure 13.25 Comparaison des modules des fonctions d'affaiblissement pour un ordre $n = 5$ et un $A_{max} = 1$ dB.

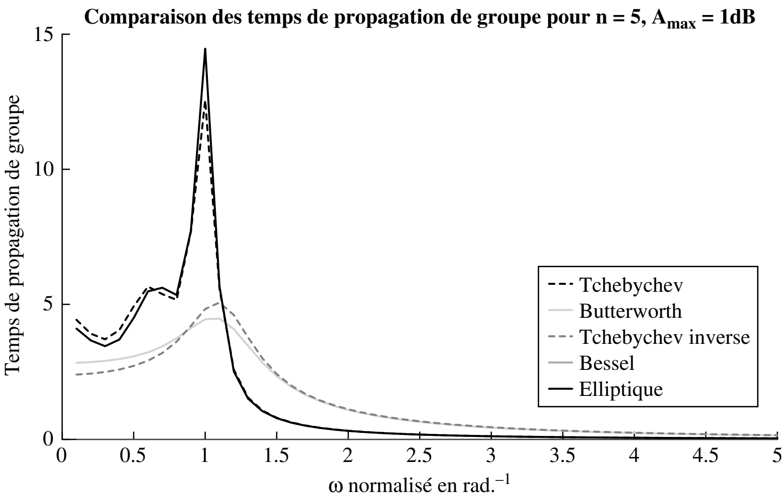


Figure 13.26 Comparaison des temps de propagation de groupe des fonctions d'affaiblissement pour un ordre $n = 5$ et un $A_{max} = 1$ dB.

13.2 Filtres passifs

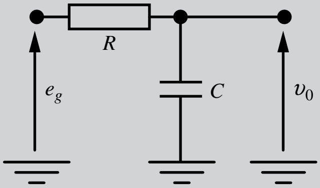
13.2.1 Circuits élémentaires passe-bas, passe-haut et passe-tout du premier ordre en tension

Le tableau 13.3 donne les schémas et les paramètres des filtres passifs du premier ordre les plus courants.

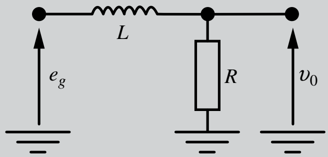
Tableau 13.3 Filtres passifs du premier ordre.

Passe-bas

$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_C}}$$



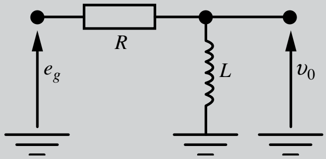
$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega} \Rightarrow \omega_C = \frac{1}{RC}$$



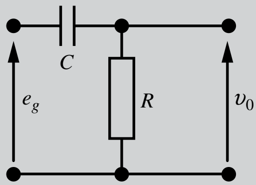
$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + j\dfrac{L}{R}\omega} \Rightarrow \omega_C = \frac{R}{L}$$

Passe-haut

$$T(j\omega) = \frac{j\dfrac{\omega}{\omega_C}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_C}}$$



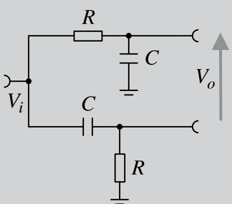
$$T(j\omega) = \frac{j\dfrac{L}{R}\omega}{1 + j\dfrac{L}{R}\omega} \Rightarrow \omega_C = \frac{R}{L}$$



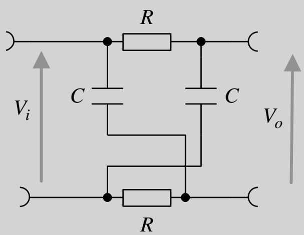
$$T(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \Rightarrow \omega_C = \frac{1}{RC}$$

Filtre déphaseur passe-tout

$$T(j\omega) = \frac{1 - j\dfrac{\omega}{\omega_C}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_C}}$$



$$T(j\omega) = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} \Rightarrow \omega_C = \frac{1}{RC}$$



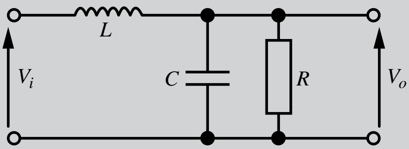
$$T(j\omega) = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} \Rightarrow \omega_C = \frac{1}{RC}$$

13.2.2 Filtres élémentaires du second ordre en tension

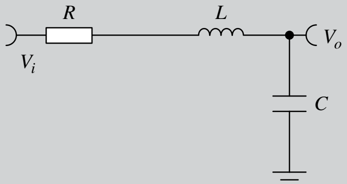
Le tableau 13.4 donne les schémas et les paramètres des filtres passifs du second ordre les plus courants.

Tableau 13.4 Filtres passifs du second ordre.

Passe-bas $T(j\omega)=\dfrac{1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2+\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega+1}$

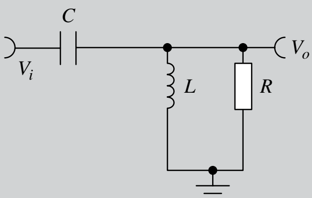


$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ \frac{2m}{\omega_0}=\frac{L}{R}\Rightarrow m=\frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

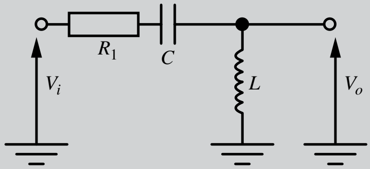


$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ \frac{2m}{\omega_0}=RC\Rightarrow m=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

Passe-haut $T(j\omega)=\dfrac{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2+\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega+1}$

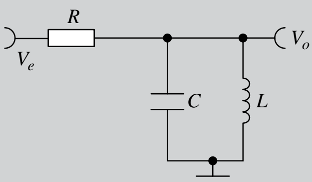


$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ \frac{2m}{\omega_0}=\frac{L}{R}\Rightarrow m=\frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

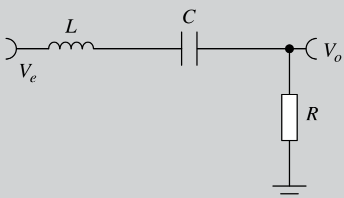


$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ \frac{2m}{\omega_0}=RC\Rightarrow m=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

Passe-bande $T(j\omega)=K.\dfrac{\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2+\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega+1}$



$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ \frac{2m}{\omega_0}=\frac{L}{R}\Rightarrow m=\frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}\qquad K=R$$



$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ \frac{2m}{\omega_0}=RC\Rightarrow m=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}\qquad K=1$$

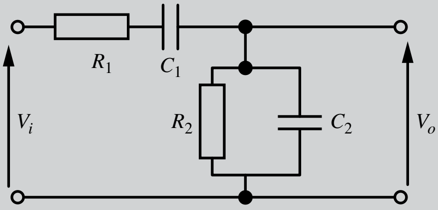
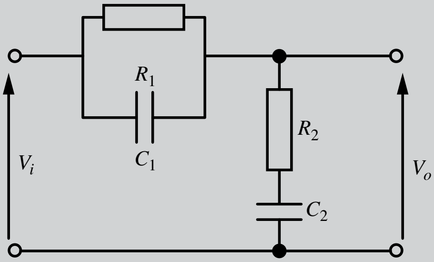


Fig. C.52

$\tau_1 = R_1C_1, \tau_2 = R_2C_2$

$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}}, m = \dfrac{1}{2}\left[\sqrt{\dfrac{\tau_1}{\tau_2}} + \sqrt{\dfrac{\tau_2}{\tau_1}} + \sqrt{\dfrac{R_2}{R_1}\dfrac{C_1}{C_2}}\right]$

Réjecteur de bande $T(j\omega) = \dfrac{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0}j\omega + 1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega'_0}\right)^2 + \dfrac{2\omega'}{\omega'_0}j\omega + 1}$

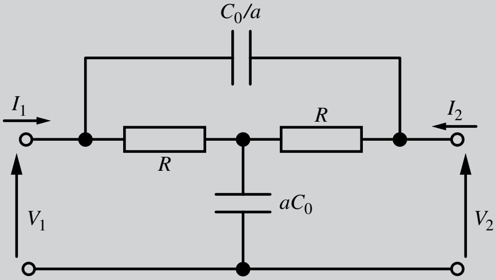


$\tau_1 = R_1C_1, \tau_2 = R_2C_2, \tau_{12} = R_1C_2$

$\omega_0 = \omega'_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}},$

$m = \tau_1 + \tau_2, m = \tau_1 + \tau_2 + \tau_{12}$

T ponté

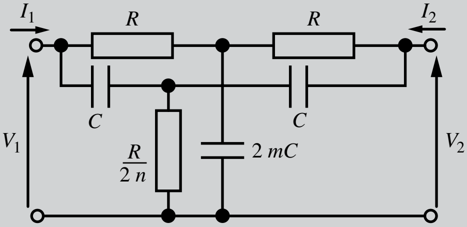


$\omega_0 = \omega'_0 = \dfrac{1}{RC_0}$

$\dfrac{2m}{\omega_0} = \dfrac{2RC_O}{a} \Rightarrow m = \dfrac{1}{a}$

$\dfrac{2m'}{\omega_0} = RC_0\left(a + \dfrac{2}{a}\right) \Rightarrow m' = \dfrac{1}{2}\left(a + \dfrac{2}{a}\right)$

Double T



$\omega_0 = \omega'_0 = \dfrac{1}{RC}$

$m = 0, m' = 2$

13.2.3 Les circuits résonnants

L'expression générale de la fonction de transfert d'un circuit résonnant est identique à celle d'un filtre passe-bande :

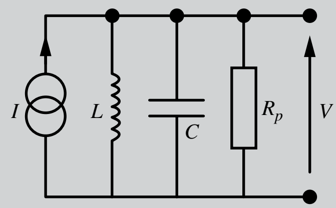
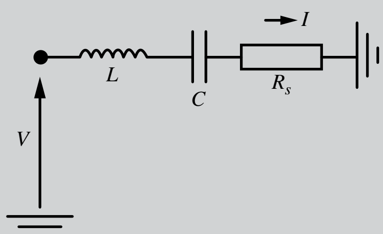
$$T(j\omega) = K \cdot \frac{\frac{2m}{\omega_0} j\omega}{\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2m}{\omega_0} j\omega + 1} = K \cdot \frac{\frac{1}{Q\omega_0} j\omega}{\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{Q\omega_0} j\omega + 1}$$

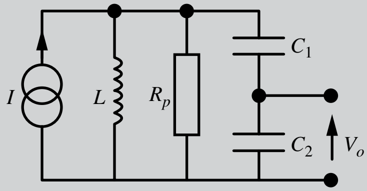
Pour ces circuits, le facteur de qualité du filtre caractérise la largeur de bande relative du circuit à –3 dB :

$$Q = \frac{1}{2m} = \frac{\omega_0}{\omega_{C+} - \omega_{C-}} = \frac{f_0}{f_{C+} - f_{C-}} = \frac{f_0}{\Delta f}$$

Le tableau 13.5 caractérise les principaux résonateurs utilisés, avec entrée/sortie en courant ou en tension.

Tableau 13.5 Résonateurs série et parallèle.

Résonateur parallèle $T(j\omega) = \frac{V(j\omega)}{I(j\omega)}$	
	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, Q = \frac{R}{L\omega_0} = RC\omega_0$ $K = R, \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC}$
Résonateur série $T(j\omega) = \frac{I(j\omega)}{V(j\omega)}$	
	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$ $K = \frac{1}{R}, \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{L}{R}$

Résonateur parallèle $T(j\omega)=\dfrac{V(j\omega)}{I(j\omega)}$	
	$\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{L\left(\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}\right)}}, Q=\dfrac{R}{L\omega_0}=R\left(\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}\right)\omega_0$ $K=R\left(\dfrac{C_1}{C_1+C_2}\right), \Delta\omega=\dfrac{\omega_0}{Q}=\dfrac{1}{R\left(\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}\right)}$

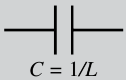
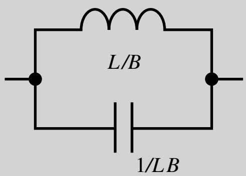
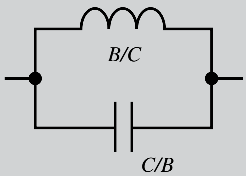
13.2.4 La synthèse de filtres LC à partir des fonctions analytiques

Principe de la synthèse de filtres LC

La synthèse de filtre LC s'effectue à partir des équations normalisées de la fonction d'affaiblissement du filtre. La synthèse permet donc de réaliser un filtre passe-bas équivalent dont on transformera les éléments pour obtenir un passe-haut, un passe-bande ou un réjecteur de bande (tableau 13.6 donnant les transformations). La transformation vers le passe-bande et le réjecteur de bande se fait en introduisant la bande passante relative du filtre que nous avons défini comme suit :

$$B=\frac{f_p^+-f_p^-}{f_0}$$

Tableau 13.6 Transformation des gabarits de filtrage : effet sur les composants passifs.

Transformation	**Passe-bas ⇒ passe-haut**	**Passe-bas ⇒ passe-bande**	**Passe-bas ⇒ réjecteur de bande**
Opération sur p	$p\to\dfrac{1}{p}$	$p\to\dfrac{1}{B}\left(p+\dfrac{1}{p}\right)$	$p\to\dfrac{B}{\left(p+\dfrac{1}{p}\right)}$
Opération sur $Z_L = Lp$			
Opération sur $Z_C = 1/Cp$			

Une fois le circuit réalisé après transformation, les valeurs des éléments doivent être dé-normalisés par rapport à une résistance de normalisation R_n (que nous fixons arbitrairement en fonction de l'application), et la fréquence de normalisation, qui vaut f_p,f_a ou f_0 en fonction du filtre réalisé.

Les valeurs des composants, pour être dé-normalisés, doivent être multipliées par :

- R_n pour les résistances ;
- $L_n = \dfrac{R_n}{2\pi f_n}$ pour les bobines ;
- $C_n = \dfrac{1}{2\pi f_n R_n}$ pour les condensateurs.

La synthèse du filtre passe-bas est réalisé à partir du calcul des paramètres [Z] ou [Y] du quadripôle lorsqu'il est connecté à une source de résistance de sortie R_1 et qu'il est chargé sur une résistance R_2.

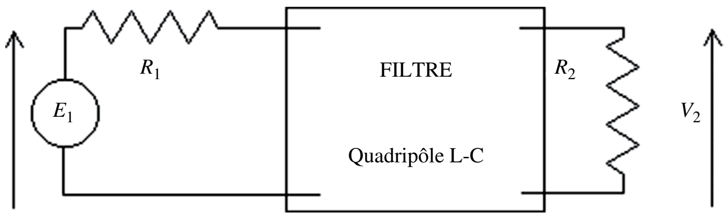


Figure 13.27

Nous avons vu, dans la section 13.1.3 que la fonction de transfert était de la forme :

$$T(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{E(j\omega)}$$

et la fonction caractéristique de la forme :

$$K(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{P(j\omega)}$$

Les polynômes $E(p)$ et $F(p)$, réécrit avec $p = j\omega$, comprennent une partie paire que nous nommerons E_p et F_p, et une partie impaire que nous nommerons E_i et F_i. Ceux-ci nous permettent de calculer les paramètres Z_{11}, Z_{22}, Y_{11} et Y_{22} à partir desquels nous réaliserons le calcul des éléments des filtres.

Tableau 13.7

	z_{11}	z_{22}	$1/y_{11}$	$1/y_{22}$
P (p) pair	$R_1\dfrac{E_p - F_p}{E_i + F_i}$	$R_2\dfrac{E_p + F_p}{E_i + F_i}$	$R_1\dfrac{E_i - F_i}{E_p + F_p}$	$R_2\dfrac{E_i - F_i}{E_p - F_p}$
P (p) impair	$R_1\dfrac{E_i - F_i}{E_p + F_p}$	$R_2\dfrac{E_i + F_i}{E_p + F_p}$	$R_1\dfrac{E_p - F_p}{E_i + F_i}$	$R_2\dfrac{E_p - F_p}{E_i - F_i}$

Réalisation des filtres polynomiaux

Les filtres polynomiaux passe-bas ont une structure en échelle avec un seul élément par branche, le nombre d'éléments correspondant à l'ordre du filtre. Ils commencent soit par une inductance en série (structure en pi), soit par un condensateur en parallèle (structure en T).

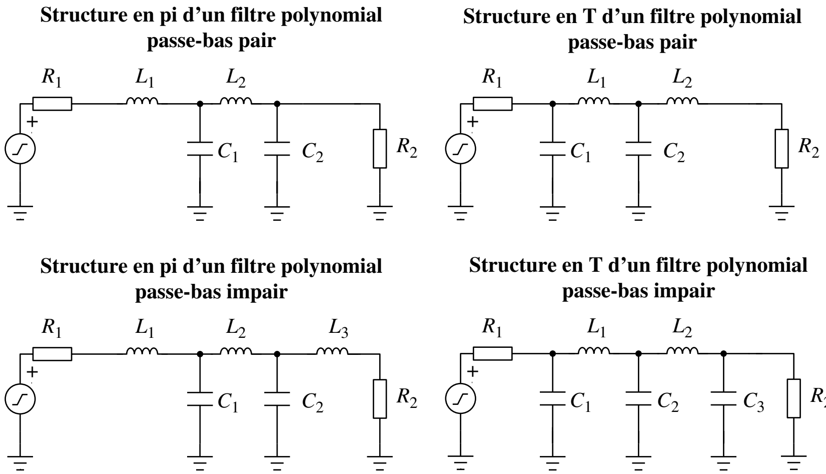


Figure 13.28

L'extraction va se faire élément par élément, soit en procédant de l'entrée vers la sortie, soit en faisant l'inverse. Cette extraction va se faire à partir des expressions des paramètres Z_{11}, Y_{11}, Z_{22} et Y_{22}.

Les expressions de ces paramètres, vus de l'entrée, sont les suivants :

Tableau 13.8 Expression des paramètres Y_{ii} et Z_{ii} pour les filtres polynomiaux.

Structure en pi d'un filtre polynomial passe-bas	Structure en T d'un filtre polynomial passe-bas
$z_{11} = L_1 p + \cfrac{1}{C_2 p + \cfrac{1}{L_3 p + \cfrac{1}{C_4 p + \ldots}}}$	$z_{11} = \cfrac{1}{C_1 p + \cfrac{1}{L_2 p + \cfrac{1}{C_3 p + \cfrac{1}{L_4 p + \ldots}}}}$
$Y_{11} = \cfrac{1}{L_1 p + \cfrac{1}{C_2 p + \cfrac{1}{L_3 p + \cfrac{1}{C_4 p + \ldots}}}}$	$Y_{11} = C_1 p + \cfrac{1}{L_2 p + \cfrac{1}{C_3 p + \cfrac{1}{L_4 p + \ldots}}}$

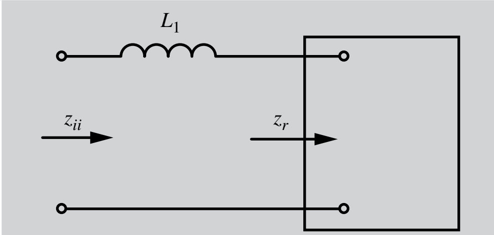
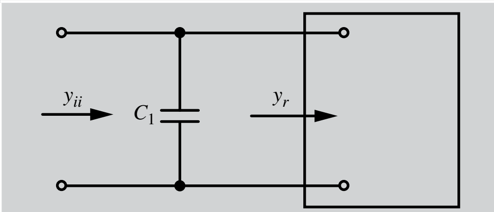
Attention : le paramètre Z_{ii} correspond à la valeur de l'impédance d'entrée (sortie) lorsque la sortie (entrée) est en circuit ouvert : si le dernier élément est un élément en série, il ne se voit pas au niveau de l'expression obtenue. Le paramètre Y_{ii} correspond à la valeur de l'admittance d'entrée (sortie) quand la sortie (entrée) est en court-circuit : si le dernier élément est un élément parallèle, celui-ci est court-circuité et n'apparait pas dans l'expression.

Ceci implique que pour que pour faire l'extraction des éléments du filtre, il faut :

- pour les filtres pairs en pi : travailler avec Z_{11} ou avec Y_{22} ;
- pour les filtres pairs en T : travailler avec Y_{11} ou avec Z_{22} ;
- pour les filtres impairs en pi : travailler avec Y_{11} ou avec Z_{22} ;
- pour les filtres impairs en T : travailler avec Z_{11} ou avec Y_{22}.

L'extraction des éléments série ou parallèle se fait de la manière suivante à partir de Z_{11} ou bien Z_{22} :

Tableau 13.9

Extraction d'un élément série à partir de Z_{11} ou Z_{22} $z_{ii} = L_1p + Z_r$		$L_1 = \left.\frac{Z_{ii}}{p}\right\|_{p\to\infty}$ $Z_r = Z_{ii} - L_1p$
Extraction d'un élément parallèle à partir de Y_{11} ou Y_{22} $Y_{ii} = C_1p + Y_r$		$C_1 = \left.\frac{Y_{ii}}{p}\right\|_{p\to\infty}$ $Y_r = Y_{ii} - L_1p$

Les extractions se font alors de manière itérative en renouvelant cette procédure, élément par élément, en recalculant à chaque étape le paramètre Z_r ou Y_r.

Réalisation des filtres non polynomiaux

Ces filtres ont la particularité de présenter des zéros de transmissions (annulation de la fonction de transfert), qui sont mathématiquement les pôles de la fonction caractéristiques : $\omega_{\infty j}$. Cette particularité se retrouve dans la constitution des filtres qui présentent circuits résonnants accordés à ces pulsations. On ne peut avoir que des structures impaires. Il n'est en effet pas possible de réaliser par synthèse LC des filtres dont la valeur de l'atténuation à l'infini est finie, et différente de cette valeur à la fréquence nulle.

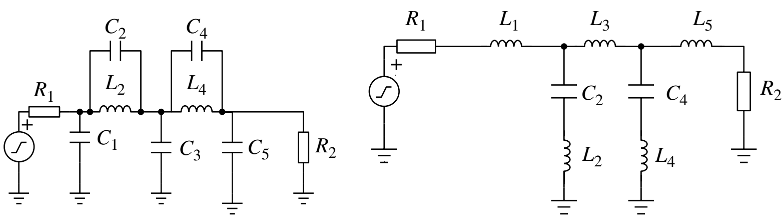


Figure 13.29

L'extraction va se faire comme précédemment, élément par élément, soit en procédant de l'entrée vers la sortie, soit en faisant l'inverse. Cette extraction va se faire à partir des expressions des paramètres Z_{11} ou Z_{22} pour les structures en pi et Y_{11} ou Y_{22} pour la structure en pi. Les expressions de ces polynômes paramètres pour l'entrée sont les suivants :

Tableau 13.10

Structure en pi d'un filtre non polynomial passe-bas
$z_{11} = \cfrac{1}{C_1 p + \cfrac{1}{Z_2 + \cfrac{1}{C_3 p + \cfrac{1}{Z_4 + \ldots}}}}$ avec : $Z_i = \dfrac{L_i p}{1 + L_i C_i p^2} = \dfrac{L_i p}{1 + \dfrac{p^2}{\omega_{\infty i}^2}}$
Structure en T d'un filtre non polynomial passe-bas
$Y_{11} = \cfrac{1}{L_1 p + \cfrac{1}{Y_2 + \cfrac{1}{L_3 p + \cfrac{1}{Y_4 + \ldots}}}}$ avec : $Y_i = \dfrac{C_i p}{1 + L_i C_i p^2} = \dfrac{C_i p}{1 + \dfrac{p^2}{\omega_{\infty i}^2}}$

La méthodologie de la synthèse est basée ici sur l'extraction des zéros de la fonction de transfert (pôles de la fonction de transfert) qui sont connus et donnés par l'expression analytique.

Extraction du circuit résonnant de la structure en pi

L'extraction va consister à identifier chaque circuit résonnant en tenant compte de sa fréquence de résonnance qui correspond à un zéro de transmission, que nous avons appelé $\omega_{\infty j}$, connu.

Le schéma pour l'extraction est le suivant donné en figure 13.30.

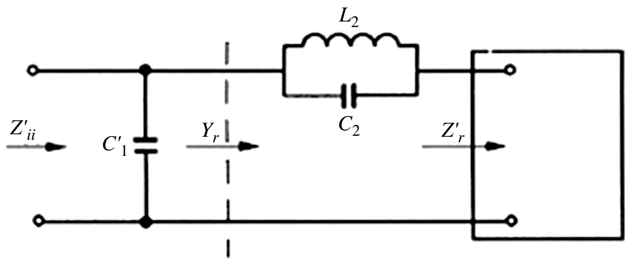


Figure 13.30

Au niveau de l'extraction, nous commençons par le condensateur :

$$\frac{1}{z_{ii}} = C_1 p + Y_r \Rightarrow C_1 = \left.\frac{1}{Z_{ii} p}\right|_{p \to \infty}$$

Nous identifions ensuite les valeurs des composants à partir de l'expression de l'admittance résiduelle :

$$Y_r = \frac{1}{Z_{ii}} - C_1 p$$

Sachant que le circuit résonne à une fréquence connue :

$$\frac{1}{Y_r} = \frac{L_2 p}{1 + L_2 C_2 p^2} + Z_{r'} = \frac{L_2 p}{1 + \frac{p^2}{\omega^2_{\infty j}}} + Z_{r'}$$

Comme $\omega_{\infty j} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$, on peut écrire :

$$\frac{1}{Y_r} = \frac{\omega^2_{\infty j} L_2 p}{p^2 + \omega^2_{\infty j}} + Z_{r'} = \frac{p}{C_2\left(p^2 + \omega^2_{\infty j}\right)} + Z_{r'}$$

Ce qui nous permet de trouver les valeurs de C_2 et L_2 en écrivant :

$$C_2 = \left.\frac{pY_r}{\left(p^2 + \omega^2_{\infty j}\right)}\right|_{\omega = \omega_{\infty j}}$$

$$L_2 = \frac{1}{C_2 \omega^2_{\infty j}}$$

Il faut bien sûr, pour extraire la valeur de C_2, factoriser l'expression du dénominateur de Y_r pour extraire le polynôme $\left(p^2 + \omega^2_{\infty j}\right)$.

Cette procédure se répète jusqu'à extraction complète de tous les zéros de transmission, en reprenant l'expression de $Z_{r'}$:

$$Z_{r'} = \frac{1}{Y_r} - \frac{L_2 p}{1 + \frac{p^2}{\omega^2_{\infty j}}}$$

Extraction du circuit résonnant de la structure en T

L'extraction va consister à identifier chaque circuit résonnant en tenant compte de sa fréquence de résonnance qui correspond à un $\omega_{\infty j}$ connu.

Le schéma pour l'extraction est donné figure 13.31.

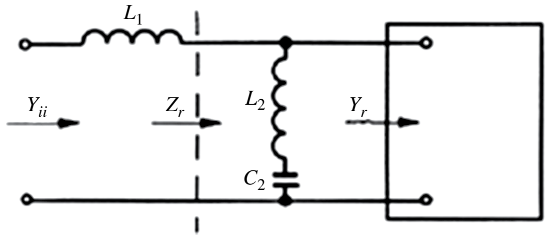


Figure 13.31

Au niveau de l'extraction, nous commençons par le condensateur :

$$\frac{1}{Y_{ii}} = L_1 p + Z_r \Rightarrow L_1 = \left.\frac{1}{Y_{ii} p}\right|_{p\to\infty}$$

Nous identifions ensuite les valeurs des composants à partir de l'expression de l'admittance résiduelle :

$$Z_r = \frac{1}{Y_{ii}} - L_1 p$$

Sachant que le circuit résonne à une fréquence connue :

$$\frac{1}{Z_r} = \frac{C_2 p}{1 + L_2 C_2 p^2} + Y_{r'} = \frac{C_2 p}{1 + \dfrac{p^2}{\omega_{\infty j}^2}} + Y_{r'}$$

Comme $\omega_{\infty j} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$, nous pouvons écrire :

$$\frac{1}{Z_r} = \frac{\omega_{\infty j}^2 C_2 p}{p^2 + \omega_{\infty j}^2} + Y_{r'} = \frac{p}{L_2\left(p^2 + \omega_{\infty j}^2\right)} + Y_{r'}$$

Ce qui nous permet de trouver les valeurs de C_2 et L_2 en écrivant :

$$L_2 = \left.\frac{pZ_r}{\left(p^2 + \omega_{\infty j}^2\right)}\right|_{\omega=\omega_{\infty j}}$$

$$C_2 = \frac{1}{L_2 \omega_{\infty j}^2}$$

Il faut bien sûr, pour extraire la valeur de L_2, factoriser l'expression du dénominateur de Z_r pour extraire le polynôme $\left(p^2 + \omega_{\infty j}^2\right)$.

Cette procédure se répète jusqu'à extraction complète de tous les zéros de transmission, en reprenant l'expression de $Z_{r'}$:

$$Y_{r'} = \frac{1}{Y_Z} - \frac{C_2 p}{1 + \frac{p^2}{\omega^2_{\infty j}}}$$

Calcul de la valeur de la résistance R_2

Le calcul de la résistance R_2 est réalisé en fonction de la valeur de l'atténuation du filtre à la fréquence nulle. Si on considère un générateur de résistance de sortie R_1, qui délivre une puissance à une résistance R_2, la puissance fournie à la résistance R_2 vaut :

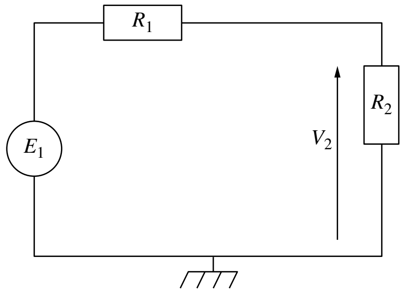


Figure 13.32

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{R_2 E_1^2}{\left(R_1 + R_2\right)^2}$$

La puissance maximale fournie, qui correspond à un transfert total de la puissance fournie par le générateur, est obtenue pour $R_1 = R_2$:

$$P_{\max} = \frac{E_1^2}{4R_1}$$

L'atténuation $A_{\max}$ du filtre est égale à la différence en dB entre la puissance fournie à la résistance R_2 et la puissance maximale que l'on pourrait fournir. Ainsi, nous pouvons écrire :

$$A_{\max} = 10\log_{10}\left[\frac{P_{\max}}{P_2}\right] = 10\log_{10}\left[\frac{\left(R_1 + R_2\right)^2}{4R_1 R_2}\right]$$

Dans le cas où le module de la fonction de transfert vaut 0 dB à la fréquence nulle, cela signifie que toute la puissance fournie par le générateur est délivrée à la résistance R_2. Ceci implique donc que $R_1 = R_2$: c'est le cas pour les filtres de Butterworth, les filtres de Tchebychev inverses, les filtres de Tchebychev impairs et les filtres de Cauer impairs.

Par contre, lorsque le module de la fonction de transfert vaut $A_{\max}$ dB à la fréquence nulle, la résistance R_2 vaut alors, en notant $\alpha = 10^{A\max/10}$:

$$R_2 = (2\alpha - 1) \pm \sqrt{(1 - 2\alpha)^2 - 1}$$

Dans cette relation, le signe + est utilisé pour les structures en T et le signe – pour celles en pi, donc nous avons les deux relations :

$$R_{2T} = (2\alpha - 1) + \sqrt{(1 - 2\alpha)^2 - 1}$$

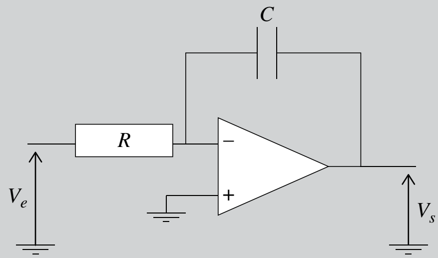
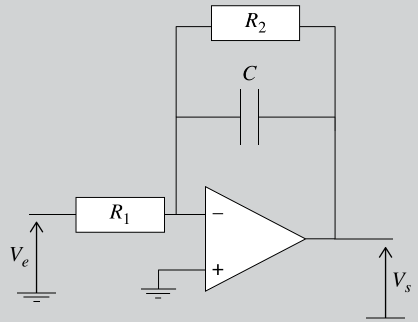
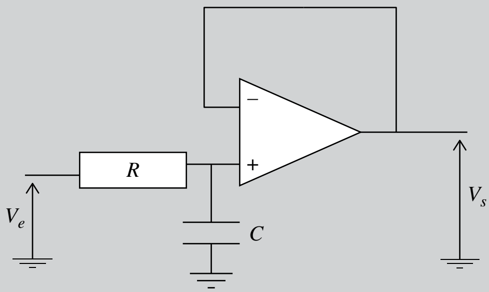
$$R_{2PI} = (2\alpha - 1) - \sqrt{(1 - 2\alpha)^2 - 1}$$

13.3 Filtres actifs

Les filtres actifs sont généralement réalisés à l'aide d'un amplificateur opérationnel.

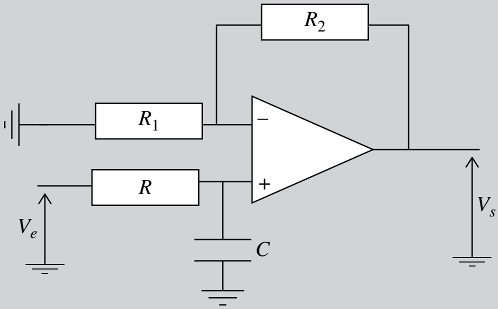
13.3.1 Filtres actifs passe-bas, passe-haut, passe-tout et intégrateurs du premier ordre en tension

Tableau 13.11

Intégrateur $T(j\omega) = -\dfrac{1}{j\dfrac{\omega}{\omega_C}}$	 $T(j\omega) = -\dfrac{1}{jRC\omega} \Rightarrow \omega_C = \dfrac{1}{RC}$
Passe-bas inverseur $T(j\omega) = K\dfrac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_C}}$	 $T(j\omega) = -\dfrac{R_2}{R_1}\dfrac{1}{1+jR_2C\omega} \Rightarrow \omega_C = \dfrac{1}{R_2C}, K = -\dfrac{R_2}{R_1}$
Passe-bas non inverseur $T(j\omega) = \dfrac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_C}}$	 $T(j\omega) = \dfrac{1}{1+jRC\omega} \Rightarrow \omega_C = \dfrac{1}{RC}$

Passe-bas non inverseur avec gain

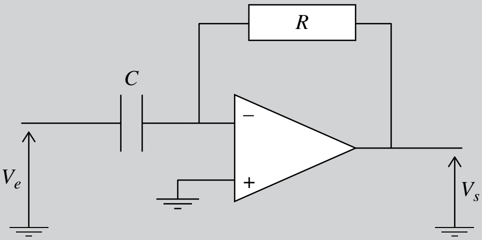
$$T(j\omega) = K\cdot\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_C}}$$



$$T(j\omega)=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\frac{1}{1+jRC\omega} \Rightarrow \omega_C=\frac{1}{RC}, K=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Dérivateur

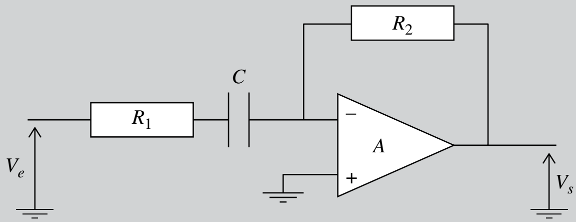
$$T(j\omega) = -j\frac{\omega}{\omega_C}$$



$$T(j\omega) = -jRC\omega \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{RC}$$

Passe-haut inverseur

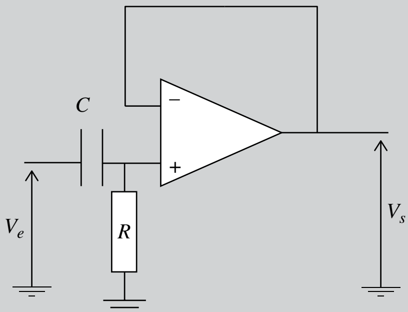
$$T(j\omega) = K\frac{j\frac{\omega}{\omega_C}}{1+j\frac{\omega}{\omega_C}}$$



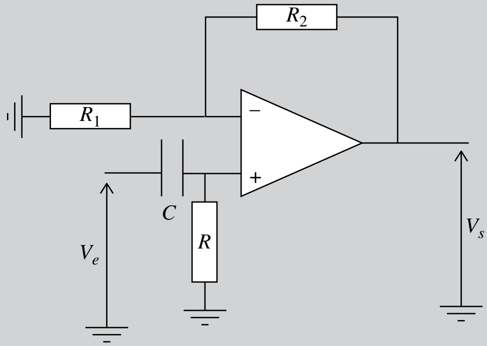
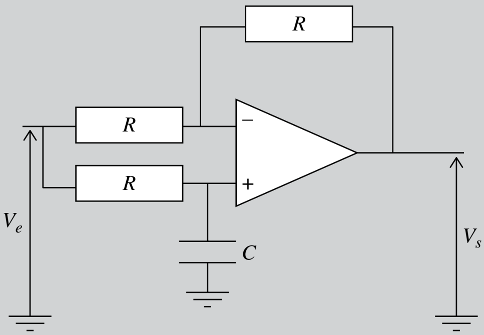
$$T(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{jR_1C\omega}{1+jR_1C\omega} \Rightarrow \omega_C = \frac{1}{R_1C}, K=-\frac{R_2}{R_1}$$

Passe-haut non inverseur

$$T(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_C}}{1+j\frac{\omega}{\omega_C}}$$



$$T(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega} \Rightarrow \omega_C = \frac{1}{RC}$$

Passe-haut non inverseur avec gain $$T(j\omega)=K.\frac{j\frac{\omega}{\omega_C}}{1+j\frac{\omega}{\omega_C}}$$	 $$T(j\omega)=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right).\frac{jRC\omega}{1+jRC\omega}\Rightarrow\omega_C=\frac{1}{RC},K=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$
Filtre passe-tout $$T(j\omega)=\frac{1-j\frac{\omega}{\omega_C}}{1+j\frac{\omega}{\omega_C}}$$	 $$T(j\omega)=\frac{1-jRC\omega}{1+jRC\omega}\Rightarrow\omega_C=\frac{1}{RC}$$

13.3.2 Cellules filtrantes du second ordre : cellule de Rauch

La cellule de Rauch est une cellule de second ordre qui permet de réaliser des filtres passe-haut, passe-bas ou passe-bande en fonction du type et du placement des composants : résistance ou condensateur.

Cette cellule est une cellule inverseuse. Elle permet la réalisation de cellules présentant un facteur de qualité moyen, jusqu'à environ 20.

La fonction de transfert, pour des raisons de simplification, est exprimée à l'aide des admittances des composants.

$$\frac{V_s}{V_e}=-\frac{Y1.Y3}{Y3.Y4+Y5(Y1+Y2+Y3+Y4)}$$

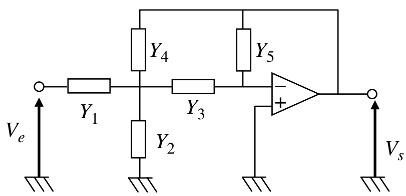
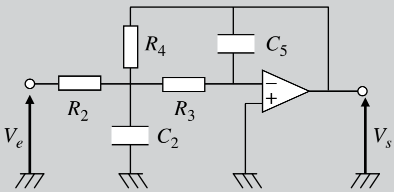
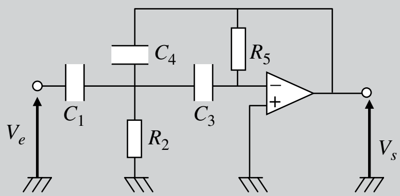
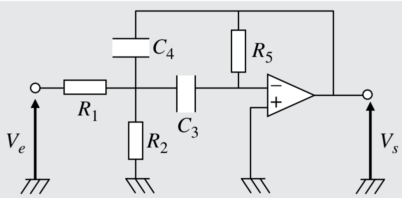


Figure 13.33

Le tableau 13.12 donne les trois configurations possibles.

Tableau 13.12

Passe-bas $T(j\omega) = -\dfrac{1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0}j\omega + 1}$	
 $T(j\omega) = -\dfrac{1}{R_3R_1C_2C_5(j\omega)^2 + C_5\left(R_1+R_3+\dfrac{R_1R_3}{R_4}\right)j\omega + \dfrac{R_1}{R_4}}$	Simplification : Avec $R_1 = R_2 = R_3 = R$: $T(j\omega) = -\dfrac{1}{R^2C_2C_5(j\omega)^2 + 3RC_5j\omega + 1}$ $\Rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{R\sqrt{C_2C_5}}$ et $m = \dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{C_5}{C_2}}$
Passe-haut $T(j\omega) = -\dfrac{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0}j\omega + 1}$	
 $T(j\omega) = -\dfrac{R_5R_2C_1C_3(j\omega)^2}{R_5R_2C_3C_4(j\omega)^2 + R_2(C_1+C_3+C_4)j\omega + 1}$	Simplification : Avec $C_1 = C_3 = C_4 = C$: $T(j\omega) = -\dfrac{R_2R_5(j\omega)^2}{R_2R_5C^2(j\omega)^2 + 3R_2Cj\omega + 1}$ $\Rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{C\sqrt{R_2R_5}}$ et $m = \dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{R_2}{R_5}}$
Passe-bande $T(j\omega) = K\cdot\dfrac{\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0}j\omega + 1}$	
 $T(j\omega) = -\dfrac{\dfrac{C_3}{R_1}j\omega}{C_3C_4(j\omega)^2 + \dfrac{1}{R_5}(C_3+C_4)j\omega + \dfrac{1}{R_5}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)}$	Simplification : Avec $C_3 = C_4 = C$: $T(j\omega) = -\dfrac{R_5}{2R_1}\dfrac{2C\left(\dfrac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}\right)j\omega}{R_5\left(\dfrac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}\right)C^2(j\omega)^2 + 2C\left(\dfrac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}\right)j\omega + 1}$ $\Rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{C}\sqrt{\dfrac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2\cdot R_5}}$, $m = \dfrac{1}{C}\sqrt{\dfrac{R_1\cdot R_2}{(R_1+R_2)R_5}}$ et $K = -\dfrac{R_5}{2R_1}$

13.3.3 Cellules filtrantes du second ordre : cellule de Sallen-Key

La cellule de Sallen-Kay est une cellule de second ordre qui permet de réaliser des filtres passe-haut, passe-bas ou passe-bande en fonction du type et du placement des composants : résistance ou condensateur.

Cette cellule est une cellule non inverseuse, avec un gain donné par les résistances R_a et R_b placés en contre-réaction. Elle permet la réalisation de cellules présentant un facteur de qualité moyen, jusqu'à environ 20.

La fonction de transfert, pour des raisons de simplification, est exprimée à l'aide des admittances des composants.

$$\frac{V_S}{V_e} = -\frac{A \cdot Y1 \cdot Y3}{(Y1+Y2)\cdot(Y3+Y4)+Y3(Y4-AY2)}$$

$$A = 1+\frac{R_b}{R_a}$$

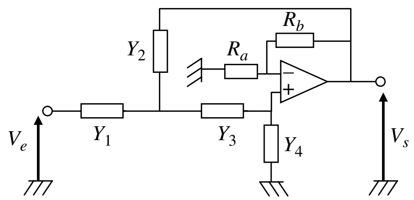
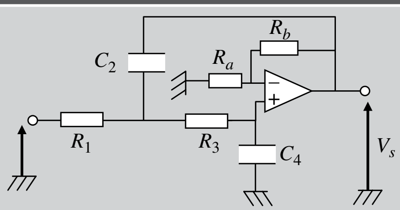


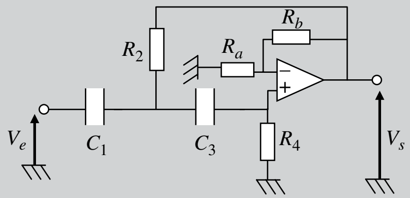
Figure 13.34

Le tableau 13.3 donne les quatre configurations possibles.

Tableau 13.13

Passe-bas $T(j\omega) = K \cdot \dfrac{1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0} j\omega + 1}$	
 $T(j\omega) = A.\dfrac{1}{R_1R_3C_2C_4(j\omega)^2 + \left[(R_1+R_3)C_4 + R_1(1-A)C_2\right]j\omega + 1}$ $A = 1+\dfrac{R_b}{R_a}$	Simplification : Avec $R_1 = R_3 = R$ et $C_2 = C_4 = C$: $T(j\omega) = A \cdot \dfrac{1}{R^2C^2(j\omega)^2 + (3-A)RCj\omega + 1}$ $\Rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{RC}, \quad m = \dfrac{3-A}{2} = 1 - \dfrac{R_b}{2R_a}$ et $K = A = 1+\dfrac{R_b}{R_a}$

$$\textbf{Passe-haut } T(j\omega) = K \cdot \frac{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0} j\omega + 1}$$



$$T(j\omega) = A.\frac{R_2R_4C_1C_3(j\omega)^2}{R_2R_4C_1C_3(j\omega)^2 + \left[(C_1+C_3)R_2 + R_4(1-A)C_3\right]j\omega + 1}$$

$$A = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

Simplification :

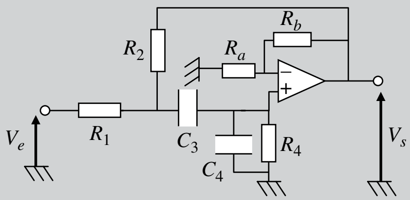
Avec $R_2 = R_4 = R$ et $C_1 = C_3 = C$:

$$T(j\omega) = A.\frac{R^2C^2(j\omega)^2}{R^2C^2(j\omega)^2 + (3-A)RCj\omega + 1}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC},\quad m = \frac{3-A}{2} = 1 - \frac{R_b}{2R_a}$$

$$\text{et } K = A = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

$$\textbf{Passe-bande } T(j\omega) = K.\frac{\dfrac{2m}{\omega_0} j\omega}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0} j\omega + 1}$$



$$T(j\omega) = A\frac{\dfrac{C_3}{R_1}j\omega}{C_3C_4(j\omega)^2 + \left[(C_1+C_3)\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right) + \left(\dfrac{1}{R_4}-\dfrac{A}{R_2}\right)C_3\right]j\omega + \dfrac{1}{R_4}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)}$$

$$A = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

Simplification :

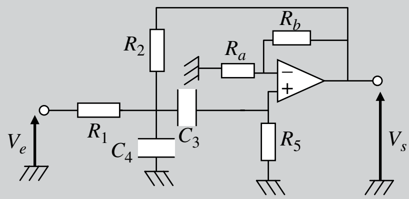
Avec : $R_1 = R_2 = R$ et $C_3 = C_4 = C$

$$T(j\omega) = \frac{A}{5-A}\,\frac{\dfrac{(5-A)}{2}RCj\omega}{\dfrac{R^2C^2}{2}(j\omega)^2 + \dfrac{(5-A)}{2}RCj\omega + 1}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC},\quad m = \frac{5-A}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(4 - \frac{R_b}{R_a}\right)$$

$$\text{et } K = \frac{A}{5-A} = \frac{R_a+R_b}{4R_a-R_b}$$

Passe-bande : variante de la cellule de Sallen-key $T(j\omega) = K \cdot \dfrac{\dfrac{2m}{\omega_0} j\omega}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{2m}{\omega_0} j\omega + 1}$



$$T(j\omega) = A\frac{\dfrac{C_3}{R_1} j\omega}{C_3C_4(j\omega)^2 + \left[(C_1+C_3)\dfrac{1}{R_5} + \left(\dfrac{1}{R_4} + \dfrac{1-A}{R_2}\right)C_3\right] j\omega + \dfrac{1}{R_5}\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)}$$

$$A = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

Simplification :

Avec : $R_1 = R_2 = \dfrac{R_5}{2} = R$ et $C_3 = C_4 = C$

$$T(j\omega) = \frac{A}{(3-A)} \cdot \frac{(3-A)RCj\omega}{R^2C^2(j\omega)^2 + (3-A)RCj\omega + 1}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC},\quad m = 3 - A$$

$$\text{et } K = \frac{A}{3-A} = \frac{R_a + R_b}{2R_a - R_b}$$

13.3.4 Cellule KHN : Kerwin-Huelsman-Newcomb

Cette structure de filtre a la particularité de présenter trois sorties qui sont respectivement une sortie passe-haut (V_1) du second ordre, passe-bande (V_2) et passe-bas (V_3) du second ordre. L'ajout d'un additionneur/soustracteur en sortie de la cellule permet de générer n'importe quelle fonction de transfert du second ordre.

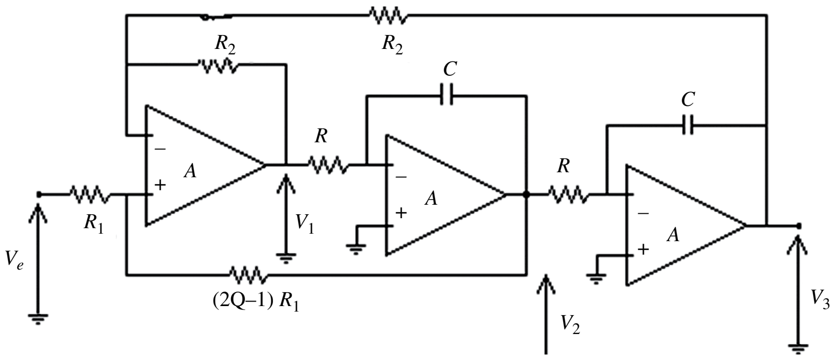


Figure 13.35

Les équations de ce circuit sont les suivantes :

- Sortie passe-haut : V_1

$$T(j\omega) = \frac{V_1}{V_e} = \frac{2Q-1}{Q} \frac{(jRC\omega)^2}{(jRC\omega)^2 + \dfrac{RC}{Q} j\omega + 1}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ et } m = \frac{1}{2Q}$$

► Sortie passe-bande : V_2

$$T(j\omega)=\frac{V_2}{V_e}=-(2Q-1)\frac{\frac{RC}{Q}j\omega}{(jRC\omega)^2+\frac{RC}{Q}j\omega+1}$$

$$\Rightarrow \omega_0=\frac{1}{RC}\ \text{ et } m=\frac{1}{2Q}$$

► Sortie passe-bas : V_3

$$T(j\omega)=\frac{V_3}{V_e}=\frac{2Q-1}{Q}\frac{1}{(jRC\omega)^2+\frac{RC}{Q}j\omega+1}$$

$$\Rightarrow \omega_0=\frac{1}{RC}\ \text{ et } m=\frac{1}{2Q}$$

En rajoutant un additionneur/soustracteur en sortie du filtre, nous pouvons combiner les sorties pour obtenir une fonction de transfert plus complexe.

Cette cellule a l'avantage de permettre le réglage du coefficient de qualité et donc du gain de la cellule indépendamment de R, de R_1 et de R_2.

13.3.5 Cellule de Tow-Thomas

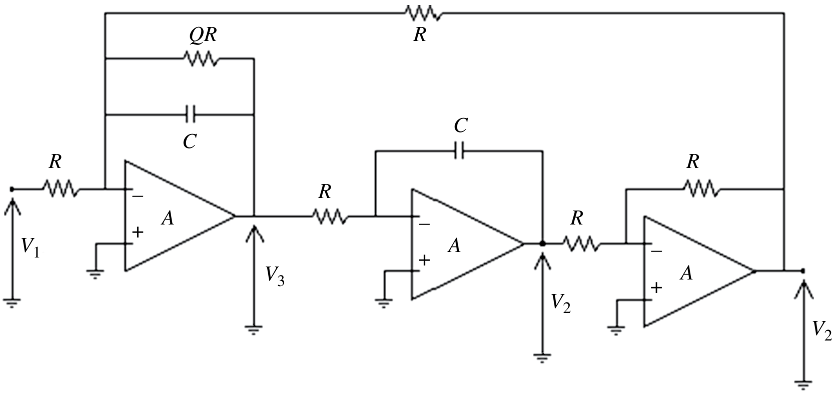


Figure 13.36

Cette cellule permet la réalisation d'une fonction de transfert passe bas, inversée ou non entre V_e et V_2 ($-V_2$) et passe-bande entre V_e et V_1

► Sortie passe-bande : V_1

$$T(j\omega)=\frac{V_1}{V_e}=-Q\frac{\frac{RC}{Q}j\omega}{(jRC\omega)^2+\frac{RC}{Q}j\omega+1}$$

$$\Rightarrow \omega_0=\frac{1}{RC}\ \text{ et } m=\frac{1}{2Q}$$

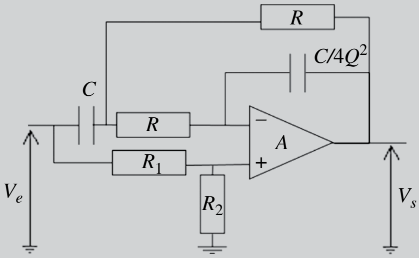
► Sortie passe-bas : V_2

$$T(j\omega)=\frac{V_2}{V_e}=-\frac{1}{(jRC\omega)^2+\dfrac{RC}{Q}j\omega+1}$$

$$\Rightarrow \omega_0=\frac{1}{RC} \text{ et } m=\frac{1}{2Q}$$

13.3.6 Cellule passe-tout du second ordre

Tableau 13.14

passe-tout	
$T(j\omega)=K\cdot\dfrac{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2+\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega+1}{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2+\dfrac{2m}{\omega_0}j\omega+1}$	 $T(j\omega)=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\dfrac{(jRC\omega)^2-\dfrac{RC}{Q}j\omega+1}{(jRC\omega)^2+\dfrac{RC}{Q}j\omega+1}$ $\Rightarrow \omega_0=\dfrac{1}{RC},\ m=\dfrac{1}{2Q}$

14 Oscillateurs

La fonction oscillateur, fonction importante en radiocommunication, peut se traiter aussi simplement que les amplificateurs. Comme pour les amplificateurs à contre-réaction, les résultats essentiels résultent du calcul de la fonction de transfert. Un tel calcul est similaire à ce que l'on peut rencontrer lors du calcul d'un filtre en échelle. La connaissance de la fréquence d'oscillation, de la condition d'oscillation et de la stabilité résulte du calcul de cette fonction de transfert.

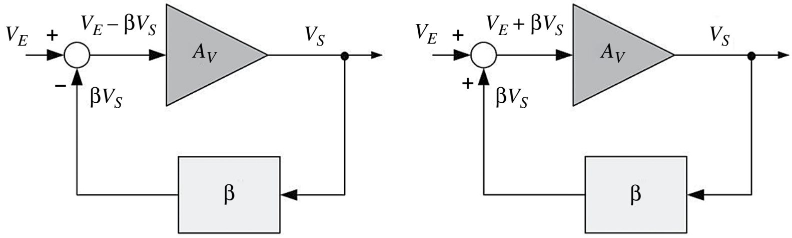
Les oscillateurs en basse fréquence sont, en général, bâtis autour d'amplificateurs opérationnels ayant un grand gain. Le réseau de réaction est exclusivement composé de résistances et de condensateurs et ne comporte pas de self.

Les oscillateurs en basse fréquence couvrent une vaste plage de fréquence, de quelques fractions de Hz jusqu'à plusieurs dizaines de MHz. Lorsque la fréquence est supérieure à 10 MHz environ, on parle d'oscillateurs en radio fréquence ou haute fréquence.

14.1 Contre-réaction et réaction

Le schéma de la figure 14.1 représente les synoptiques conventionnels d'un amplificateur avec un réseau soit de contre-réaction soit de réaction.

Si la fraction de la tension de sortie, ramenée à l'entrée, est en opposition de phase avec la tension d'entrée, on parle de contre-réaction. Les équations qui résultent de cette soustraction en entrée modélisent le comportement des amplificateurs. Si la fraction de la tension de sortie, ramenée à l'entrée, est en phase avec la tension d'entrée, on parle de réaction, on se situe dans le cas des oscillateurs.



$$\frac{V_S}{V_E} = \frac{A_V}{1 + \beta A_V}$$

amplificateur avec contre réaction

$$\frac{V_S}{V_E} = \frac{A_V}{1 - \beta A_V}$$

oscillateur

Figure 14.1 Amplificateur avec contre réaction

Dans le cas des oscillateurs, l'équation du système s'écrit avec la relation (14.1)

$$\frac{V_S(p)}{V_E(p)} = \frac{A_V(p)}{1-\beta(p)A_V(p)} \tag{14.1}$$

On cherche alors la condition pour laquelle le dénominateur de l'équation (14.1) peut s'annuler. Ce dénominateur, étant une grandeur complexe, il n'y a pas une, mais deux conditions à remplir. La première est que la partie imaginaire puisse s'annuler et la seconde est que la partie réelle soit nulle.

$$\left|1-\beta(p)A_V(p)\right| = 0 \tag{14.2}$$

$$Arg\left(\beta(p)A_V(p)\right) = Arg\beta(p) + ArgA_V(p) = 0 \tag{14.3}$$

La relation (14.2) est connue comme la relation de Barkhausen. Si le dénominateur de la relation (14.1) est nul, un signal existe en sortie quelle que soit la tension d'entrée.

Si le gain A_V de l'amplificateur est positif, amplificateur non inverseur, un étage à transistor monté en collecteur commun par exemple, l'oscillation est assurée si le déphasage procuré par le réseau de réaction est un multiple de 2π.

Si le gain de l'amplificateur est négatif, amplificateur inverseur, un étage à transistor monté en émetteur commun, l'oscillation est assurée lorsque le déphasage procuré par le réseau de réaction est un multiple de π.

La stabilité de l'oscillateur est la pente, ou la dérivée, de la phase par rapport à la pulsation, à la fréquence de coupure, représentée à la figure 14.2. Si le gain est indépendant de la fréquence, seul le quadripôle est responsable de la rotation de phase. La stabilité donnée en (14.5) se calcule en cherchant la dérivée de la phase de la fonction de transfert complexe, $\beta(j\omega)$ qui peut toujours s'écrire sous la forme (14.4).

$$\beta(j\omega) = \frac{Z(\omega)}{X(\omega) + jY(\omega)} \tag{14.4}$$

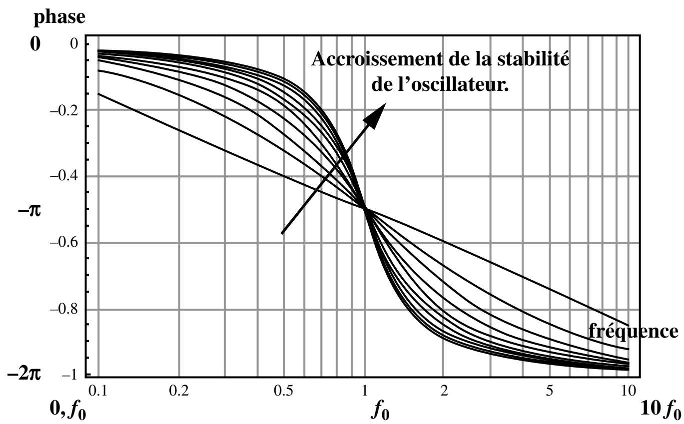


Figure 14.2 Déphasage du réseau en fonction de la fréquence

$$\phi(\omega) = Arg\beta(j\omega) = -\arctan\frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \tag{14.5}$$

$$\tau(\omega)\big|_{\omega=\omega_0} = \left.\frac{\mathrm{d}\phi(\omega)}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{X(\omega)}\frac{\mathrm{d}Y(\omega)}{d\omega} \tag{14.6}$$

À la fréquence d'oscillation, plus la pente est importante, meilleure est la stabilité de l'oscillateur. Le schéma de la figure 14.2 représente différentes courbes de phase ayant des pentes différentes. Pour chacune de ces courbes, le déphasage vaut $-\pi$ à la fréquence d'oscillation f_0.

14.1.1 Procédure de calcul

Cette procédure de calcul s'applique à tous les types d'oscillateurs et le calcul peut toujours être mené à bien quelle que soit la topologie du circuit.

- Étape 1 : mettre la fonction de transfert en boucle ouverte sous la forme (14.4).
- Étape 2 : calculer la fréquence d'oscillation en annulant la partie imaginaire.
- Étape 3 : calculer la condition d'oscillation pour que le gain, à la fréquence d'oscillation, soit supérieur à 1.
- Étape 4 : calculer la stabilité de l'oscillateur (14.5)

14.1.2 Distorsion dans les oscillateurs

Pendant la période de démarrage de l'oscillateur, si la condition d'oscillation est satisfaite, la tension de sortie croit de manière exponentielle. En l'absence de mécanisme de régulation, l'amplitude de la tension de sortie est limitée seulement par la tension d'alimentation et les conditions de saturation des étages de sortie. Si la tension de sortie a l'allure d'une sinusoïde écrêtée de manière symétrique, seules les harmoniques de rang impair sont présentes. D'autres non linéarités engendrent des harmoniques de rang pair. Sans mécanisme de régulation d'amplitude, la présence d'harmoniques, donc de distorsion, est alors inévitable.

Il existe deux procédés pour réduire le niveau des harmoniques. La première solution consiste à écrêter doucement le signal pour éviter la saturation. Ceci signifie que l'on peut opter pour une fonction de transfert non linéaire des amplificateurs. Une fonction de transfert logarithmique est un bon exemple de fonction non linéaire. La seconde solution consiste à réaliser un asservissement de la tension de sortie.

En basse fréquence, oscillateurs réalisés autour d'amplificateurs opérationnels, on peut envisager la présence de circuits de régulation de l'amplitude qui permettent de rejeter les harmoniques à 80 dB du fondamental, ce qui correspond à une distorsion de 0,01 %.

Si on prend en compte seulement le fondamental et le premier harmonique, la distorsion peut être évaluée par la relation (14.6).

$$d(\%) = 10^{\frac{40-R(\mathrm{dB})}{20}} \tag{14.6}$$

Dans cette relation d est la distorsion est exprimée en % et R est la différence de niveau entre le fondamental et les harmoniques.

En haute fréquence, les oscillateurs sont réalisés autour d'un ou plusieurs transistors RF et les mécanismes de régulation sont extrêmement rares car difficiles à réaliser. Les harmoniques pairs et impairs sont toujours présents et rejetés souvent à seulement –20 dB du fondamental.

14.2 Oscillateurs en basse fréquence

L'oscillateur à pont de Wien, dont le schéma est donné à la figure 14.3, est idéal pour sa simplicité et la facilité de sa démonstration mathématique. Pour ces raisons, il est incontournable mais son emploi reste des plus limité. La fréquence, fixée par les éléments passifs le constituant, est difficilement programmable ou modifiable. La figure 14.3 représente l'oscillateur en boucle ouverte mais, dans la réalisation concrète, l'entrée et la sortie sont court-circuités.

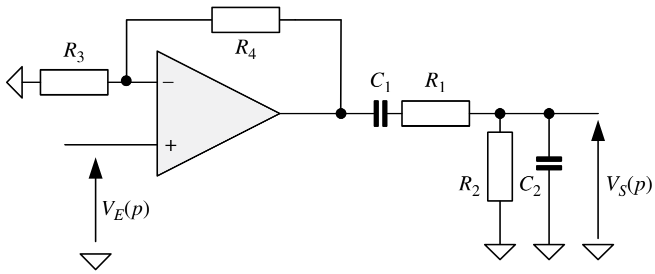


Figure 14.3 Oscillateur à pont de Wien

À partir du schéma de la figure 14.3, on peut écrire la fonction de transfert :

$$\frac{V_S(p)}{V_E(p)} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \frac{R_2 C_1 p}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1)p + 1}$$

$$\frac{V_S(\omega)}{V_E(\omega)} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \frac{R_2 C_1 \omega}{(R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1)\omega + j(1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2)}$$

La pulsation d'oscillation est calculée lorsque le quotient : $\frac{V_S(\omega)}{V_E(\omega)}$ est réel.

$$1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega_0^2 = 0 \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Pour que le circuit puisse osciller ce gain doit être supérieur ou égal à 1.

$$\frac{V_S(\omega_0)}{V_E(\omega_0)} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \frac{R_2 C_1}{(R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1} \geq 1$$

La stabilité est calculée en fonction des éléments du circuit.

$$X(\omega) = 1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 \qquad \mathrm{Y}(\omega) = \left(R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1\right)\omega$$

$$\left.\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = -2 \frac{R_1 R_2 C_1 C_2}{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1}$$

La fréquence d'oscillation est donnée par les éléments *R* et *C* du filtre. Pour que le circuit puisse osciller le gain de l'étage à amplificateur opérationnel doit être supérieur ou égal à 3 si les condensateurs et les résistances du pont ont la même valeur. La stabilité a la dimension d'un temps puisqu'il s'agit du temps de propagation de groupe du filtre à la fréquence de coupure.

Le SlewRate est lié à la fréquence maximale d'utilisation par la relation (14.7)

$$f_{\max}[MHz] = \frac{SR[V/\mu s]}{2\pi E[V]} \tag{14.7}$$

Dans la relation (14.7), *E* est l'amplitude maximale du signal de sortie exprimé en volts et *SR* est la valeur du Slew-Rate exprimée en volts par microseconde.

Si l'on souhaite qu'un oscillateur délivre un signal à la fréquence de 100 kHz avec une amplitude de 10 V crête. Le Slew-Rate de l'amplificateur opérationnel doit alors être supérieur à 6,3 V/µs. Si le SlewRate de l'amplificateur utilisé n'est pas suffisant, la fréquence d'oscillation sera inférieure à la fréquence théorique donnée par les composants *R* et *C*.

On constate que la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel est saturée. Elle n'est donc limitée que par la tension d'alimentation et la tension de saturation des étages de sortie. *A contrario*, la tension sur l'entrée non inverseuse de l'amplificateur, n'est pas saturée. Sur la sortie de l'AOP le taux de distorsion vaut environ 18 % et 15 % sur l'entrée non inverseuse. Pour les deux tensions de sortie, la nature du spectre est identique, la raie fondamentale est accompagnée des harmoniques de rangs impairs uniquement.

Cette distorsion peut paraître importante et on cherche un moyen de la réduire. Une solution envisageable est l'emploi d'une boucle de régulation comme celle représentée au schéma de la figure 14.4.

L'idée de cet asservissement est de stabiliser l'amplitude de sortie à un niveau tel que le signal ne soit pas écrêté. Ceci revient aussi à dire que le rôle de l'asservissement consiste à cantonner le signal de sortie dans une zone de fonctionnement linéaire de l'amplificateur opérationnel. En absence d'écrêtage, les harmoniques d'ordre 3 disparaissent, la distorsion est éliminée et le but initial est atteint. Pour cela, il faut agir sur le gain de l'amplificateur, le réduire si la tension de sortie augmente et l'augmenter si la tension de sortie diminue. Il faut, en outre, s'assurer que le gain de l'amplificateur soit suffisant pour que le système oscille. Le signal est prélevé en sortie de l'oscillateur et le niveau du signal est mesuré classiquement par redressement et filtrage. Ceci revient à effectuer une conversion de l'amplitude vers une tension continue. Pour cette fonction une diode, associée à un circuit de filtrage, convient parfaitement.

Pour ajuster le gain de l'amplificateur, en fonction d'une tension de commande, on opte pour un transistor à effet de champ pour lequel la résistance R_{DS} sera utilisée en tant que résistance variable. La relation liant la résistance variable R_{DS} et la tension de commande V_{GS} est donnée par l'équation (14.8).

$$R_{DS} = \frac{R_0}{1 - \dfrac{V_{GS}}{V_{GSOFF}}} \tag{14.8}$$

Les paramètres R_0 et V_{GSOFF} sont des caractéristiques intrinsèques du transistor. Par exemple, pour un transistor BF245B, ces valeurs sont :

$$R_0 = 150\,\Omega \quad V_{GSOFF} = -2{,}6\,V$$

Si la tension de commande, tension gate-source, V_{GS} devient de plus en plus négative la résistance R_{DS} augmente. Le circuit de mesure de l'amplitude délivre une tension continue, proportionnelle à l'amplitude. Si cette tension de sortie augmente il faut que le gain diminue. Cette conclusion est employée pour placer judicieusement la résistance variable dans l'étage amplificateur.

À la sortie de l'AOP le taux de distorsion vaut désormais 0,15 %.

Le filtre de l'asservissement R9 R11 C5 puis R2 C4 agit sur la précision de l'asservissement mais aussi sur le temps de stabilisation de la tension de contrôle VDC1 qui agit assez peu sur le temps de démarrage de l'oscillateur. Dans certaines applications ce temps de démarrage peut éventuellement être un handicap.

Si l'on choisit le produit gain bande et le Slewrate de l'amplificateur de manière correcte la fréquence obtenue par simulation est égale à la fréquence théorique.

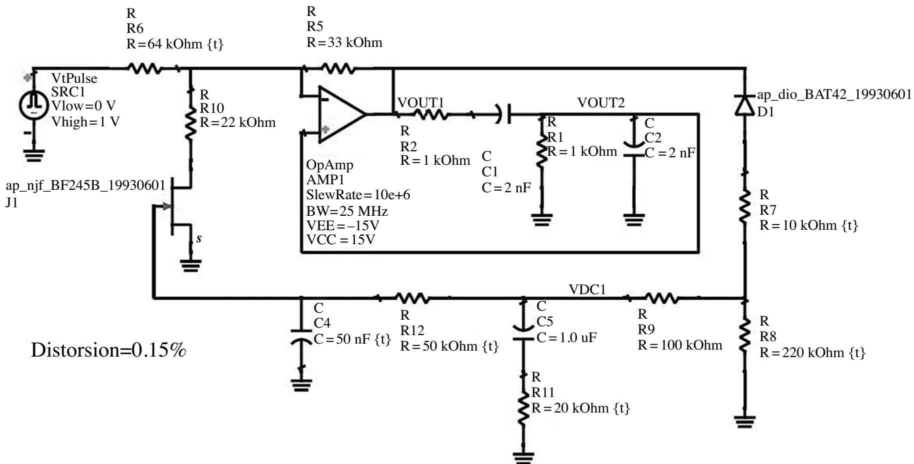


Figure 14.4 Schéma de simulation de l'oscillateur avec régulation de niveau

14.2.1 Oscillateur à déphasage

Le schéma de l'oscillateur à déphasage est représenté à la figure 14.5. La fréquence d'oscillation, la condition d'oscillation et la stabilité, relations (14.9) et (14.10), sont obtenus en appliquant la procédure de calcul, étapes 1 à 4.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6}RC} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC} \tag{14.9}$$

$$\frac{V_S(\omega_0)}{V_E(\omega_0)} = \frac{R}{R_2}\frac{1}{29} \geq 1 \qquad \left.\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = \frac{72}{29}RC \tag{14.10}$$

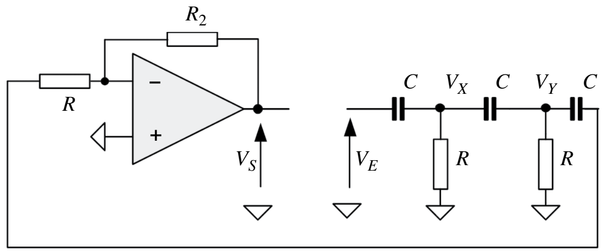


Figure 14.5 Schéma de principe de l'oscillateur à déphasage

Le gain de l'amplificateur opérationnel doit être fixé à une valeur supérieure à 29 pour que le système oscille.

La distorsion croit avec le gain. Pour un gain de 30 la distorsion n'est que de 0,22 % et atteint 10,2 % pour un gain de 100. La notion de gain doit être manipulée avec précautions, puisque l'amplificateur est saturé. Dans ces conditions, le rapport des tensions de sortie et d'entrée n'est plus égal au rapport théorique des résistances.

14.2.2 Autres types d'oscillateurs en BF

Il existe de nombreux autres types d'oscillateurs bâtis autour d'amplificateurs opérationnels qui comportent en général un ou deux intégrateurs ou déphaseurs réalisés autour de filtres dits passe-tout. La présence de deux intégrateurs permet de disposer de deux sorties en quadrature de phase. On peut aussi envisager une structure en T shunté. Le choix de l'une ou l'autre des structures sera guidé par le réglage éventuel, de la fréquence d'oscillation, de la condition d'oscillation, du nombre de sorties disponibles ou de la simplicité du montage.

La consommation globale de l'oscillateur est également un critère de décision.

14.2.3 Filtre et oscillateur à variable d'état

La figure 14.6 représente une cellule KHN avec deux bouclages supplémentaires entre la sortie du second amplificateur opérationnel et les deux entrées du premier amplificateur. La fonction de transfert en boucle ouverte est donnée par la relation (14.11).

$$\frac{V_S(p)}{V_E(p)} = -\frac{R_2R_3(R_4+R_5)}{R^2C^2R_1R_2p^2(R_4+R_5)+RCp(R_1R_2R_5+R_2R_3R_5-R_1R_3R_4)} \quad (14.11)$$

Pour que le système puisse osciller, il faut annuler le terme en p, au dénominateur de l'équation (14.11). Ceci donne la condition d'oscillation (14.12).

$$R_1R_2R_5+R_2R_3R_5-R_1R_3R_4=0 \quad (14.12)$$

On obtient alors la fonction de transfert en boucle ouverte et la fréquence d'oscillation.

$$\frac{V_S(p)}{V_E(p)} = -\frac{R_3}{R_1}\frac{1}{R^2C^2p^2} \qquad \omega_0 = \frac{1}{RC}\sqrt{\frac{R_3}{R_1}}$$

Le fonctionnement de cet oscillateur est finalement assez simple si l'on constate que les deux bouclages supplémentaires, par rapport à la cellule KHN initiale, ont pour rôle d'ajuster le taux de réaction pour atteindre la condition d'oscillation. Si les trois résistances R_1, R_2 et R_3 sont fixes, le pont diviseur constitué de R_4 et R_5 est ajusté pour atteindre la condition d'oscillation. Ceci revient, bien entendu, à ne saturer aucun des amplificateurs opérationnels.

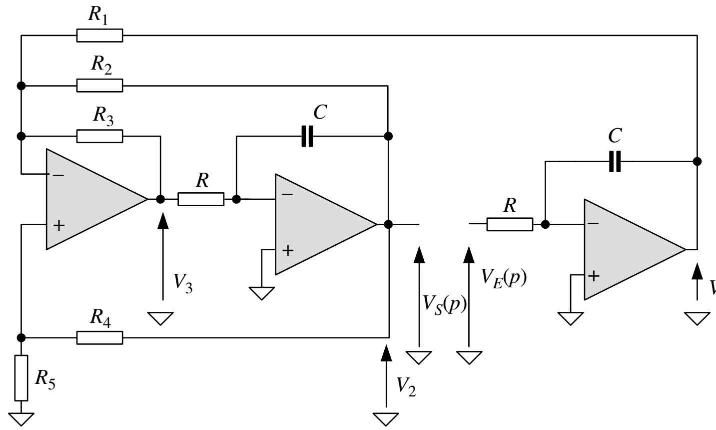


Figure 14.6 Schéma de principe d'un oscillateur à variable d'état

Le schéma de la figure 14.6 représente le schéma de simulation de l'oscillateur à variable d'état. Comme précédemment, les deux tensions V_{OUT1} et V_{OUT3} sont en opposition de phase et la tension V_{OUT2} est en quadrature avec les deux tensions précédentes.

Comme dans le cas de l'oscillateur à pont de Wien il faut envisager un asservissement de tension. Cet asservissement aura pour but de doser les taux de réaction et de contre-réaction de l'oscillateur en agissant sur la fraction de signal renvoyée sur l'entrée non inverseuse du premier amplificateur opérationnel.

En sortie du troisième amplificateur opérationnel, la tension de sortie est redressée et filtrée, la tension continue résultante est utilisée pour piloter un transistor à effet de champ utilisé en tant que résistance variable. Cette résistance variable agit sur la fraction de tension renvoyée à l'amplificateur.

14.2.4 Conclusion sur les oscillateurs à AOP, en basse fréquence

Pour ces oscillateurs, qui emploient un à quatre AOP, le changement ou la programmation de la fréquence d'oscillation ne sont pas simples. Dans le cas de l'oscillateur à pont de Wien ou des oscillateurs à variable d'état, on doit faire varier simultanément deux résistances. La fréquence d'oscillation, connue avec la précision sur les résistances et capacités, est sujette à des dérives dues à la température ou au temps.

Le taux de distorsion peut être réduit par la mise en œuvre de structures comprenant un mécanisme de régulation. Avec les configurations minimalistes, comportant un seul amplificateur, en absence de régulation ou stabilisation d'amplitude, le taux de distorsion est important et de l'ordre de quelques pourcents.

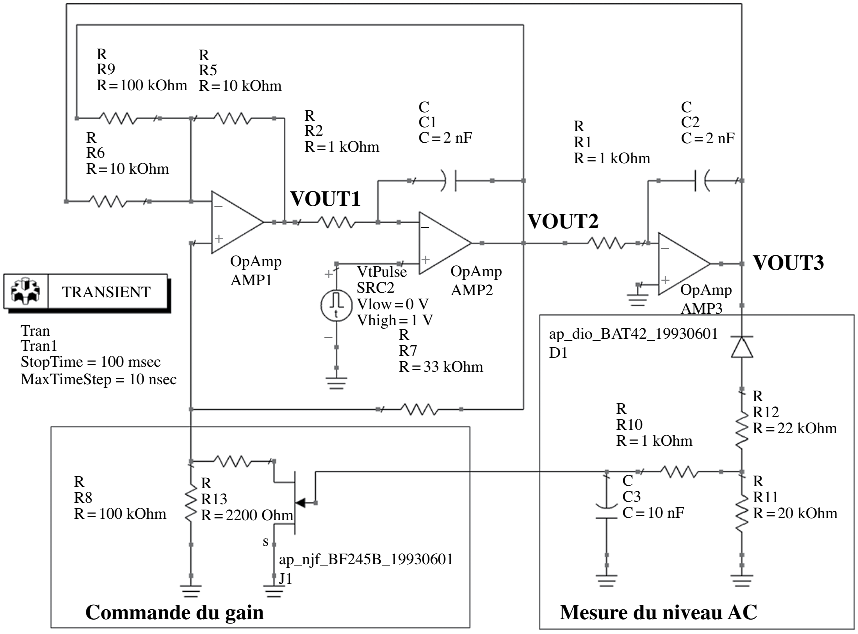


Figure 14.7 Résultats de simulation de l'oscillateur à variable d'état

Si l'oscillateur comporte au moins deux amplificateurs opérationnels, il existe au moins deux sorties délivrant deux porteuses en quadrature. Les oscillateurs en basse fréquence sont très rarement utilisés en tant que VCO.

Les oscillateurs en basse fréquence sont des sources de tension dont l'impédance de sortie est faible, chargés par des étages à forte impédance d'entrée, la valeur de la charge n'a pas ou peu d'influence sur la fréquence d'oscillation.

Dans le cas des applications embarquées on évitera l'usage d'alimentations symétriques – réservées, à chaque fois que cela est possible, à des phases de test et d'essais préliminaires. L'alimentation avec une et une seule source de tension doit être un objectif à privilégier.

En basse fréquence, il n'existe pas d'oscillateur idéal qui concilie facilité de programmation, faible nombre de composants, faible coût, faible taux de distorsion, faible temps de démarrage. Classiquement, le concepteur, après évaluation des différents paramètres, doit choisir une configuration qui résulte d'un compromis judicieux.

14.3 Oscillateurs en haute fréquence

En haute fréquence, l'amplificateur est, en général, bâti autour d'un ou deux transistors et le réseau destiné à la réaction constitué exclusivement de selfs et de condensateurs.

Le gain de l'amplificateur est assez peu élevé, en comparaison à ce qu'il peut être avec les amplificateurs opérationnels. En radiofréquence, les oscillateurs couvrent une vaste plage de fréquence, de quelques MHz à plusieurs dizaines de GHz.

En radiofréquence, l'implémentation des fonctions élémentaires obéit à des critères stricts et les oscillateurs n'échappent pas à ces règles. Quoi de plus normal que de préconiser l'emploi d'un plan de masse, de pistes imprimées les plus courtes ou de soin et découplage des alimentations. L'erreur, fréquemment commise, consiste à croire que seules ces règles pratiques sont gages de bonnes performances et qu'il ne s'agit que d'un savoir-faire, limité à l'application de ces quelques conseils pratiques. Pour un oscillateur radio fréquence, d'excellentes performances ne seront obtenues qu'en associant réussite des calculs théoriques et respect des règles d'implémentation matériel.

14.3.1 Bruit de phase

Le bruit de phase d'un oscillateur est un paramètre très important en radiocommunication et l'étude des oscillateurs ne peut être dissociée d'un examen de ce paramètre et de sa répercussion sur le fonctionnement d'une chaine d'émission ou de réception.

Si un oscillateur est parfait, sa tension de sortie s'écrit le plus simplement possible comme une fonction trigonométrique. Si l'oscillateur est réel, il peut être modélisé en ajoutant des variations, dues à des phénomènes aléatoires, sur la phase et sur l'amplitude, comme le montre la figure 14.8.

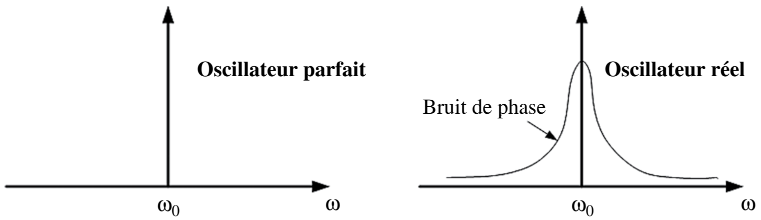


Figure 14.8 Représentation du bruit de phase d'un oscillateur

L'oscillateur réel, ne se résume pas à une et une seule raie à la fréquence d'oscillation mais à un spectre continu et symétrique autour de la fréquence d'oscillation.

Répercussions du bruit de phase

Les fluctuations autour de la fréquence centrale constituent le bruit de phase qui a une incidence sur le fonctionnement des récepteurs ou, plus généralement, des transpositions de fréquence réalisées avec un mélangeur et un oscillateur local.

À la figure 14.9, en présence de deux signaux d'entrée, dans la bande utile, on cherche à recevoir le signal ayant la fréquence la plus faible.

Les deux signaux d'entrée transposés sont entachés du bruit de phase de l'oscillateur local ayant servi à la transposition.

Le signal d'entrée indésirable est transposé vers la fréquence FI_2 et le signal souhaité vers la fréquence FI_1. Le spectre du bruit de phase est étalé autour de FI_2 et occupe une partie du canal autour de FI_1. Le rapport signal sur bruit dans le canal centré autour de FI_1 est donc dégradé par le bruit de phase qui s'est propagé dans le canal adjacent autour de FI_2.

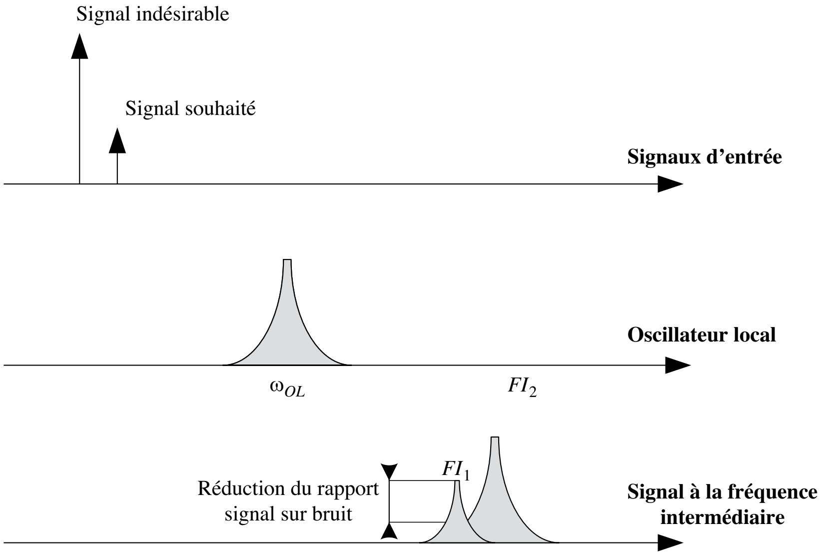


Figure 14.9 Représentation des signaux d'entrée transposés

Équation de Leeson

Le bruit de phase, exprimé en dBc/Hz, peut être calculé à partir de la formule empirique de Leeson donnée par la relation (14.13).

$$L(f_m) = 10\log\left[\frac{FkT}{2P_0}\left(1+\frac{f_c}{f_m}\right)\left(1+\left(\frac{f_0}{2Qf_m}\right)^2\right)\right] \qquad (14.13)$$

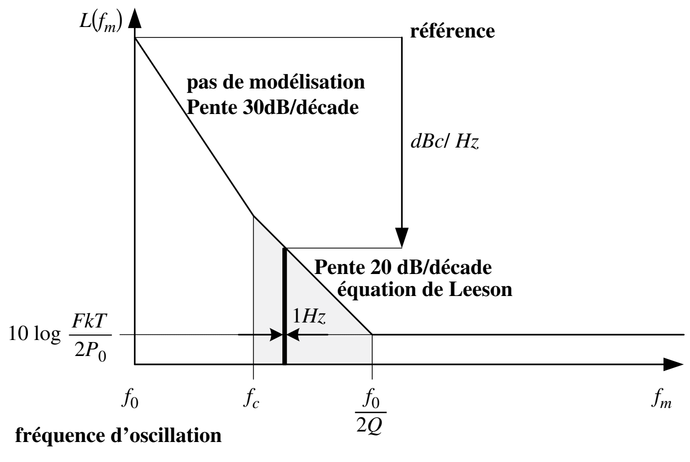


Figure 14.10 Définition des paramètres de la formule de Leeson

La figure 14.11 représente le bruit de phase de la bande latérale supérieure autour de la fréquence d'oscillation f_0. L'équation de Leeson s'applique pour les fréquences comprises entre f_C et $f_0/2Q$. Entre ces deux fréquences la pente est de 20 dB par décade. Entre f_0 et f_C la pente est de 30 dB par décade et, dans cette plage de fréquences, il n'existe pas de modélisation mathématique du phénomène.

Le bruit de phase $L(f_m)$ est exprimé en dBc/Hz. Ceci signifie que le niveau est relatif au niveau de la porteuse, carrier en anglais. Le niveau de référence est la puissance de la porteuse. Le bruit de phase est exprimé dans une bande de fréquence de 1 Hz.

$L(f_m)$	Bruit de phase	[dBc/Hz]
Q	Coefficient de surtension du circuit oscillant	[ ]
f_m	Fréquence à laquelle on cherche le bruit de phase	[Hz]
f_0	Fréquence d'oscillation	[Hz]
f_c	Fréquence de coupure pour le bruit en 1/*f*	[Hz]
P_0	Puissance de sortie de l'oscillateur	[W]
F	Facteur de bruit de l'élément actif	[ ]
k	Constante de Boltzman $1{,}38 \cdot 10^{-23}$	[J/K]
T	Température	[K]

Exploitation de la formule de Leeson

On doit chercher premièrement à maximiser le coefficient de surtension du circuit oscillant. Ceci a pour but de diminuer la fréquence à partir de laquelle le bruit de phase est constant $f_0/2Q$. Ceci revient à maximiser la stabilité de l'oscillateur et corrobore ce qui a été démontré lors de l'établissement de la fonction de transfert en boucle ouverte ou en boucle fermée des oscillateurs examinés tout au long de ce chapitre.

La deuxième recommandation est relative au facteur de bruit. L'élément actif responsable de l'amplification est choisi pour son facteur de bruit F, le plus faible possible.

Finalement, la puissance de sortie de l'oscillateur P_0 devra être aussi élevée que possible. Cette puissance est bien entendu fonction des caractéristiques de l'élément actif sélectionné avec le second critère. Il est assez probable que l'on ne puisse optimiser simultanément la puissance de sortie et le facteur de bruit.

FOM, *Figure of Merit*

Le facteur de mérite d'un oscillateur se calcule avec la relation suivante. Cette notion est intéressante car elle fait intervenir les performances pures de l'oscillateur en termes de bruit de phase et la puissance consommée pour arriver à ce résultat. Ce paramètre facilite la comparaison des oscillateurs entre eux.

$$F(dBF) = 20\log\frac{f_0}{f_m} - 10\log L(f_m) - 10\log(P_{DC})$$

Dans cette relation f_0 est la fréquence centrale, f_m est la distance à laquelle est mesuré le bruit de phase, $L(f_m)$ est le bruit de phase et P_{DC} la puissance consommée exprimée en mW. Pour des oscillateurs performants, les valeurs usuelles s'étendent de 180 à 220 dBF.

Oscillateur Colpitts

Cet oscillateur porte le nom de son inventeur Edwin Harry Colpitts (États-Unis, 1872-1949). Le schéma de principe de l'oscillateur Colpitts est représenté à la figure 14.11. La fonction de transfert en boucle ouverte est donnée en (14.16).

La condition qui permet d'annuler la partie complexe au dénominateur donne la fréquence d'oscillation (14.14). Pour cette fréquence d'oscillation, tout se passe comme si les deux condensateurs étaient connectés en série, puis l'ensemble en parallèle sur la self.

$$\frac{V_S(p)}{V_E(p)} = -G\frac{1}{LRC_1C_2p^3 + LC_2p^2 + (C_1+C_2)p + 1} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}}} \tag{14.14}$$

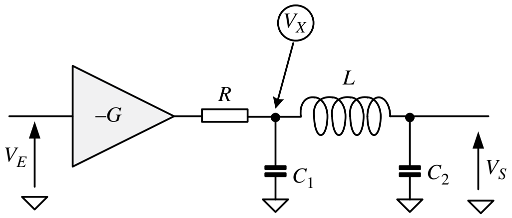


Figure 14.11 Schéma de principe de l'oscillateur Colpitts

Pour la condition d'oscillation, le gain, à la fréquence d'oscillation, doit être supérieur ou égal à 1. Le résultat est donné par la relation (14.15).

$$\frac{V_S(\omega_0)}{V_E(\omega_0)} = \frac{GC_1}{C_2} \geq 1 \tag{14.15}$$

On peut ensuite calculer la stabilité de l'oscillateur, relation (14.16), qui est directement proportionnelle à la résistance de sortie. Ceci implique que le circuit oscillant doit être le plus faiblement couplé possible à l'amplificateur pour maximiser la stabilité. Cet objectif est atteint en donnant à R la valeur la plus grande possible.

$$\left.\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = \frac{2RC_1(C_1+C_2)}{C_2} = 2RLC_1^2\omega_0^2 \tag{14.16}$$

Ce premier résultat important ne doit pas être utilisé comme une conclusion finale. La même analyse, en présence d'une charge, montre qu'un compromis doit être envisagé entre la stabilité, la condition d'oscillation et la puissance délivrée à la charge.

14.3.2 Oscillateur Colpitts avec circuit oscillant série

Fréquemment, on prête à cette configuration une réputation de stabilité. Pour cette seconde topologie de circuit, représentée au schéma de la figure 14.12, le calcul théorique est aussi simple que dans le cas de la self seule, sans condensateur en série.

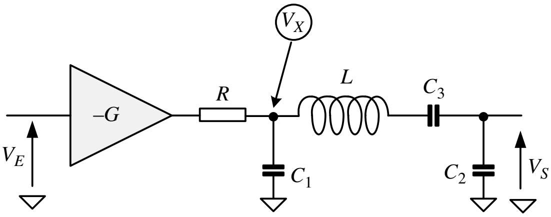


Figure 14.12 Oscillateur Colpitts avec circuit oscillant série

La fréquence d'oscillation est donnée par la relation (14.17). Cette fréquence diffère de la fréquence obtenue en (14.14). Tout se passe comme si les trois condensateurs étaient mis en série aux bornes de la self.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{C_3}+\dfrac{1}{C_2}+\dfrac{1}{C_1}\right)}}} \qquad (14.17)$$

La condition d'oscillation est inchangée par rapport à ce qui a été démontré en (14.15).

L'intérêt de cette configuration se manifeste dans le cas où le condensateur C_3 est de très faible valeur par rapport aux deux autres condensateurs C_1 et C_2. La fréquence d'oscillation dépend alors essentiellement de C_3 et les deux autres condensateurs, C_1 et C_2, fixent la condition d'oscillation. La relation (14.18) donne la stabilité. On peut conclure, sans hésitation, que l'adjonction d'une capacité en série dans la self améliore la stabilité de l'oscillateur, à la condition expresse que cette capacité série soit de très faible valeur en regard des deux autres condensateurs.

$$\left.\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = 2RC_1\left(\frac{C_1+C_2}{C_2}+\frac{C_1}{C_3}\right) = 2RLC_1^2\omega_0^2 \qquad (14.18)$$

Plus la valeur du condensateur additionnel est faible, plus l'amélioration est importante. Ce qui revient, bien évidemment, à privilégier le coefficient de surtension série. L'amplificateur peut être réalisé avec un transistor monté en émetteur commun.

14.3.3 Oscillateur Clapp

La figure 14.13 représente l'oscillateur Clapp autour d'un amplificateur idéal et sa réalisation avec un transistor FET. L'amplificateur est non inverseur, de gain G voisin de 1, son impédance d'entrée est supposée infinie, son impédance de sortie est finie de valeur R.

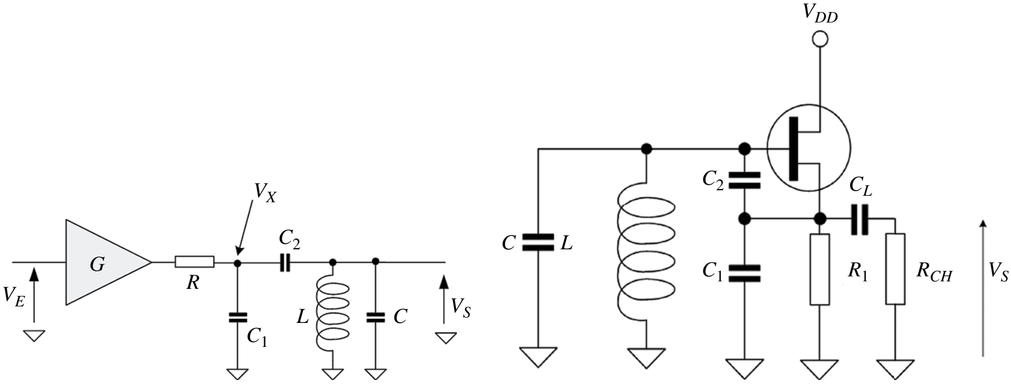


Figure 14.13 Oscillateur Clapp avec amplificateur parfait et circuit oscillant parallèle

La fréquence d'oscillation est donnée par la relation (14.19) et on constate que tout se passe comme si les deux condensateurs C_1 et C_2 étaient en série puis, l'ensemble en parallèle avec le condensateur C.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\left(C + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)}} \tag{14.19}$$

Le résultat le plus intéressant est donné par la relation (14.20) et il s'agit de la condition d'oscillation. Quelle que soit la valeur des deux condensateurs, le système oscille puisque la condition est, mathématiquement, toujours remplie. Dans l'exemple de la figure 14.14, lorsque le transistor est monté en drain commun pour un transistor à effet de champ ou en collecteur commun pour un transistor bipolaire, le gain en tension G, est très légèrement inférieur à 1. Les deux condensateurs C_1 et C_2 agissent uniquement sur la condition d'oscillation et l'ensemble des trois condensateurs sur la fréquence d'oscillation.

$$\frac{V_S(\omega_0)}{V_E(\omega_0)} = \frac{G(C_1 + C_2)}{C_2} \geq 1 \tag{14.20}$$

Il est important de noter que ces résultats sont obtenus dans le cas d'un amplificateur idéal ne comportant ni résistances, ni selfs, ni condensateurs parasites.

La relation (14.21) donne la stabilité de l'oscillateur, ce paramètre augmente avec la résistance de sortie de l'étage amplificateur R et décroit avec la fréquence. Classiquement, le circuit résonnant ne doit pas être chargé du côté de la source.

$$\left.\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = 2RC\left(\frac{C_1 + C_2}{C_2}\right)\left(C + C_1 + \frac{CC_1}{C_2}\right) \tag{14.21}$$

Le condensateur C_2 doit être de plus faible valeur et ceci permet d'optimiser simultanément la condition d'oscillation et la stabilité.

Cet oscillateur est un des plus utilisé mais le schéma élémentaire 14.14 est perfectible.

14.3.4 Oscillateur Clapp, circuit résonnant série

Le schéma de la figure 14.14 représente l'oscillateur Clapp autour d'un amplificateur idéal. L'amplificateur est non inverseur de gain G et son impédance d'entrée est supposée infinie. Le circuit oscillant est en série et ceci constitue la seule différence avec le schéma de la figure 14.3.

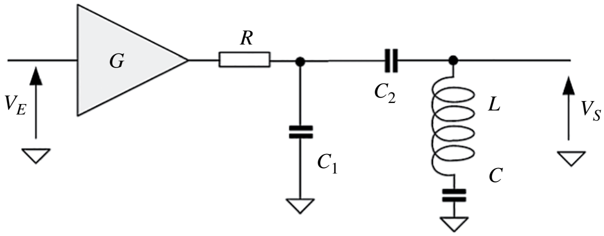


Figure 14.14 Oscillateur Clapp avec amplificateur parfait et circuit oscillant série

La fréquence d'oscillation est donnée par la relation (14.22) et on constate que tout se passe comme si les trois condensateurs étaient en série ; ceci constitue la principale différence avec le cas précédent.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L}\left(\frac{1}{C}+\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)} \qquad (14.22)$$

La condition d'oscillation est identique à celle trouvée en (14.20) et les mêmes remarques s'appliquent. Si le gain est voisin de 1, quelles que soient les valeurs des deux condensateurs C_1 et C_2, la condition d'oscillation est remplie.

14.3.5 Circuit résonnant

Des résultats précédents, on sait que l'on doit rechercher un fort coefficient de surtension pour le circuit résonnant. Le calcul exact de la stabilité de l'oscillateur montre que celle-ci est directement proportionnelle à la résistance de sortie mais elle est aussi fonction de la résistance d'entrée de l'amplificateur. On doit chercher à maximaliser les valeurs de ces deux résistances pour optimiser la stabilité de l'oscillateur. Se pose alors le problème de la résistance de charge.

En radiofréquence, la résistance de charge est de faible valeur et bien souvent voisine ou égale à 50 Ω. Ceci est assez contradictoire avec les impératifs de stabilité évoqués précédemment. Si la résistance de charge est placée directement en entrée ou en sortie du circuit oscillant, elle dégrade immédiatement la stabilité en shuntant l'impédance de sortie ou l'impédance d'entrée.

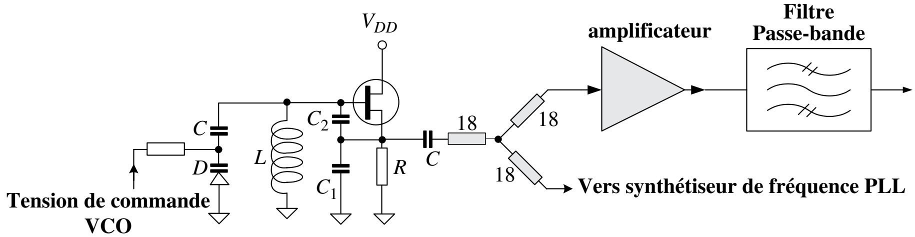


Figure 14.15 Prévoir deux sorties pour le VCO

D'autre part, la puissance doit être délivrée sur deux sorties, une sortie utilisation et une sortie dédiée au PLL comme le montre la figure 14.15, qui représente la solution la plus simple et la plus efficace, très souvent utilisée.

Le diviseur de puissance, constitué de trois résistances de 18 Ω en étoile, est une solution classique et simple. Cette configuration ne donne pas une solution totalement satisfaisante puisque le circuit oscillant est attaqué par une faible impédance de sortie.

Des configurations plus intéressantes, hélas trop peu utilisées et mal connues, sont données à la figure 14.16. L'oscillateur repose sur une structure cascode. Il est bâti autour de T_1 et l'étage en base commune, autour de T_2, agit comme un étage tampon entre l'oscillateur et la charge. La tension de sortie est prélevée au collecteur de T_2. Cette topologie procure, en théorie, un découplage presque total entre la charge et l'oscillateur.

On doit remarquer que la tension présente aux bornes du collecteur de T_1 est constante. Ceci diminue aussi l'impact des variations de tension sur la capacité collecteur-base.

La tension de polarisation V_{BB}, au même titre que la tension de polarisation V_{CC} doit être stabilisée et filtrée pour éviter la modulation d'amplitude et de fréquence de la tension de sortie.

Au collecteur de T_2, on peut envisager de placer un diviseur de puissance pour piloter simultanément un PLL et les étages suivants. Avec un transistor supplémentaire T_3, on optimise simultanément les valeurs des résistances de source et de charge du circuit oscillant.

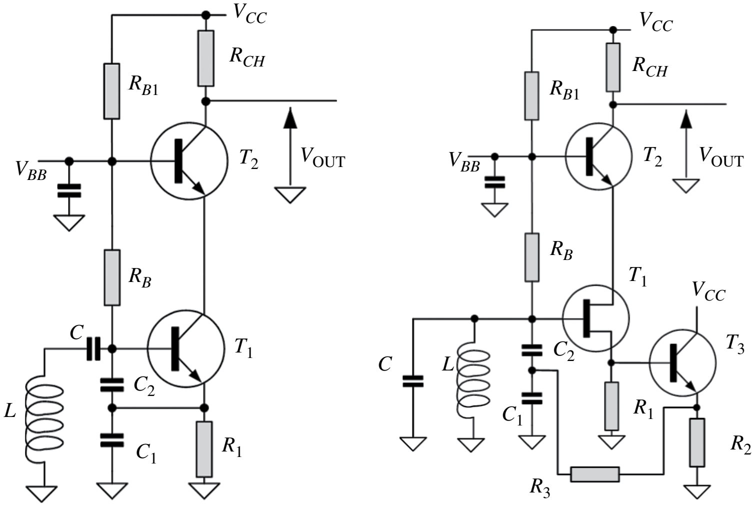


Figure 14.16 Utilisation judicieuse d'un étage cascode

Le transistor T_1 est remplacé par un transistor Darlington, composé, par exemple, de deux transistors bipolaires NPN ou d'un JFET et d'un bipolaire NPN. La résistance d'entrée augmente et ceci est bénéfique pour la stabilité de l'oscillateur. Pour optimiser la stabilité, on place en série, entre la sortie de l'amplificateur et le circuit oscillant, une résistance supplémentaire R_3. Ce schéma est certainement ce que l'on peut envisager de plus abouti autour de l'oscillateur Clapp. Dans ces conditions, la stabilité est optimisée. La résistance additionnelle R_3 ne peut pas avoir une valeur trop élevée car elle agit directement sur la condition d'oscillation.

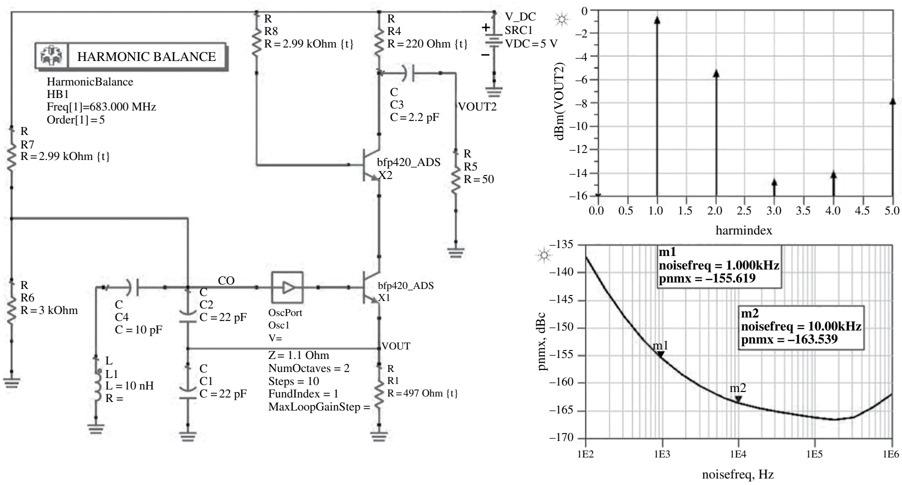


Figure 14.17 Simulation d'un oscillateur cascode

La figure 14.17 représente le schéma d'un oscillateur cascode et les résultats de simulation. Les harmoniques de rangs pairs et impairs sont présents et leurs amplitudes sont voisines de celle du fondamental. Le bruit de phase est supérieur à –150 dBc/Hz.

14.3.6 Diode varicap

La capacité de la diode varicap, polarisée par une tension inverse V_R, est donnée par la relation (14.23).

$$C_J = \frac{C_{J0}}{\left(1+\dfrac{V_R}{V_J}\right)^M} + C_P \tag{14.23}$$

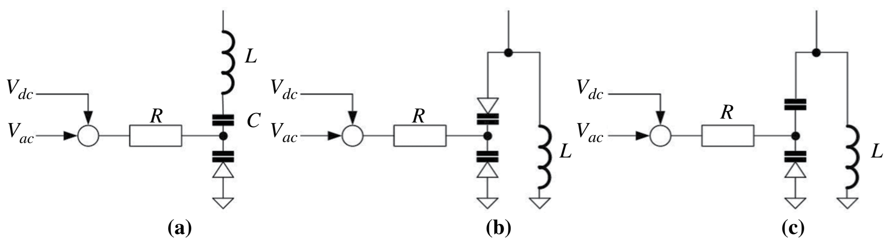


Figure 14.18 Utilisation des diodes varicap

En remplaçant une ou plusieurs capacités d'un oscillateur par une ou plusieurs diodes varicap, on transforme cet oscillateur à fréquence fixe en oscillateur dont la fréquence est commandée en tension VCO.

Le schéma de la figure 14.18 représente deux méthodes pour cette transformation en VCO. Une ou deux diodes varicap sont placées en série. Les anodes des deux diodes sont donc au potentiel zéro. L'anode de la diode D_2 doit l'être par l'adjonction d'une résistance additionnelle R_2. Dans ce cas, pour la tension de modulation alternative, les deux diodes D_1 et D_2 sont en parallèle.

Pour la fréquence d'oscillation du VCO, les deux diodes D_1 et D_2 sont en série. La résistance R_2, en parallèle sur les deux diodes varicap D_1 et D_2, dégrade le coefficient de surtension du circuit oscillant.

Les deux extrémités de la self L sont au zéro électrique et ceci doit éventuellement être pris en compte pour la polarisation de l'amplificateur.

14.3.7 Oscillateur à étage différentiel

La structure différentielle à transistor est très utilisée dans les circuits intégrés, non seulement pour la réalisation des amplificateurs mais aussi pour réaliser des oscillateurs et des oscillateurs contrôlés en tension, jusqu'à plusieurs GHz. Que l'on utilise des transistors bipolaires ou des transistors MOS, la procédure de calcul, utilisée précédemment dans le cas des oscillateurs bâtis autour d'amplificateurs opérationnels ou de transistors, ne change pas. Exactement comme dans tous les cas présentés jusqu'à présent, le calcul se limite à l'établissement d'une fonction de transfert en boucle ouverte.

Oscillateur à étage différentiel, une self unique

L'intégration des composants bobinés, au sens large du terme, est problématique. On essaie donc de diminuer leur nombre. D'autre part, si la fréquence est fonction d'un et d'un seul condensateur, une seule diode à capacité variable suffit pour transformer l'oscillateur en VCO. On privilégie donc un oscillateur comportant une seule self.

Le schéma de l'oscillateur de la figure 14.19 est donc particulièrement intéressant car on démontre que la fréquence est fonction uniquement d'une, et une seule, self et d'un, et un seul, condensateur.

Le schéma de principe peut facilement se transformer vers le schéma bloc où l'on admet que chaque transistor est assimilable à un amplificateur de gain $-G$, de résistance de sortie R et d'impédance d'entrée infinie.

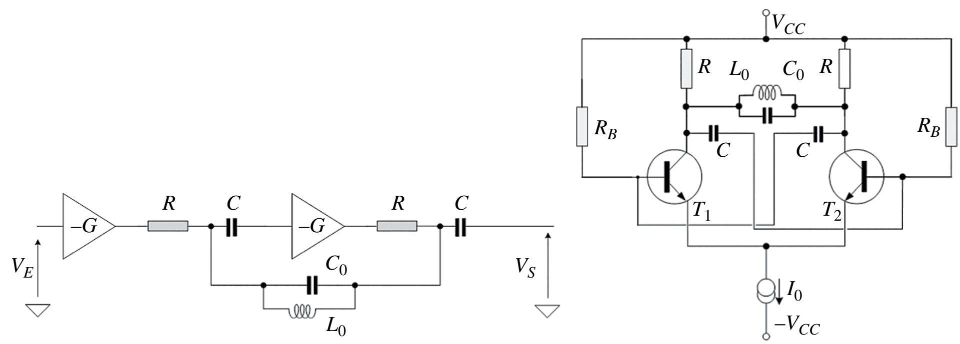


Figure 14.19 Schéma de l'oscillateur à amplificateur différentiel

Ceci permet le calcul de la fonction de transfert, relation (14.24).

La fréquence d'oscillation donnée en (14.25), f_0 est fonction uniquement des deux éléments réactifs L_0 et C_0, placés entre les deux amplificateurs.

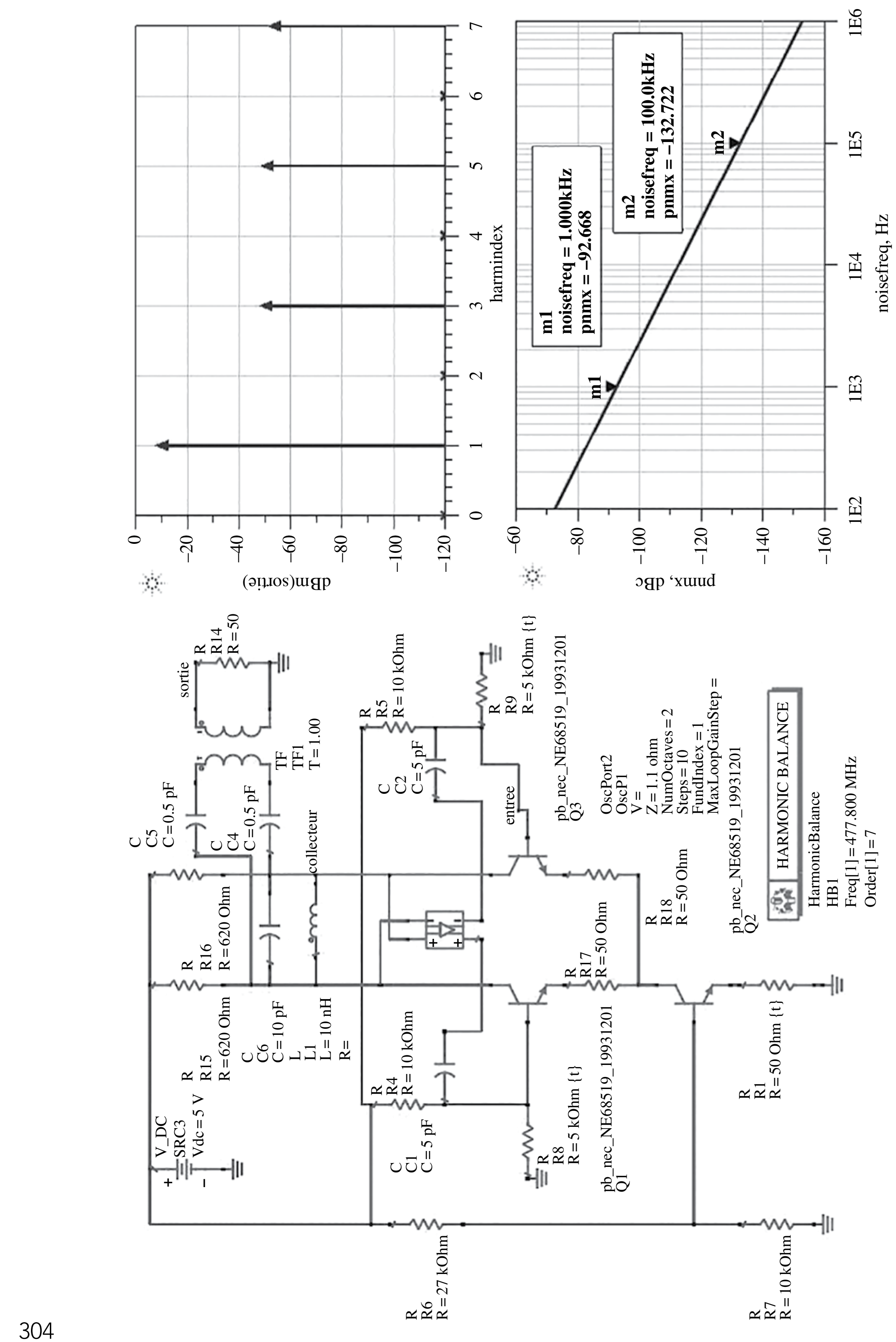


Figure 14.20 Schéma de simulation de l'oscillateur à amplificateur différentiel

Les deux condensateurs C sont des condensateurs de forte valeur et l'on admet qu'ils n'interviennent pas dans le calcul de la fréquence d'oscillation. Si le gain est supérieur à 1, la condition d'oscillation est toujours satisfaite. La figure 14.20 représente le schéma et les résultats de simulation d'un tel oscillateur.

$$\frac{V_S(p)}{V_E(p)} = \frac{G}{2+G} \frac{\left(L_0 C_0 p^2 - G\dfrac{L_0}{R} p + 1\right)}{\left(L_0 C_0 p^2 + \dfrac{L_0}{R(2+G)} p + 1\right)} \tag{14.24}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 C_0}} \tag{14.25}$$

La simulation permet de visualiser le spectre de sortie qui ne comprend que les harmoniques impaires. Cette caractéristique est due à la structure différentielle. Les harmoniques sont rejetés à 40 dB environ. Le bruit de phase vaut –92 dBc/Hz à 1 kHz de la porteuse et –132 dBc/Hz à 100 kHz de la porteuse.

14.4 Conclusion

Ce chapitre montre que les oscillateurs radiofréquence se traitent comme tout autre circuit analogique. Les règles élémentaires de conception découlent naturellement des diverses relations mathématiques qui en régissent le fonctionnement.

Quelle que soit la structure de l'oscillateur, l'établissement de la fonction de transfert est toujours possible et donne la fréquence d'oscillation, la condition d'oscillation et la stabilité de l'oscillateur.

15 Boucle à verrouillage de phase

On utilise une boucle à verrouillage de phase (PLL pour *Phase Locked Loop*) lorsque l'on veut synthétiser une fréquence stable programmable. Il existe d'autres applications comme récupérer la fréquence centrale d'un signal modulé, démoduler un signal modulé en fréquence ou encore récupérer la fréquence contrôle d'un signal modulé…

15.1 Principe de fonctionnement

C'est un système bouclé qui va permettre d'avoir une relation entre la fréquence d'un oscillateur ultra-stable (à quartz généralement) appelé F_{ref} et la fréquence d'utilisation F_{out} d'un oscillateur contrôleur en tension VCO (fig. 15.1).

La fréquence de sortie est :

$$F_{\text{out}} = \frac{N}{F} F_{\text{ref}} \tag{15.1}$$

On réalise ainsi un synthétiseur de fréquence : à partir de F_{ref}, on peut produire un signal de n'importe quelle fréquence en choisissant judicieusement N et R. Lorsque $R = 1$, on obtient en sortie une fréquence F_{out} N fois supérieure à celle de l'entrée, c'est un multiplicateur de fréquence.

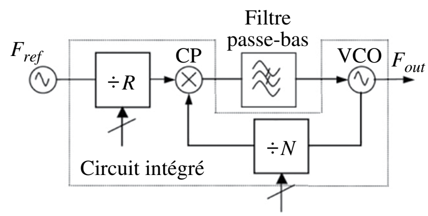


Figure 15.1 Structure d'une PLL

Les diviseurs R et N programmables en série ou en parallèle permettent de modifier cette fréquence (souvent seulement N est variable). Ces diviseurs sont réalisés grâce à des compteurs numériques binaires. Le cœur de cette boucle est le comparateur de phase *CP* qui permet de délivrer un signal d'erreur proportionnel à la différence de phase (et de fréquence) des deux signaux d'entrée. La valeur moyenne de ce signal d'erreur à la sortie du filtre passe-bas sert à attaquer le VCO et donc à caler sa fréquence de sortie.

Historiquement, c'est le détecteur de phase à sortie en tension suivi d'un filtre actif passe-bas qui est apparu en premier. De nos jours, le détecteur phase/ fréquence avec pompe de charge (CP PLL) est plus que dominant (fig. 15.2). Les tensions de sortie UP et DN servent à commander deux sources de courant dont la polarité est variable ainsi que le rapport cyclique (fig. 15.2). À la fréquence de comparaison de T_{CP}, période de la fréquence de référence multipliée par R, un courant constant mais pulsé de rapport cyclique variable va être délivré ou absorbé par le filtre, en fonction de l'avance ou du retard de phase du signal de VCO retourné par rapport à la fréquence de référence. Lorsque les deux signaux sont en phase, le CP se met dans un état de haute impédance où le système n'est plus modifié (comparateur 3 états).

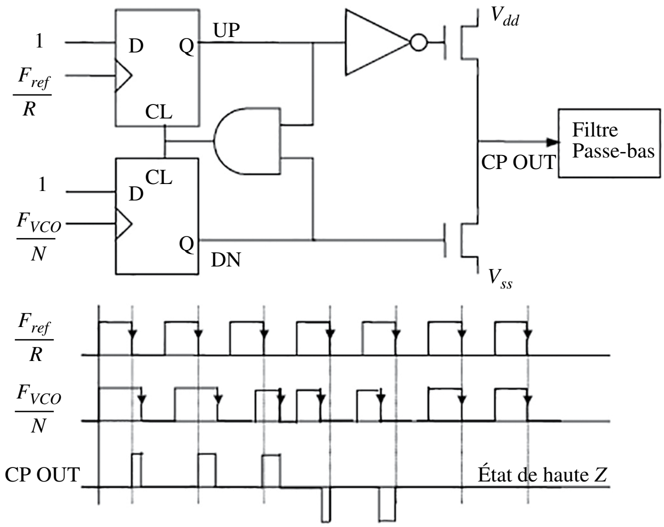


Figure 15.2 Structure du comparateur de phase phase/fréquence

Le comparateur de phase est caractérisé par la valeur moyenne du courant I_{CP} pour une constante de comparateur K_φ donnée en mA :

$$I_{CP} = \frac{K_\phi}{2\pi}\Delta\theta \tag{15.2}$$

où θ est l'écart de phase initial.

Avec ce type de PLL, le filtre préconisé (fig. 15.3) est une cellule RC série en parallèle avec une capacité parallèle. Ce filtre transforme le courant de sortie en une tension. Les éléments R_2, C_2, C_1 ont une influence sur la réponse transitoire. La capacité C_1 permet de maintenir les tensions transitoires en sortie du CP dans la plage linéaire des pompes de charge. Les éléments R_3, C_3 ont peu d'influence sur la réponse transitoire et servent seulement à réduire la raie spectrale à la fréquence de comparaison.

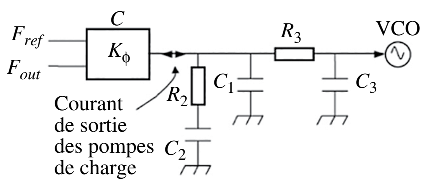


Figure 15.3 Formes temporelles des signaux au comparateur de phase

15.2 Caractéristiques de la PLL

15.2.1 Fonctions de transfert

C'est un système discret qui peut être approximé par un système continu linéaire si la fréquence de la boucle est petite devant la fréquence de comparaison (fig. 15.4).

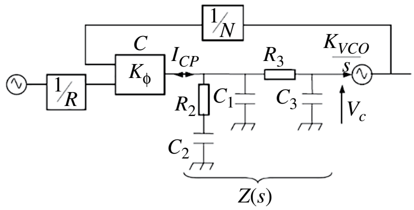


Figure 15.4 Modélisation linéaire de la PLO

Fonction de transfert en boucle ouverte en variable de Laplace S :

$$H_{BO}(s) = K_\phi Z(s)\frac{K_{VCO}}{s} \tag{15.3}$$

Fonction de transfert en boucle fermée en variable de Laplace :

$$H_{BF}(s) = \frac{\theta_{VCO}}{\theta_{CP}} = \frac{K_\phi Z(s)\frac{K_{VCO}}{s}}{1+\frac{1}{N}K_\phi Z(s)\frac{K_{VCO}}{s}} \tag{15.4}$$

L'ordre de la boucle correspond à l'ordre du filtre plus un (le VCO est un intégrateur).

Sur la figure 15.4, nous illustrons avec un filtre communément recommandé. La fonction de transfert du filtre de boucle est :

$$Z(s) = \frac{V_C}{I_{CP}} = \frac{1+s\tau_2}{s(k_1 s^2 + k_2 s + k_3)} \tag{15.5}$$

avec

$$\begin{aligned}
k_0 &= R_2 C_2\\
k_1 &= R_2 R_3 C_1 C_2 C_3\\
k_2 &= C_2 C_3 R_2 + C_1 C_2 R_2 + C_1 C_3 R_3 + C_2 C_3 R_3\\
k_3 &= C_1 + C_2 + C_3
\end{aligned}$$

Cela amène à la fonction de transfert en boucle fermée :

$$H_{BF}(s) = \frac{K_\phi K_{VCO} N(1+sk_0)}{Nk_1 s^4 + Nk_2 s^3 + Nk_3 s^2 + K_\phi K_{VCO}(1+sk_0)} \tag{15.6}$$

On obtient un système du 4^{e} ordre (trois pôles apportés par le filtre de boucle et un pôle par le VCO).

15.2.2 Plages de verrouillage et de capture

Plage de verrouillage : plage de fréquence dans laquelle la boucle reste accrochée (appelée aussi plage de suivi ou de maintien ou lock-in range en anglais).

Plage de capture : plage de fréquence dans laquelle la boucle va s'accrocher (appelée aussi *lock-in range* en anglais).

La plage de capture est toujours inférieure ou égale à la plage de verrouillage. On peut noter que cette plage de verrouillage est liée à la largeur de bande du filtre passe-bas.

15.2.3 Bande passante, bande de bruit et stabilité

On l'étudie en approximant la fonction de transfert en boucle fermée par un système du second ordre (rendu possible par l'étude des pôles dominants).

Dans ce cas, on a :

$$H_{BF}(s) = \frac{\theta_{VCO}}{\theta_{CP}} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\xi\frac{s}{\omega_n} + 1} \tag{15.7}$$

ω_n est la pulsation naturelle de la boucle et ξ, le coefficient d'amortissement de la boucle.

Comme pour tout système du second ordre, la fonction de transfert affiche un pic à la fréquence de : $\omega_R = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$ dès que $\xi \leq 0{,}707$, de valeur : $\left|H_{BF}(\omega_R)\right| = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$.

Par exemple, pour la PLL de la figure 15.4, nous obtenons après les simplifications suivantes : si $1 + k_0 s \cong 1$ et si $Nk_1s^4 + Nk_2s^3$ négligeable devant $Nk_3s^2 + K_\varphi K_{VCO}(1 + sk_0)$, il vient :

$$H_{BF}(s) = \frac{N}{\frac{Nk_3}{K_\phi K_{VCO}}s^2 + 1} \tag{15.8}$$

Par identification, nous obtenons pour les caractéristiques du système :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_\phi K_{VCO}}{N(C_1 + C_2 + C_3)}} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{1}{2}R_2C_2\sqrt{\frac{K_\phi K_{VCO}}{N(C_1 + C_2 + C_3)}}$$

La largeur de bande de la boucle correspond à la pulsation ω_c pour laquelle l'amplitude de la fonction de transfert en boucle ouverte vaut 1 et est donnée par :

$$\omega_{BF} = \omega_c = 2\xi\omega_n \tag{15.9}$$

La bande de bruit est définie par :

$$B_N = \int_0^\infty \left|H_{BF}(\omega)\right|^2 \mathrm{d}f$$

$$B_N = \frac{\omega_n}{2}\left(\xi + \frac{1}{4\xi}\right) \tag{15.10}$$

La marge de phase est définie pour la pulsation ω_c pour laquelle l'amplitude de la fonction de transfert en boucle ouverte vaut 1. Elle est donnée pour le filtre du 3e ordre de la figure 15.4 par :

$$\Phi_c = \text{actan}(\omega_c \tau_2) - \arctan(\omega_c \tau_1) - \arctan(\omega_c \tau_3) + 180 \tag{15.11}$$

En conclusion, la stabilité est améliorée si :

- la pulsation ω_n est réduite (système lent) ;
- l'amortissement est élevé (système lent) ;
- la marge de phase choisie est importante.

15.2.4 Réponse transitoire

La réponse temporelle de la boucle à un échelon de fréquence (F_1 à F_2) est obtenue par transformée de Laplace inverse pour les différents cas suivants :

- Cas $\xi = 1$:

$$F(t) = F_2 + (F_1 - F_2)[e^{-\xi\omega_n t} - \omega_n t \cdot e^{-\omega_n t}] \tag{15.12}$$

- Cas $\xi > 1$:

$$F(t) = F_2 + (F_1 - F_2)\left[\frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} e^{-\alpha_1 \omega_n t} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} e^{-\alpha_2 \omega_n t}\right] \tag{15.13}$$

avec $\alpha_1 = -\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}$ et $\alpha_2 = -\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}.$

On note que pour $\xi > 1$, la fréquence de sortie passe de F_1 à F_2 en restant dans cette plage. Le temps d'établissement à 2 % de la valeur finale est d'autant plus long que ξ est grand et il vaut $\frac{6}{\omega}$ pour $\xi = 1$.

- Cas le plus fréquent où $\xi > 1$:

$$F(t) = F_2 + (F_1 - F_2)e^{-\xi\omega_n t}\left[\cos\left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2 t}\right) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2 t}\right)\right] \tag{15.14}$$

La réponse affiche un régime oscillatoire amorti de caractéristiques :

- Période d'extrema :

$$t_p = \frac{2\pi}{\omega_p} \tag{15.15}$$

- Instant du premier dépassement :

$$t_{D1} = \frac{\pi}{\omega_p} \tag{15.16}$$

- Amplitude :

$$F(t_{D1}) = F_2 + e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \tag{15.17}$$

- Temps d'établissement à 2 % :

$$t_e = \frac{4}{\xi\omega_n} \tag{15.18}$$

En résumé, on peut noter que :

- la rapidité de la boucle est fixée par ξ lorsque $\xi > 1$,
- la rapidité de la boucle est fixée par $\frac{1}{\xi\omega}$ lorsque $\xi < 1$,

donc on augmente la rapidité si la bande passante est grande et si l'amortissement est choisi autour de 0,707.

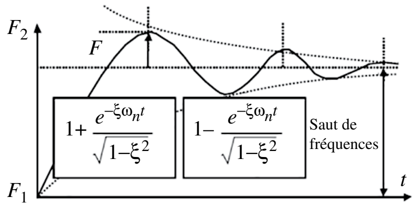


Figure 15.5 Réponse temporelle de la PLO.

15.2.5 Niveau des parasites en sortie

Il apparaît des raies spectrales parasites autour de la fréquence de sortie de la PLO. Elles proviennent des fuites de courant pendant l'état de haute impédance du comparateur. Elles sont donc des multiples de la fréquence de comparaison. Cette composante variable introduit une modulation de fréquence sur la fréquence de sortie du VCO.

Les amplitudes de ces raies sont données par les fonctions de Bessel du 1er ordre et sont fonction d'un indice de modulation β :

$$\beta = \frac{K_{VCO} I_{\text{fuite}}}{f_{CP}^2 (C_1 + C_2)} \tag{15.19}$$

pour le filtre passe-bas sans la cellule R_3, C_3

$$\beta = \frac{K_{VCO} I_{\text{fuite}}}{f_{CP}^2 (C_1 + C_2)\sqrt{1 + (2\pi f_{CP} R_3 C_3)}} \tag{15.20}$$

pour le filtre passe-bas avec la cellule R_3, C_3

- Amplitude du fondamental : $J_0(\beta) = 1$
- Amplitude de la 1re raie : $J_1(\beta) \approx \frac{\beta}{2}$
- Amplitude de la 2e raie : $J_2(\beta) \approx \frac{\beta^2}{8}$

On note donc que le niveau des raies parasites :

- augmente de 6 dB pour un courant de fuite doublé ;
- diminue de 12 dB si on divise par deux la fréquence de comparaison pour un filtre sans R_3, C_3 ;

- diminue de 18 dB si on divise par deux la fréquence de comparaison pour un filtre avec R_3, C_3.

15.2.6 Modélisation en bruit de la PLL

Chaque composant de la PLL génère son propre bruit, celui-ci va être modifié par la fonction de transfert de la boucle propre à chaque composant. On modélise la boucle (Figure 15.6) en ajoutant les sources de bruit correspondantes et non corrélées entre elles. La densité spectrale de puissance est propre à chaque composant (en $1/f$ pour la référence et le VCO, et constante pour les autres).

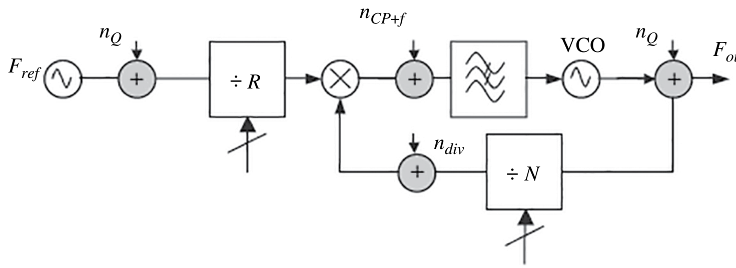


Figure 15.6 Modélisation en bruit de la PLO.

Tableau 15.1 Fonctions de transfert des différentes sources de bruit

Source	Fonction de transfert
Quartz	$\frac{1}{R}\cdot\frac{G_{BO}(s)}{1+\frac{G_{BO}(s)}{N}}$
Diviseurs N, R	$\frac{G_{BO}(s)}{1+\frac{G_{BO}(s)}{N}}$
Comparateur phase	$\frac{1}{K_\phi}\cdot\frac{G_{BO}(s)}{1+\frac{G_{BO}(s)}{N}}$
VCO	$\frac{1}{1+\frac{G_{BO}(s)}{N}}$

La valeur de la phase de sortie devient :

$$\theta_{\text{out}} = \left|H_{BF}(s)\right|\theta_{\text{in}} + \left|H'_{BF}(s)\right|\left(N(n_Q - n_{DIV}) + \frac{N}{K_\phi}(n_{CP+F} - n_{DIV})\right) + \left(1 - \left|H'_{BF}(s)\right|\right)n_{VCO} \tag{15.21}$$

avec

$$\left|H'_{BF}(s)\right| = \frac{1}{N}\left|H_{BO}(s)\right| \tag{15.22}$$

- Le premier terme est le terme utile.
- Le second terme fait apparaître une contribution dans la bande passante due aux bruits des diviseurs, du comparateur et de la source de référence.
- Le troisième terme fait apparaître une contribution hors bande due au VCO.

Le bruit de phase est donné par le calcul de la densité spectrale de puissance de sortie qui vaut :

$$S_{\text{out}}(f) = \left|H'_{BF}(s)\right|^2 \left[N^2 S_Q(f) + N^2 \left(1 + \frac{1}{K_\phi}\right)^2 S_{DIV}(f) + \frac{N^2}{K_\phi^2} S_{CP+f} \right] + \left|1 - H'_{BF}(s)\right|^2 S_{VCO}$$

Nous aurons donc d'un point de vue du spectre du signal de sortie :

- un bruit proche de la porteuse (dans la bande passante de la PLL) qui sera dominé par le bruit de la source de référence, des diviseurs et du comparateur ;
- un bruit loin de la porteuse (hors bande passante de la PLL), dominé par le bruit du VCO.

On considère que le point optimum en bruit (minimisation de l'erreur de phase RMS du synthétiseur) pour le choix de la largeur de bande correspond à une contribution égale pour les deux derniers termes. Il est donc judicieux de faire les choix suivants :

- prendre un comparateur de phase à forte sensibilité K_φ (cela va entraîner aussi une augmentation de la bande passante) ;
- diminuer la valeur de N pour réduire la contribution de toutes les sources de bruit (attention, cela peut tout de même impliquer une augmentation de la densité spectrale de bruit du comparateur).

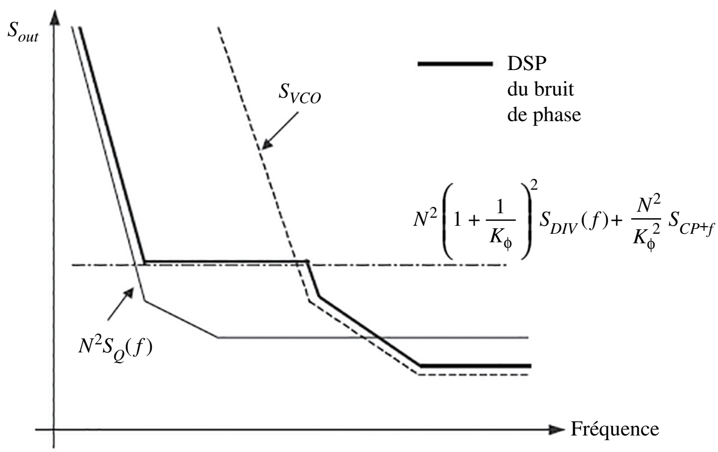


Figure 15.7 Bruit de phase typique d'une PLO.

15.2.7 Calcul d'une PLL

Pour le filtre de la figure 15.4, nous allons extraire les valeurs des éléments du filtre passe-bas à partir des caractéristiques fréquentielles et temporelles désirées pour la boucle.

Par exemple, l'utilisateur doit rentrer :

- $K_{VCO} = 20$ MHz/V : sensibilité du VCO ;
- $K_\varphi = 5$ mA : sensibilité du comparateur de phase ;
- $F_{out} = 900$ MHz : fréquence de sortie de la PLL ;
- $F_{CP} = 200$ kHz : fréquence de comparaison ;
- $F_c = 11$ kHz : fréquence de coupure de la PLL ;
- $\Phi_c = 45°$: marge de phase ;
- $ATT = 10$ dB : atténuation supplémentaire de la raie parasite de la fréquence de comparaison.

Les différentes étapes de calcul sont les suivantes :

- fréquence du diviseur :

$$N = \frac{F_{out}}{F_{CP}} = 4\,500$$

- constante de temps :

$$\tau_3 = \frac{\sqrt{10^{ATT/10} - 1}}{2\pi F_{CP}} = 2,4\,\mu\text{s}$$

Les constantes de temps du filtre passe-bas τ_1 et τ_2 sont choisies telles que la bande passante de la boucle ω_c soit liée à leur moyenne géométrique (cela pour maximiser la marge de phase) :

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$$

On aboutit aux constantes :

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_c} \cdot \frac{1 - \sin(\Phi_c)}{\tan(\Phi_c)} = 4,24\,\mu\text{s}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_c^2 (\tau_1 + \tau_3)} = 31,5\,\mu\text{s}$$

On extrait les valeurs du filtre par identification car si l'on calcule la fonction de transfert du filtre, on obtient :

$$\tau_1 = R_2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \tau_2 = R_2 C_2 \text{ et } \tau_3 = R_3 C_3$$

$$C_1 = \tau_1^2 \cdot \frac{K_{VCO} K_\phi}{N} \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{\tau_2}{\tau_1}}{1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}}} = 1,1\,\text{nF}$$

$$C_2 = C_1\left(\frac{\tau_2}{\tau_1} - 1\right) = 7{,}1\,\text{nF}$$

$$R_2 = \frac{\tau_2}{C_2} = 4{,}43\ \text{k}\Omega$$

Pour les éléments R_3, C_3, il faut vérifier les hypothèses de calcul, c'est-à-dire $R_3 > 2R_2$, et $C_3 < \frac{C_1}{10}$, et dans ce cas nous pourrions choisir :

$$C_3 = \frac{C_1}{10} = 110\,\text{pF}$$

$$R_3C_3 = 2{,}4\ \mu\text{s} \Rightarrow R_3 = \frac{2{,}4 \times 10^{-6}}{110 \times 10^{-n}} = 21{,}8\,\text{k}\Omega$$

15.3 Démodulation FM par PPL

On utilise le schéma de la figure 15.1 avec $R = 1$ et $N = 1$.

Lorsque le signal d'entrée F_{ref} est un signal modulé en fréquence (FM), on obtient directement le signal démodulé en sortie F_{out}.

La PLL est un système idéal pour effectuer ce type de démonstration.

16 Alimentation à découpage. Régulateur de tension et amplificateur de puissance

16.1 Régulateur de tension

16.1.1 Généralités

Un régulateur de tension est un circuit qui permet de stabiliser une tension à une valeur fixe. Il peut être réalisé en discret (ce qui est rare, sauf pour des applications particulières) ou être utilisé tel quel, et l'électronique de régulation est intégré à l'intérieur du régulateur. Le régulateur permet également d'avoir une faible impédance de sortie Z_o.

Un régulateur de tension permet :

- l'atténuation des fluctuations et variations provenant de la tension continue disponible après redressement ;
- l'élimination des couplages par la source d'alimentation ;
- la suppression des influences néfastes provoquées par un incident d'une carte sur d'autres cartes de l'équipement.

16.1.2 Caractéristiques essentielles. Plage de régulation

Un régulateur de tension est un dispositif destiné à fournir, à partir d'une tension continue pouvant être variable, une tension de sortie de valeur constante quelles que soient les variations de la grandeur d'entrée, de la charge, de la température.

Un tel régulateur doit être considéré à l'intérieur de sa plage de fonctionnement comme un générateur de tension.

16.1.3 Paramètres essentiels mesurables

Coefficient de régulation en fonction de la tension d'entrée

$K_{VI} = \Delta V_0/V_0$ pour une variation spécifiée de V_i uniquement (autres paramètres constants).

Coefficient de régulation en fonction de la charge

$K_{V0} = \Delta V_0/V_0$ pour une variation spécifiée de I_0 uniquement.

Courant maximal de charge

I_{0M}

Coefficient de température de la tension régulée de sortie

$$K_{VT} = (\Delta V_0/V_0)\ [1/(T_2 - T_1)]$$

$T_2 - T_1$ étant la variation de température considérée, les autres paramètres restant constants.

Courant limite de sortie I_{sc}

Valeur limite du courant de sortie au-dessus de laquelle est déclenché le dispositif de limitation entraînant une augmentation rapide de l'impédance de sortie.

Courant de court-circuit en sortie I_{cc}

Valeur du courant de sortie, quand la sortie du régulateur est reliée directement à la masse.

Tension de référence V_{ref}

Tension fixe et stable apparaissant aux bornes d'un élément interne au régulateur de tension.

16.1.4 Principe des alimentations stabilisée et régulée

On différentie une alimentation régulée d'une alimentation stabilisée. La première utilise une configuration série ou parallèle ; la seconde utilise une boucle d'asservissement pour maintenir la tension de sortie constante. La figure 16.1 présente les schémas de principe des alimentations régulée et stabilisée.

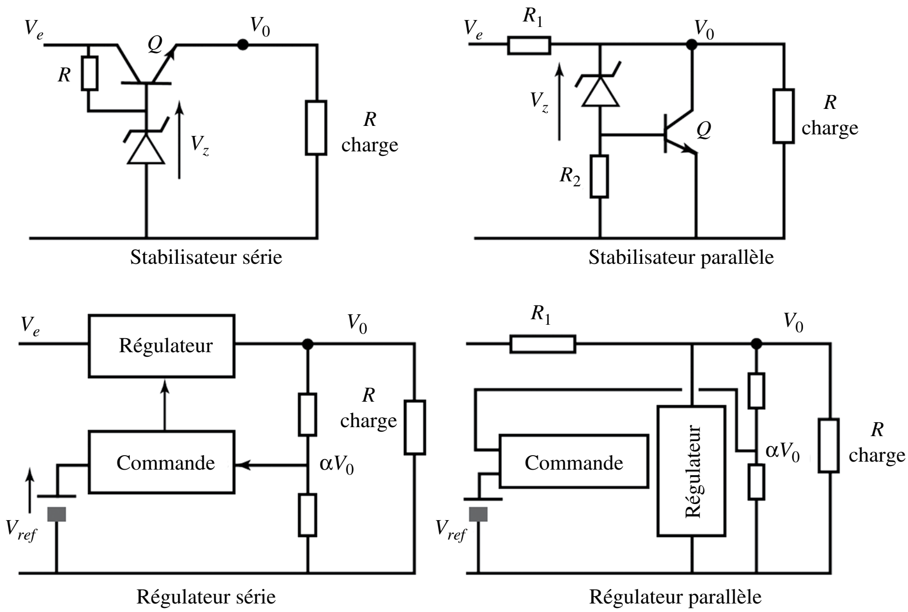


Figure 16.1

Pour le stabilisateur série, la tension est maintenue constante par la diode Zener. La résistance R est dimensionnée pour polariser la diode Zener et le transistor Q pour le courant maximum de sortie.

Pour le stabilisateur parallèle, la tension est stabilisée par la chute de tension dans R_1. La tension de sortie est $V_0 = V_z + 0{,}6$ V.

Pour les régulateurs série et parallèle, une fraction de la tension de sortie (αV_0) est comparée à une source de tension de référence V_{ref}, la différence est amplifiée et elle commande l'étage de régulation. L'asservissement de la tension de sortie est alors bien plus stable que pour la stabilisation.

16.1.5 Régulateur de tension. Schémas de principe

Régulateur de tension avec amplificateurs opérationnels

La figure 16.2 montre que l'on peut constituer un régulateur de tension à partir des éléments suivants :

- source de référence, fournissant V_{ref}, que nous désignerons par V_{ra} ;
- amplificateur à entrées différentielles de gain A, très élevé ;
- amplificateur suiveur A_0 qui joue le rôle de régulateur ;
- pont à résistance R_1, R_2 qui prélève une fraction de la tension de sortie V_0.

Le calcul suivant montre la réduction de l'impédance de sortie R_s apportée par la figure 16.2.

En l'absence de défauts ou d'imperfections pour l'amplificateur opérationnel :

$$V_1 = A_1(V_{ra} - V_0)$$

avec :

$$K = R_1(R_1 + R_2)$$

$$V_{01} = V_1,\ V_0 = V_{01} - R_s\, I_s$$

$$I_s = I_0 + V_0/(R_1 + R_2)$$

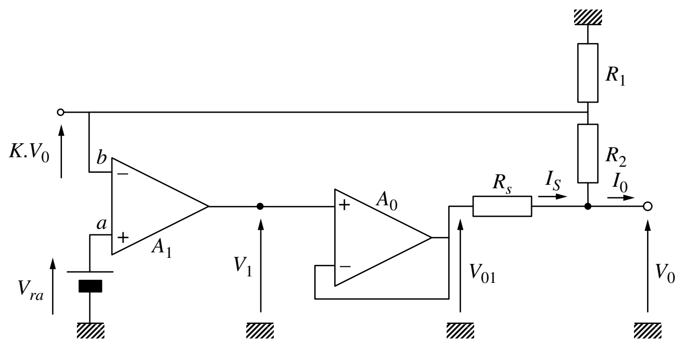


Figure 16.2

On trouve :

$$V_0[1 + KA_1 + R_s/(R_1 + R_2)] = A_1\ V_{ra} - R_s\ I_0$$

Si $KA_1 \gg 1$, $R_1/(R_1 + R_2) \gg 1$, on a :

$$V_0 = V_{ra}/K - (R_s/KA_1)\ I_0$$

ce qui montre que la résistance de sortie est égale à $R_0 = R_s/KA_1$.

La réduction de l'impédance de sortie est manifeste pour des fréquences inférieures à 1 MHz. Au-dessus de ces fréquences, seule l'utilisation de capacités de découplage permet de réduire l'impédance de l'alimentation.

Protection en sortie

Un dispositif annexe est mis en place pour limiter le courant de sortie, en cas de court-circuit ou de surcharge. Le schéma est complété par une boucle annexe, constituée de la résistance R_{sc}, du transistor Q_{sc} et de l'amplificateur A_2 (fig. 16.3).

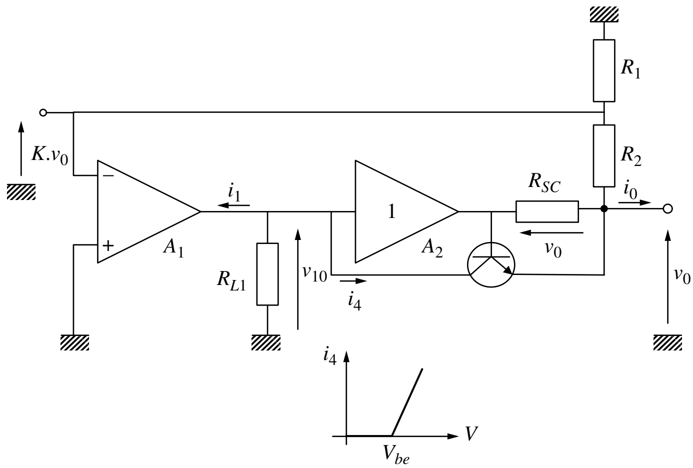


Figure 16.3

Étant donné que l'on s'intéresse uniquement à la résistance de sortie R_0, il est plus commode de considérer, pour simplifier le calcul, le régime dynamique. Ainsi :

$$i_1 = \Delta I_1, \quad v_{10} = \Delta V_{10}, \quad v_0 = \Delta V_0, \quad i_0 = \Delta I_0$$

En outre, on adopte pour Q_{sc} le modèle linéaire par parties, de telle façon que I_4 étant le courant collecteur de Q_{sc} et V la tension aux bornes de R_{sc}, on ait (fig. 16.3) :

$$I_4 = (V - V_{BE})r_E \quad \text{pour} \quad V > V_{BE}, \quad I_4 = 0 \quad \text{pour} \quad V \leq V_{BE}$$

Nous admettons que la boucle secondaire de limitation fonctionne, et par conséquent en régime dynamique :

$$\Delta I_4 = i_4, \quad \Delta V = v, \quad i_4 = v/r_E$$

Les équations sont les suivantes :

$$i_1 = g_{fd}Kv_0, \qquad v_{10} = -R_{L1}(i_1 + i_4), \qquad i_4 = v/r_E$$

$$v = R_{SC}\,[i_0 + v_0/(R_1 + R_2)], \qquad v_{10} = v + v_0$$

Posons :

$$A_0 = g_{fd}kR_{L1} : \text{gain de boucle normal,}$$

$$A_{CS} = R_{L1}/r_E : \text{gain de boucle pour la boucle secondaire.}$$

On trouve :

$$v_0 = -\frac{R_{sc}(1 + A_{cs})}{1 + A_v + \left[R_{sc}/(R_1 + R_2)A_{cs}\right]}i_0$$

La résistance de sortie $R_0 = -\,v_0/i_0$ s'est donc accrue, et, au lieu de :

$$R_0 = R_{SC}/A_v$$

elle devient, si $A_{CS} \gg 1$, $A_v \gg 1$:

$$R_0 = R_{SC}A_{CS}/[A_v + A_{CS}R_{SC}/(R_1 + R_2)]$$

On peut constater, en particulier, que si

$$A_v \ll A_{CS} \;\Rightarrow\; R_0 \rightarrow R_1 + R_2$$

16.2 Régulateur intégré

16.2.1 Régulateurs délivrant une tension fixe

Ces régulateurs délivrent une tension fixe en sortie. Il en existe de multiples sortes mais les plus courant sont ceux de le série LM78XX et uA78XX. Ils délivrent XX volt en sortie. Ils existent en version 5 volts, 6 volts, 8 volts, 12 volts, 15 volts, 18 volts et 24 volts. Ils existent également avec des tensions de sortie compatibles avec les faibles tensions d'alimentation des circuits intégrés : 0,8 volts, 1,2 volts, 1,35 volts, 1,5 volts, 1,6 volts, 1,8 volts… Les régulateurs LM79XX délivrent une tension négative en sortie. Ces régulateurs en boîtier TO220 sont capables de délivrer un courant de sortie de 1 A. La tolérance sur la tension de sortie est ± 2 % à ± 4 % en fonction de la température à laquelle ils sont utilisés. La régulation de la tension de sortie par rapport à des variations de la tension d'entrée est de 0,01 %. La régulation de la tension de sortie pour une variation de la charge de sortie est de 0,3 %/A.

Ces régulateurs s'utilisent très simplement comme le montre la figure 16.4.

Les capacités d'entrée et de sortie ont pour rôle d'assurer une faible impédance de sortie en haute fréquence, fréquence à laquelle le gain de boucle de l'amplificateur n'est plus suffisant pour réduire l'impédance de sortie. Par ailleurs, sans la présence de ces capacités, la tension de sortie risque d'osciller.

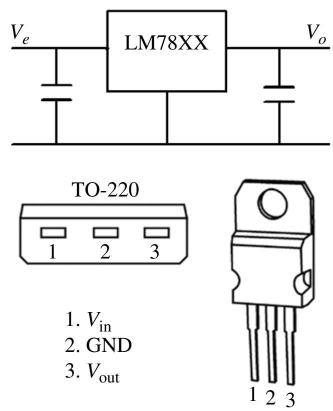


Figure 16.4

16.2.2 Régulateurs délivrant une tension ajustable

La valeur de la tension de sortie de ces régulateurs peut être ajustée facilement. La tension est fixée par le rapport de deux résistances.

À titre d'exemple, pour un régulateur du type LM 317, la tension de sortie est donnée par : $V_o = 1,25 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$. Une valeur particulière de $R1$ est à choisir, typiquement 240 ohms.

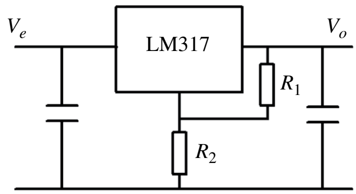


Figure 16.5

16.2.3 Régulateur à faible tension de déchet

Les régulateurs classiques ont besoin d'une tension de déchet minimale entre l'entrée et la sortie de quelques volts pour pouvoir fonctionner correctement. Les régulateurs à faible tension de déchet nécessitent une tension de déchet de quelques centaines de mV. Ils portent le nom de *Low Drop Out* (LDO).

16.3 Alimentation à découpage ou convertisseur DC-DC

Les alimentations linéaires décrites dans les paragraphes précédents présentent l'inconvénient d'avoir un rendement faible. Le rendement est bien meilleur quand l'alimentation fonctionne par découpage de la tension. Il est par ailleurs possible d'abaisser la tension ou au contraire de l'élever. On utilise habituellement un circuit intégré qui réalise la fonction alimentation mais avoir une idée de la structure aide à faire le choix du circuit d'alimentation. Nous présentons ci-dessous les structures de base des convertisseurs DC-DC.

16.3.1 Hacheur série ou BUCK

La structure est la suivante :

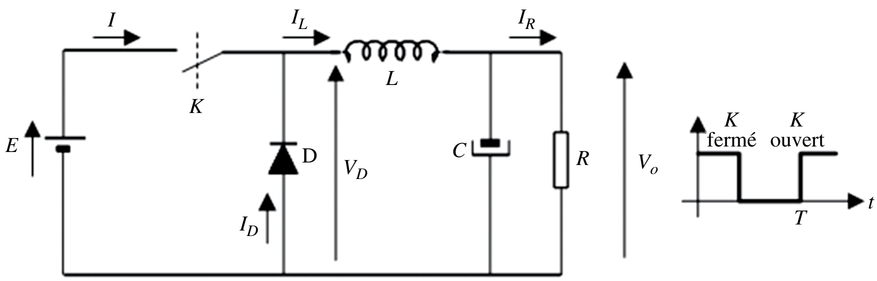


Figure 16.6 Circuit BUCK

L'interrupteur K est la plupart du temps réalisé avec des transistors MOS de puissance de canal N. Quand l'interrupteur est fermé pendant la durée α.T, la tension appliquée aux bornes de la diode est E. L'interrupteur est commandé à la fréquence de découpage $f = \frac{1}{T}$. La source E fournie de l'énergie à la charge et à l'inductance. Pendant le temps $t \in \left[\alpha T, T\right]$, l'interrupteur s'ouvre et l'énergie emmagasinée dans l'inductance commande la circulation du courant dans la diode de roue libre D. La tension à ses bornes est donc nulle.

Les chronogrammes (tracés dans le cas idéal) de la figure 16.7 sont tracés dans le cas d'une conduction continue, c'est-à-dire que le courant ne repasse jamais par zéro.

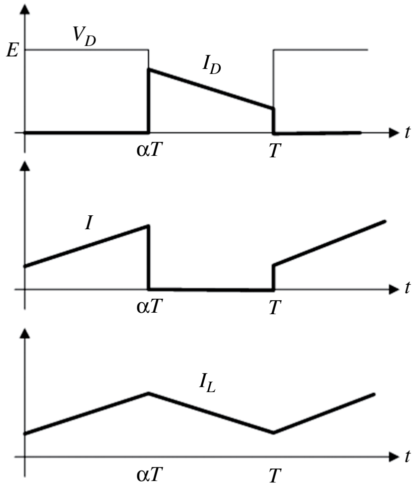


Figure 16.7 Forme des tensions et courants du circuit BUCK

Pour calculer la relation entre la tension d'entrée et celle de sortie, on exprime que la tension moyenne aux bornes de l'inductance est nulle.

$$V_0 = \alpha \cdot E$$

16.3.2 Hacheur parallèle ou BOOST

Ce type de convertisseur donne la possibilité d'augmenter la tension délivrée par la source de tension car la tension aux bornes de l'inductance est ajoutée à celle délivrée par la source.

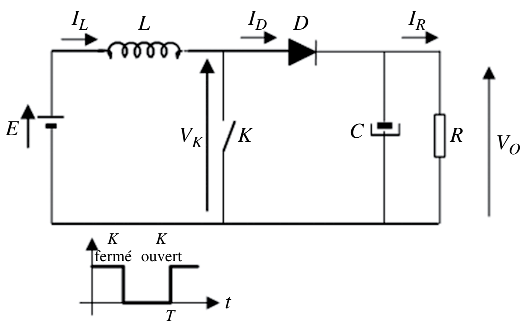


Figure 16.8 Circuit BOOST

Quand l'interrupteur est fermé pendant la durée αT, le courant dans l'inductance croît linéairement. La tension aux bornes de K est nulle. Pendant le temps $t \in [\alpha T, T]$, l'interrupteur s'ouvre et l'énergie emmagasinée dans l'inductance commande la circulation du courant dans la diode de roue libre D. On a alors $V_K = V_0$. En écrivant que la tension moyenne aux bornes de l'inductance est nulle, on arrive à :

$$V_0(1-\alpha) = E \Rightarrow \frac{V_0}{E} = \frac{1}{1-\alpha}.$$

Le montage est élévateur de tension.

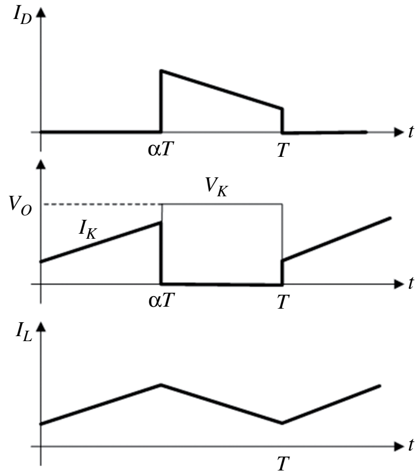


Figure 16.9 Forme des tensions et courants du circuit BOOST

16.3.3 Hacheur à stockage inductif ou BUCK-BOOST

Cette structure de convertisseur permet d'obtenir des tensions négatives à partir de tension positive. Le schéma de principe est présenté sur la figure suivante. Quand l'interrupteur est fermé pendant la durée $\alpha{\cdot}T$, le courant augmente linéairement. La tension V_L est égale E. À l'ouverture de K, la diode prend le relais et la tension V_L est égale à $-V_O$.

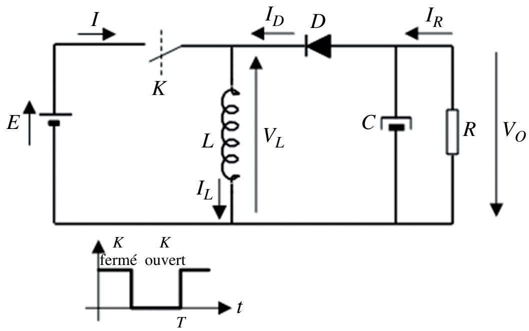


Figure 16.10 Circuit BUCK-BOOST

Par définition la tension moyenne aux bornes de l'inductance est nulle. Il en résulte que :

$$E \cdot \alpha \cdot T = V_o(1-\alpha)T \Rightarrow \frac{V_o}{E} = \frac{\alpha}{1-\alpha}.$$

Le choix du rapport cyclique α permet d'obtenir une valeur de tension V_o.

Il existe différents types de régulation : en tension ou en courant, en rapport cyclique ou en fréquence. Nous décrivons ci-dessous un principe souvent employé de régulation de tension.

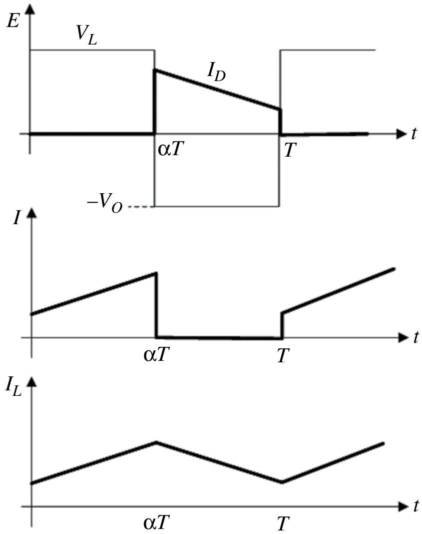


Figure 16.11 Forme des tensions et courants du circuit BUCK-BOOST

16.3.4 Régulation de la tension de sortie

La tension de sortie est régulée en comparant une fraction de la tension de sortie $\beta \cdot V_s$ avec une tension de référence. La fraction de tension de sortie est obtenue avec deux résistances et la différence des deux tensions est amplifiée comme le montre la figure 16.12.

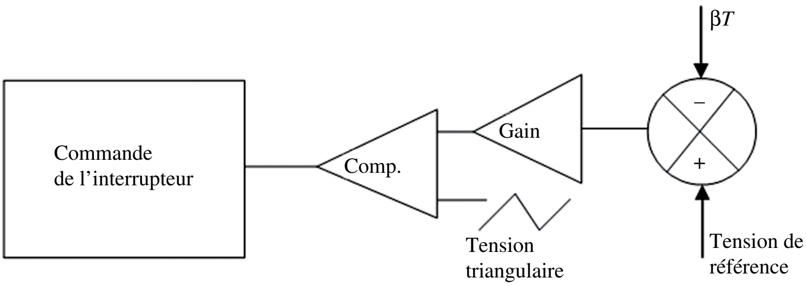


Figure 16.12 Régulation de la tension de sortie

La différence des deux tensions amplifiées est comparée par rapport à un signal triangulaire et le signe de cette différence commande l'ouverture de l'interrupteur.

Pour un montage du type hacheur série, si la tension de sortie est trop élevée la différence avec la tension de référence devient plus importante et la comparaison avec le signal triangulaire conduit à une réduction du rapport cyclique ce qui a pour effet de réduire la tension de sortie.

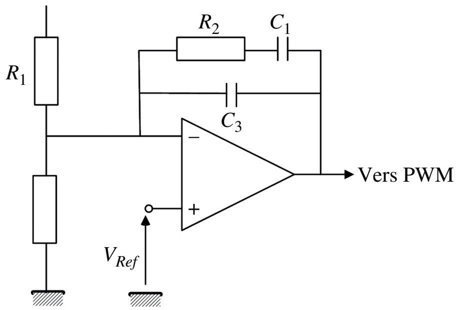


Figure 16.13 Exemple de circuit correcteur de la marge de phase

Pour assurer la stabilité du convertisseur DC-DC, il est ajouté un circuit correcteur. La marge de phase doit être supérieure à 45° ou la marge de gain d'au moins 10 dB pour une phase de 180°.

16.3.5 Exemple de convertisseur DC-DC

Nous présentons ci-dessous le schéma d'application d'un circuit de conversion DC-DC largement employé dans les alimentations. On retrouve les principaux éléments décrits dans le schéma de principe du convertisseur BOOST. L'inductance L_1 est placée à l'extérieur du circuit de gestion. L'interrupteur est remplacé par le MOS N1. La diode D_1 est une diode Schottky rapide et avec une faible chute de tension. La régulation en tension est assurée en appliquant la tension aux bornes de R8 sur l'entrée FB. Le courant de sortie est limité en appliquant la tension mesurée aux bornes de R_1 sur les entrées C_S du circuit. Dans le cas de ce circuit, le courant de sortie est faible et la résistance de mesure du courant est de valeur importante. Le circuit fonctionnant à fréquence élevée, son alimentation est maintenue constante par une capacité de découplage C_1 et il en est de même pour sa sortie avec C_3. Le réseau R_1–C_4 augmente la marge de stabilité de la régulation.

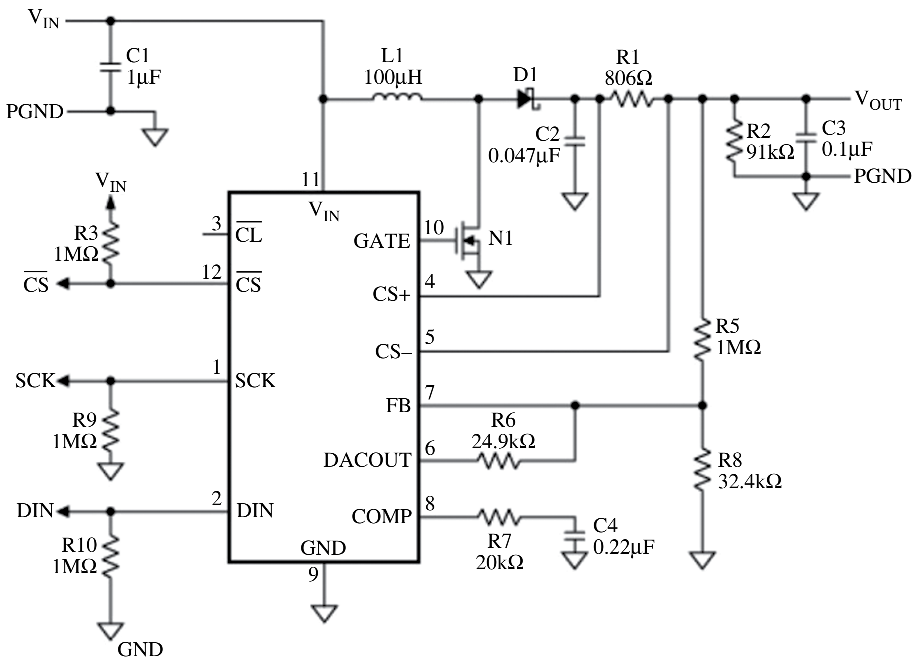


Figure 16.14

16.3.6 Design des convertisseurs DC-DC

De nombreux site de constructeurs de circuits intégrés aident à la conception des convertisseurs DC-DC :

- Texas Instrument avec le Webench ;
- Linear Technology LTpowerCAD ;
- Maxim, EE-Sim.

L'outil de Texas Instrument est performant et simple à utiliser. Il permet de sélectionner un circuit pour une tension d'entrée/sortie donnée, un courant donné. On fait une sélection d'un design basé sur le meilleur rendement possible ou l'intégration la plus poussée. On peut simuler électriquement, simuler thermiquement, déterminer le réseau correcteur pour assurer une bonne stabilité comme le montre les figures 16.15 à 16.18.

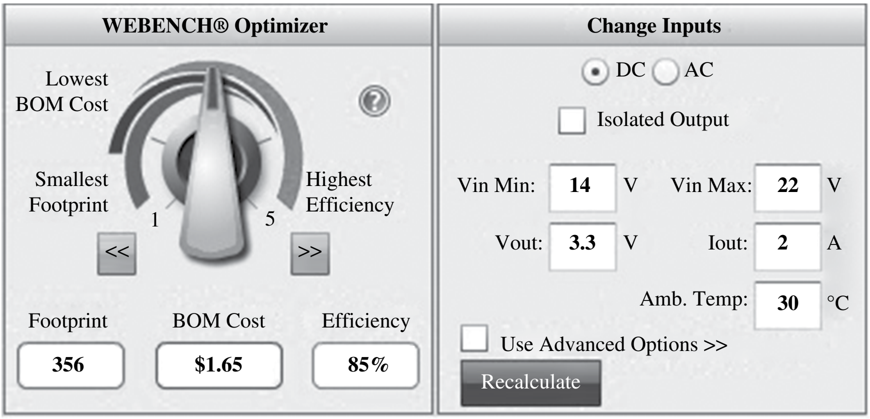


Figure 16.15 Logiciel Texas Instrument (Webench)

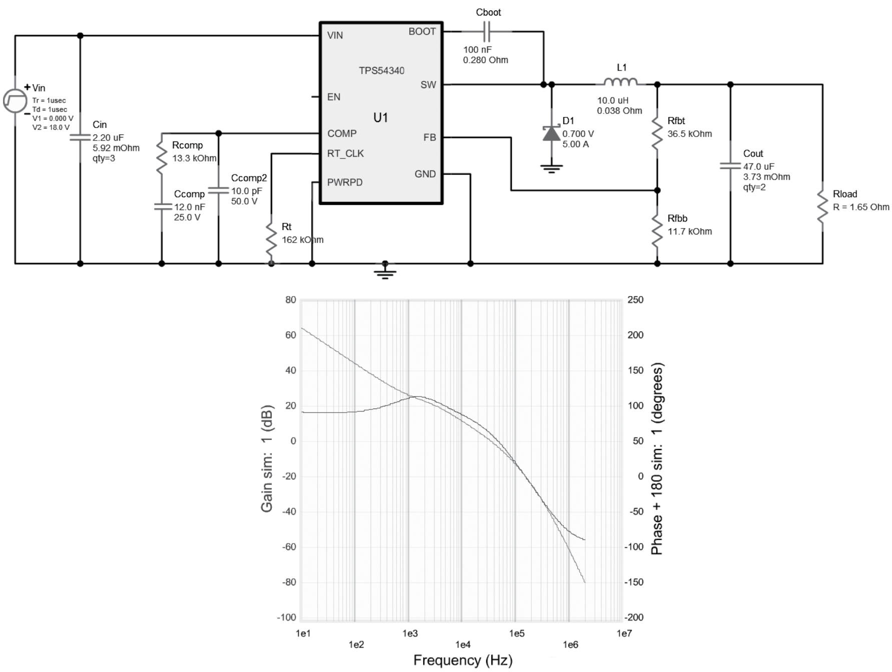


Figure 16.16 Simulation avec le logiciel TI Webench

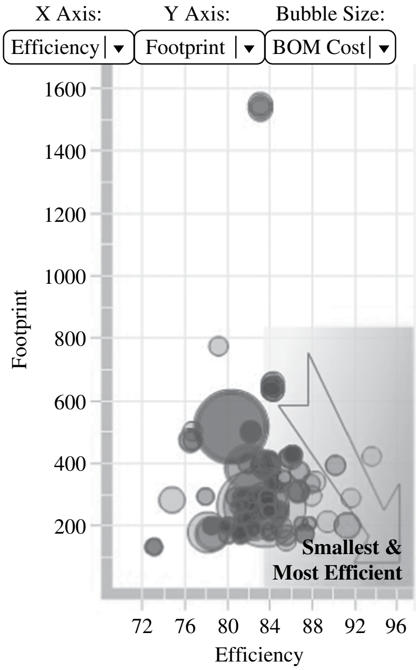


Figure 16.17 Optimisation avec le logiciel TI Webench

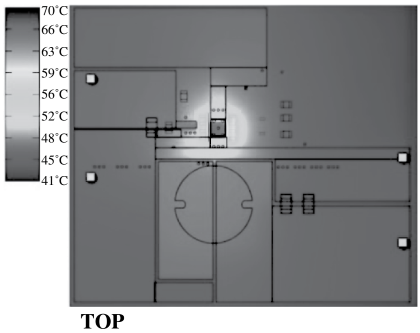


Figure 16.18 Simulation thermique avec le logiciel TI Webench

17 Électronique à temps discret

17.1 Introduction

17.1.1 Électronique des systèmes

On peut classer l'électronique en trois familles.

Électronique analogique

Le signal évolue continument en fonction du temps et possède une gamme d'amplitude elle aussi continue. Le signal est analogique et il n'est pas possible de le mémoriser. Pour le modifier, on peut utiliser des composants passifs type R, L et C qui peuvent être couteux quand on cherche à développer un système intégré. La transmission du signal est fortement sensible aux bruits et parasites externes.

Électronique numérique

Elle est apparue à partir des années 1970 et qui concerne la plupart des dispositifs. Dans ce cas, le signal est discrétisé dans le temps où l'on mémorise 'Fe' échantillons par seconde. L'amplitude du signal est quantifiée à l'aide d'un codage sur 'n' bits et peut donc prendre un nombre fini de valeur allant de 0 à $2^n - 1$. La variable est donc numérique avec une grande facilité de traitement ou de transmission. Il faut néanmoins faire attention aux phénomènes de repliement et d'erreur de quantification qui tendent à dégrader l'information.

Électronique à temps discret

Développé au début des années 1980 en appui de la technologue MOS, ce principe combine l'analogique pour l'amplitude du signal et la technologie numérique pour sa discrétisation temporelle. Aussi appelée électronique à capacités commutées, le rapport coût/performance de cette approche est favorable dans un contexte d'intégration et de versatilité d'utilisation. On retrouve cette technologie dans le domaine de l'instrumentation de capteurs et de l'électronique analogique programmable.

17.1.2 Principe de l'électronique à temps discret

Notion de synthèse de résistance

L'électronique à temps discret s'appuie sur l'utilisation de condensateurs dont la connexion au sein du circuit est variable selon l'état d'interrupteurs. Si l'on examine le courant moyen qui traverse ainsi le condensateur par cycle de fonctionnement, on retrouve un comportement ohmique.

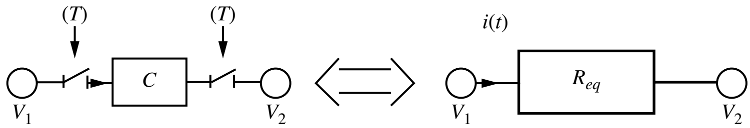


Figure 17.1 Concept de la synthèse de résistance

En supposant une connexion alternative entre deux potentiels V_1 et V_2 sur une période de fonctionnement T, le courant moyen qui en résulte peut s'exprimer sous la forme :

$$< i > = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{CV_1 - CV_2}{T}$$

En faisant l'analogie avec le courant traversant une résistance, le comportement est ainsi équivalent à :

$$\left(V_1 - V_2\right) = R_{eq} I \text{ avec } R_{eq} = \frac{T}{C}$$

Cela montre que le comportement en courant moyen d'une capacité commutée est équivalent à une résistance intégrée. De plus, la valeur de cette résistance équivalente est réglable en jouant sur la période *T* de commutation. Ce concept est le principe de base de l'électronique analogique programmable où l'on peut synthétiser des résistances équivalentes variables et ainsi développer des architectures d'amplificateur, intégrateur, filtre qui soient programmables.

Condensateur et charges isolées

Un condensateur, lorsqu'il n'est pas connecté, se comporte comme un point mémoire par la conservation de la charge électrique (Q) à ses bornes.

Les équations électriques qui régissent son fonctionnement sont :

$$Q_A = +CV_{AB} = -Q_B$$

Le courant qui le traverse est relié aux variations tensions :

$$i(t) = +C\frac{\mathrm{d}V_{AB}(t)}{\mathrm{d}t}$$

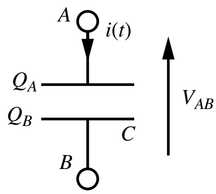


Figure 17.2 Convention aux bornes d'un condensateur

On parlera de système isolé pour un système dont la quantité de charge Q est constante vis-à-vis de l'extérieur du système. C'est une notion fondamentale dans le domaine des capacités commutées car en créant des systèmes isolés on crée des points mémoires que l'on peut ensuite transférer pour « manipuler » ces charges stockées.

Exemple de systèmes isolés ou non

En figure 17.3, les systèmes encadrés constituent des charges isolées dont la valeur totale est constante. Si aucun courant ne peut rentrer ou sortir du système, alors la charge électrique du système ne peut pas varier.

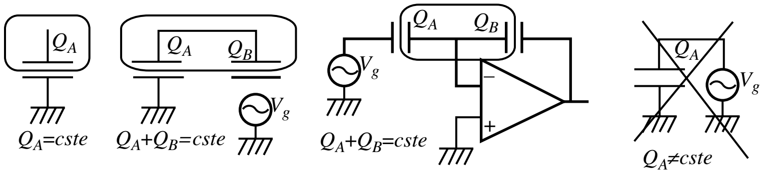


Figure 17.3 Exemple de système isolé ou non isolé

Interrupteurs

Les capacités commutées utilisent des interrupteurs afin de modifier la topologie du circuit. Ils sont schématisés par un circuit ouvert que l'on vient refermer à l'aide d'un signal d'horloge (H). Ils sont réalisés en technologie CMOS. Le niveau haut (H = '1') ou bas (H = '0') permet de définir l'état de l'interrupteur : fermé ou ouvert.

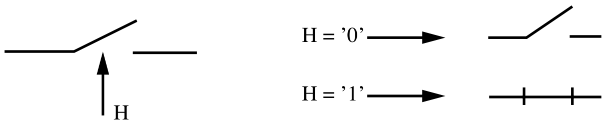


Figure 17.4 Convention d'utilisation des interrupteurs

À chaque interrupteur est associé un signal d'horloge qui le pilote. À noter que leur ouverture et fermeture ne sont pas instantanées. Associés à des condensateurs, les temps de charge et décharge ne sont pas non plus instantanés.

17.2 Principe des capacités commutées

17.2.1 Circuit de base : émulation d'une résistance

En associant un condensateur à deux interrupteurs qui séparent deux potentiels V_A et V_B, il est possible de reproduire le comportement en courant d'une résistance. Les deux interrupteurs permettent de faire évoluer la topologie du circuit sur un cycle de fonctionnement de période T et fait appel ici à deux horloges H1 et H2.

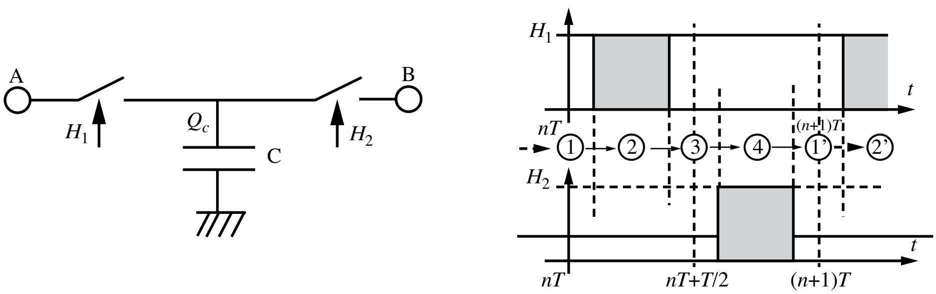


Figure 17.5 Horloges non recouvrantes H1 et H2 pour le pilotage des interrupteurs

Les horloges H1 et H2 sont non recouvrantes, il y a toujours une phase de temps mort où les deux horloges sont à '0' avant le passage à '1' d'une horloge. Ici cela correspond aux phases 1 et 3.

Sur une période T, il y a ainsi quatre phases de fonctionnement reliées au séquencement des horloges H1 et H2 qui modifie l'état des interrupteurs :

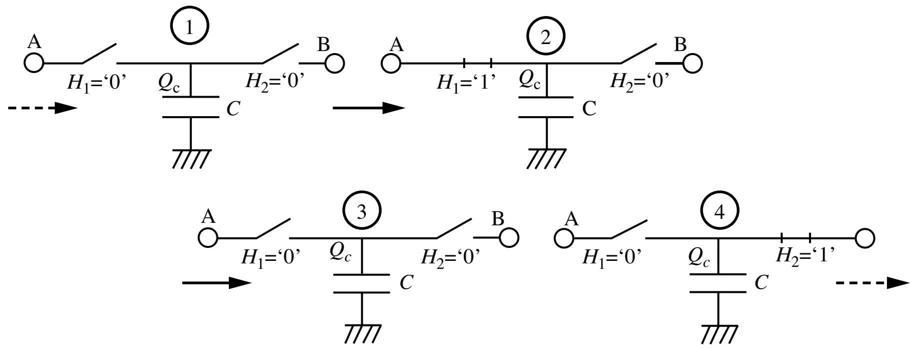


Figure 17.6 Évolution de la topologie du circuit durant une période de fonctionnement T

- **Phase 1** : $t = (nT) \rightarrow$ H1 = '0' & H2 = '0'

C'est la phase d'initialisation, les deux interrupteurs sont ouverts. La charge Q_c est isolée. Elle est donc constante, sa valeur est identique à l'instant précédent l'entrée en Phase 1 ($t = nT^-$).

$$Q_c(nT) = cste = Q_c(\text{'précédent'})$$

- **Phase 2** : $t \in]nT ; nT + T/2[\rightarrow$ H1 = '1' & H2 = '0'

C'est la phase d'acquisition. On connecte l'entrée A aux bornes du condensateur.

$$Q_c(t) = C \cdot V_A$$

- **Phase 3** : $t = (nT + T/2) \rightarrow$ H1 = '0' et H2 = '0'

On crée un système isolé qui mémorise la tension V_A à cet instant au travers de la charge Q_c. La charge stockée est égale à sa valeur en fin de phase précédente (ici 2).

$$Q_c(nT + T/2) = C \cdot V_A$$

- **Phase 4** : $t \in]nT + T/2 ; nT + T[\rightarrow$ H1 = '0' & H2 = '1'

On dit que l'on transfert la charge Q_c vers B. Ce transfert vient modifier la charge aux bornes de C telle que :

$$Q_c((n+1)T) = C \cdot V_B$$

À la fin de cette phase, on retourne en phase 1 de manière à recommencer le cycle ($\underline{n}$ + 1). Ainsi on se rend compte que la charge Q_c, étant isolée, est telle que :

$$Q_c(nT) = cste = C \cdot V_B$$

- **Bilan** : à chaque cycle de fonctionnement de période *T*, il y a un transfert de charge entre *A* et *B* par l'intermédiaire de Q_c tel que : $\Delta Q_c = C\left(V_A - V_B\right)$.

Le courant résultant « moyen » s'exprime par la relation :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{C}{T}\left(V_A - V_B\right) \propto \frac{\left(V_A - V_B\right)}{R_{eq}}$$

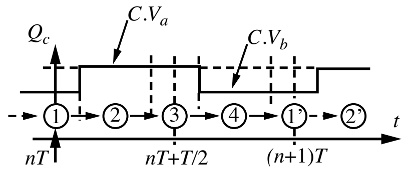


Figure 17.7 Évolution de la charge Q_c durant les phases de fonctionnement

On retrouve bien un comportement similaire à une résistance équivalente dont la valeur dépend du condensateur *C* et de la période des horloges.

$$R_{eq} = \frac{T}{C}$$

17.2.2 Conditions d'équivalence

Cette mise en équation n'est valable que si les potentiels V_A et V_B ne sont pas modifiés par les transferts de charge qui ont lieu lorsque les interrupteurs sont mis en position fermée. On verra dans les architectures qui exploitent cette équivalence que l'on fait appel à des amplificateurs opérationnels qui permettent d'imposer des potentiels indépendamment des connections.

On a supposé que les potentiels V_A et V_B ne variaient pas durant un cycle complet de fonctionnement. Cela implique que la fréquence de fonctionnement ($f = 1/\mathrm{T}$) soit très grande devant les variations de V_A et V_B afin d'éviter le phénomène de repliement bien connu en acquisition de données.

À l'opposé, les phénomènes transitoires ne sont pas ici pris en compte (temps 'τ' d'ouverture et de fermeture des interrupteurs, temps de charge (ou décharge) du condensateur. Il faut donc que $\mathrm{T} \gg \tau$.

Les horloges sont nécessairement des horloges non recouvrantes à l'état haut afin de ne jamais être dans une situation pouvant générer la fermeture des deux interrupteurs en même temps. Cela provoquerait un « court-circuit » entre les potentiels V_A et V_B avec une perte d'information sur la charge stockée aux bornes de *C*. Ce temps de non-recouvrement est considéré comme très faible par rapport à la période *T* d'un cycle.

17.2.3 Domaine d'application de l'électronique à temps discret

Les capacités commutées se retrouvent dans le domaine du filtrage adaptatif. L'exemple du circuit MF10 de chez Texas Instruments est le plus connu. Il possède dans son architecture des intégrateurs à base de capacités commutées qui permettent de synthétiser des « filtres analogiques » dont les caractéristiques sont modifiables via la fréquence d'horloge associée.

On les retrouve aussi dans le domaine de la conversion analogique/numérique où les architectures du type Sigma-Delta, à redistribution de charges ou encore à rampe, intègrent des capacités commutées pour des raisons de vitesse de fonctionnement ou encore de précision mais aussi d'intégration.

Les interfaces capteurs autour de mesure de capacités variables (type accéléromètre ou capteur d'humidité) sont compatibles pour s'insérer dans une électronique à temps discret. Dans ce cas, la sortie du capteur est en général une sortie binaire sur 1 bit dont la fréquence est à l'image de l'amplitude de la mesure, c'est le principe des convertisseurs Sigma-Delta.

Enfin, il existe des circuits analogiques programmables (FPAA : *Field Programmable Analog Array*) qui intègrent des blocs de fonction analogiques (amplificateur, filtre, multiplieur, CAN/CNA) que l'on peut configurer et interconnecter selon les besoins en gain, fréquence de coupure, etc. On peut ainsi accélérer le design d'un circuit en s'appuyant sur cette technologie. On pourra regarder les produits de la société Anadigm par exemple (www.anadigm.com).

17.3 Mise en application : cas de l'intégrateur

17.3.1 Architecture temps continu/temps discret

Concevoir un circuit à base de capacités commutées revient à remplacer les éléments résistifs par une capacité associée à des interrupteurs. Le premier cas simple est l'intégrateur.

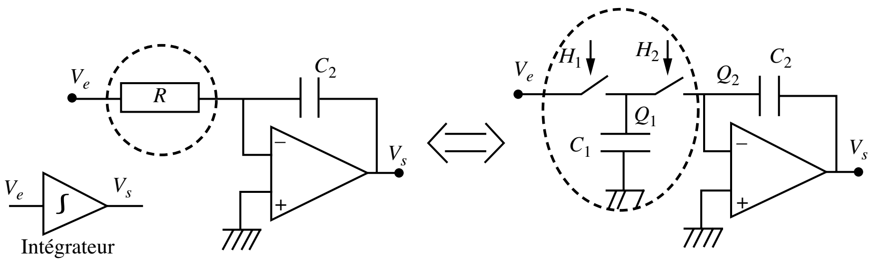


Figure 17.8 Intégrateur analogique et équivalent en version capacités commutées.

La fonction de transfert de l'intégrateur est :

$$H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = -\frac{1}{\tau p} \text{ avec } \tau = RC_2 \text{ et } p \text{ variable de Laplace } (p = jw)$$

L'expression temporelle du filtre est :

$$V_s(t) = -\frac{1}{\tau}\int_0^t V_e(t)\mathrm{d}t + V_s(0)$$

Si la tension V_e est constante, avec une tension V_s nulle comme condition initiale, on obtient comme expression pour $V_s(t)$:

$$V_s(t) = -\frac{V_e}{\tau}t$$

17.3.2 Intégrateur à temps discret : équation de récurrence

Les horloges H1 et H2 sont des horloges non recouvrantes qui relient d'abord V1 à C_1 (H1 = '1'), puis mettent ensuite en commun les charges de C_1 et C_2 (H2 = '1') ce qui modifie la tension Vs par un transfert de charge au sein d'un système isolé.

En reprenant les quatre phases de fonctionnement des horloges, on obtient le séquencement suivant :

- **Phase 1** : $t = (nT) \rightarrow$ H1 = '0' et H2 = '0'

Q_1 est isolée : $Q_1(nT) = cste = valeur\ phase\ précédente$

Q_2 est isolée : le condensateur voit à ses bornes la différence de tension $(e^-(t) - V_s(t))$ avec $e^-(t) = e^+(t) = O$ soit :

$$Q_2(nT) = -C_2 \cdot V_s(nT)$$

- **Phase 2** : $t \in \left]nT; nT + T/2\right[\rightarrow$ H1 = '1' et H2 = '0'

On fait une acquisition de charges aux bornes de C_1 telle que :

$$Q_1(t) = C_1 \cdot V_1(t)$$

La charge aux bornes de C_2 n'a pas bougé, on a toujours :

$$Q_2(nT) = -C_2 \cdot V_s(nT)$$

- **Phase 3** : $t = (nT + T/2) \rightarrow$ H1 = '0' et H2 = '0'

La topologie est identique à la phase 1. On a deux systèmes isolés tels que :

$$Q_1(nT + T/2) = C_1 \cdot V_1(nT + T/2)$$

$$Q_2(nT + T/2) = -C_2 \cdot V_s(nT)$$

- **Phase 4** : $t \in \left]nT + T/2; nT + T\right[\rightarrow$ H1 = '0' & H2 = '1'

La topologie du circuit met en commun les charges $(Q_1 + Q_2)$ au sein d'un système isolé. Il y a donc conservation de la charge globale vis à vis de la fin de la charge 3.

Q_1 voit à ses bornes deux potentiels identiques :

$$Q_1(t) = 0$$

Q_2 voit à ses bornes la tension différentielle $-V_s(t)$:

$$Q_2(t) = -C_2 \cdot V_s(t) = C_2 \cdot V_s(nT)$$

De plus la conservation de la charge impose :

$$Q_1(t) + Q_2(t) = Q_1(nT + T/2) + Q_2(nT + T/2)$$

Ainsi durant la phase 4, on peut en déduire la valeur de V_s :

$$V_s(t) = V_s(nT) - \frac{C_1}{C_2} V_1(nT + T/2)$$

À la fin de la phase 4, et donc lors du début du nouveau cycle à l'instant $t = (n + 1)T$, en nouvelle phase 1, on obtient l'équation de récurrence :

$$V_s\big((n+1)T\big) = V_s(nT) - \frac{C_1}{C_2} V_1(nT + T/2)$$

- **Bilan** : à chaque période de fonctionnement, la tension de sortie varie d'un échelon d'amplitude $-\frac{C_1}{C_2} V_1(nT + T/2)$. C'est le comportement d'un intégrateur inverseur.

En posant $R_{eq} = \frac{T}{C_1}$, on retrouve l'équation équivalente d'un intégrateur inverseur discrétisé à la période T. Avec V_1 constant et $V_s(0) = 0$ on obtient :

$$V_s\big((n+1)T\big) = V_s(nT) - \frac{T}{R_{eq}C_2} V_1 = -\frac{(n+1)T}{R_{eq}C_2} V_1$$

On obtient les évolutions suivantes pour Q_1 et V_s en fonction du temps. On y retrouve la phase de charge de Q_1 puis de transfert vers Q_2 qui fait évoluer V_s.

17.3.3 Topologie à capacités MOS intégrés

La structure associant deux interrupteurs à un condensateur pour synthétiser une résistance présente une limitation quand on cherche à faire de l'intégration au sein d'un circuit électronique.

En technologie CMOS, un condensateur est obtenu par un empilement de couche isolante et conductrice. Le condensateur est obtenu par deux surfaces conductrices (Polysilicium dopé par exemple) planaires séparées par un isolant (SiO_2). Liées aux imprécisions sur les épaisseurs de couches, la tolérance sur la valeur nominale de cette capacité est importante (± 10 %), mais présente l'avantage d'être la même pour l'ensemble des condensateurs, ce qui donne des rapports de valeur précis d'environ 0,1 %.

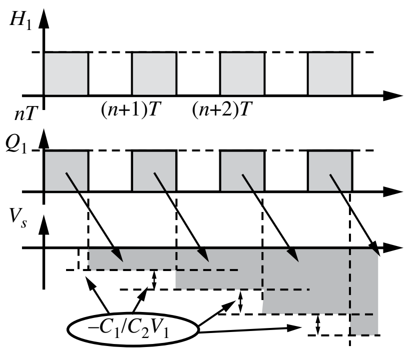


Figure 17.9 Allure de la tension V_s en lien avec l'horloge de séquencement H1 et la charge Q_1

Néanmoins, cet empilement implique la présence de deux capacités parasites (C_{p1} et C_{p2}) vis-à-vis du substrat polarisé à la masse. Cela influence directement le fonctionnement du circuit en participant au transfert de charges.

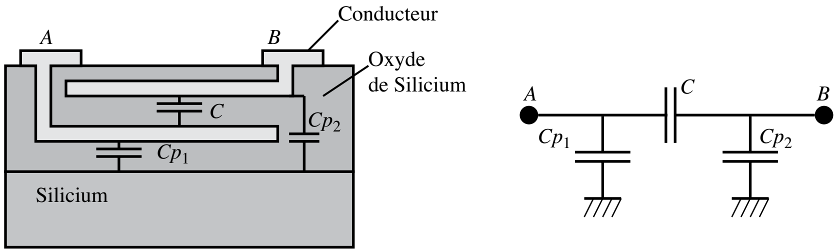


Figure 17.10 Illustration de la réalisation d'une capacité intégrée et son schéma équivalent

Vis-à-vis de C, l'ordre de grandeur de C_{p1} est de 10 % et celui de C_{p2} de 1 %.
Pour réduire leur impact sur le circuit, il est préférable d'utiliser une synthèse de résistance qui utilise quatre interrupteurs associés au condensateur. Cette structure présente l'avantage de transférer les charges accumulées au sein des capacités parasites à la masse et non plus au sein du circuit.

17.3.4 Intégrateur non inverseur à structure intégrée

L'architecture du circuit suivant effectue la synthèse de la résistance de l'intégrateur en utilisant la structure capacitive à quatre interrupteurs.

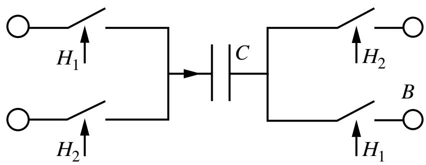


Figure 17.11 Synthèse de résistance insensible aux capacités parasites

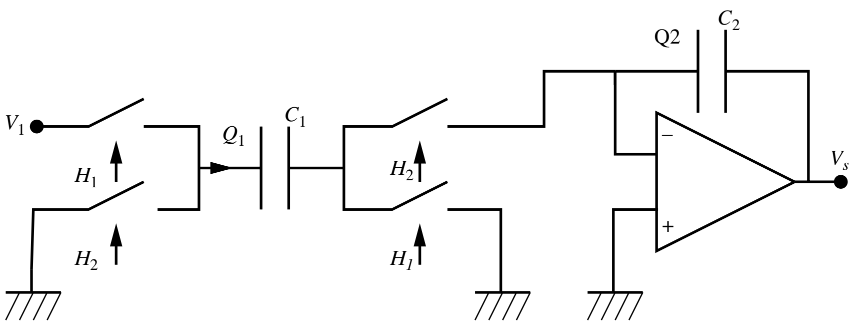


Figure 17.12 Intégrateur à capacités commutées

Les horloges H1 et H2 sont non recouvrantes. En reprenant l'étude précédente, on vient tout d'abord stocker aux bornes de C_1 à travers Q_1 la tension V_1 (H1 = '1' et H2 = '0'). Puis on effectue un transfert de cette charge Q_1 en direction de C_2 en créant un système isolé entre les armatures de C_1 et C_2 (H1 = '0' et H2 = '1'). Les phases de non-recouvrement (H1 = '0' et H2 = '0') permettent de figer le circuit et donc de mémoriser l'état entre les phases de stockage et transfert.

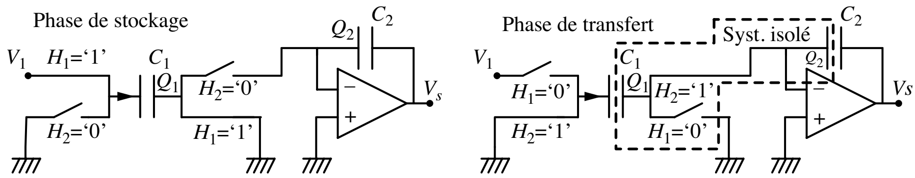


Figure 17.13 Évolution de la topologie de l'intégrateur à capacités commutées

Les équations qui régissent le fonctionnement sur une période de fonctionnement sont :

- **Phase de stockage** : $t \in \left]nT; nT + T/2\right[\rightarrow$ H1 = '1' et H2 = '0'

On fait une acquisition de charges sur $(-Q_1)$, Q_2 n'évolue pas :

$$Q_1(t) = -C_1 V_1(t)$$

$$Q_2(t) = -C_2 V_s(nT)$$

- **Phase de transfert** : $t \in \left]nT + T/2; nT + T\right[\rightarrow$ H1 = '0' et H2 = '1'

$$Q_1(t) = 0$$

$$Q_2(t) = -C_2 V_s(t)$$

Le système isolé constitué de $\left[Q_1(t) + Q_2(t)\right]$ est à charge constante, soit :

$$-C_1 V_1\left(nT + \frac{T}{2}\right) - C_2 V_s(nT) = -C_2 V_s(t)$$

D'où l'équation de récurrence :

$$V_s\big((n+1)T\big) = \frac{C_1}{C_2} V_1\left(nT + \frac{T}{2}\right) + V_s(nT)$$

On est ici dans un fonctionnement d'intégrateur positif discrétisé. À chaque période de fonctionnement T, la tension de sortie est incrémentée d'un pas d'amplitude $\frac{C_1}{C_2} V_1\left(nT + \frac{T}{2}\right)$.

Par analogie avec l'intégrateur, cela signifie que cette topologie permet une synthèse de résistance négative telle que : $R_{eq} = -\frac{T}{C_1}$

17.3.5 Étude en fréquence de l'intégrateur à temps discret : domaine de validité

Si l'on reprend l'équation de récurrence de l'intégrateur à temps discret, on peut l'exprimer en effectuant la transformation de Laplace de cette équation :

$$Vs(n+1)-Vs(n)=-\frac{C_1}{C_2}V_e(n+1/2) \underset{\substack{\text{TF de}\\ \text{Laplace}}}{\Leftrightarrow} Vs(p)*e^{pTe}-Vs(p)=-\frac{C_1}{C_2}V_e(p)*e^{\frac{pTe}{2}}$$

avec $p = jw$ et Te la période d'horloge utilisée pour les capacités commutées.

On obtient la fonction de transfert équivalente pour l'intégrateur à temps discret :

$$H(p)=\frac{Vs(p)}{Ve(p)}=\left(-\frac{C_1}{C_2T_e}\frac{1}{p}\right)\left[\frac{pT_e}{\left(e^{\frac{pTe}{2}}-e^{-\frac{pTe}{2}}\right)}\right]$$

Le premier terme $\left(-\frac{C_1}{C_2T_e}\frac{1}{p}\right)$ de la fonction de transfert H correspond à l'expression de l'intégrateur parfait où l'on reconnaît le terme $\left(-\frac{1}{\tau p}\right)$ avec $\tau=\frac{T_e}{C_1}C_2=R_{eq}C_2$. Le deuxième terme $\left[\frac{pT_e}{\left(e^{\frac{pTe}{2}}-e^{-\frac{pTe}{2}}\right)}\right]$ est un terme d'erreur qui montre la limite de validité de l'électronique à temps discret. Ce terme est équivalent à 1 pour $pTe \ll 1$.

En remplaçant la variable de Laplace par son expression $p = jw = j2\pi f$, on peut alors étudier le comportement en fonction de la fréquence de la fonction H. En prenant le cas d'un intégrateur avec une constante de temps $\tau = 1$ ms et une période d'horloge de 1 ms, soit une fréquence de commutation $fe = 1$ kHz, on trouve les amplitudes suivantes pour l'intégrateur parfait et l'intégrateur à temps discret.

On a ainsi une équivalence entre les deux circuits si les variations du signal d'entrée sont lentes vis à vis de la fréquence (*fe*) des horloges utilisées pour la commutation des interrupteurs. Un rapport de 10 entre *fe* et la fréquence maximale du signal est en général suffisant pour considérer une équivalence satisfaisante (erreur d'environ 1 %).

On retrouve la nécessité d'avoir un signal qui évolue peu sur une période de fonctionnement des capacités commutées pour admettre la synthèse de résistance.

Sur le comportement en fréquence plus global, on retrouve le fonctionnement discret qui revient à faire un échantillonnage temporel du signal.

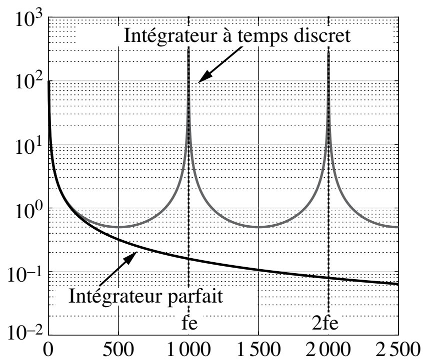


Figure 17.14 Comportement en fréquence de l'intégrateur à temps discret et de l'intégrateur parfait

Ainsi, le spectre en fréquence de la fonction de transfert est périodique de période *fe* avec une symétrie entre chaque répétition du spectre.

17.3.6 Reconfigurabilité

On peut montrer que si l'on intervertit l'ordre d'une des deux horloges H1 – H2, la synthèse est alors équivalente à une résistance positive. Cela signifie que si les horloges sont reconfigurables, on peut modifier le comportement global du système, ici en l'occurrence de passer d'un intégrateur positif à un intégrateur négatif.

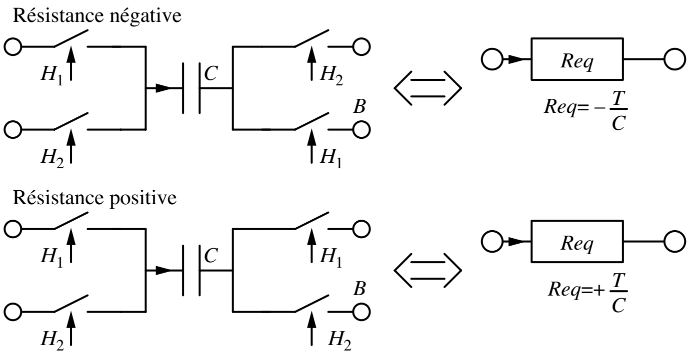


Figure 17.15 Schéma équivalent pour une synthèse de résistance positive ou négative

17.4 Électronique de fonctions à base de capacités commutées

17.4.1 Amplificateur de gain

L'amplificateur de gain à temps discret utilise un rapport de capacité pour effectuer l'amplification à la place d'un rapport de résistance. On y retrouve deux horloges H1 et H2 non recouvrantes.

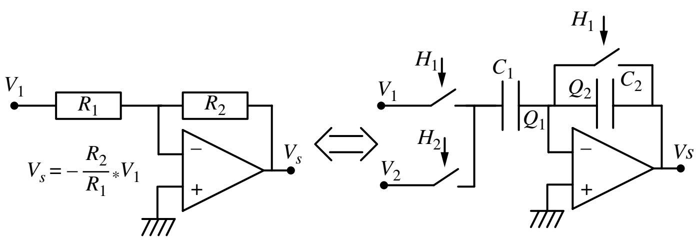


Figure 17.16 Schéma électrique d'un amplificateur continu et son équivalent à temps discret

En examinant la topologie proposée, on dispose ici d'une entrée différentielle (V_1 et V_2) et des interrupteurs qui font évoluer la structure du circuit selon l'état des horloges H1 et H2. L'horloge H1 vient prélever la tension V_1 et effectue une remise à zéro sur V_s. L'horloge H2 stocke la tension V_2 sur C_1, alors que Q_1 et Q_2 constitue un système isolé, ce qui provoque une variation sur V_s qui est reliée aux valeurs de V_1, V_2, C_1 et C_2.

- **Phase de mise à jour** : $t \in \left]nT; nT+T/2\right[\rightarrow$ H1 = '1' et H2 = '0'

$$Q_1(t) = -C_1V_1(t)$$

$$Q_2(t) = 0$$

- **Phase de transfert** : $t \in \left]nT+T/2; nT+T\right[\rightarrow$ H1 = '0' et H2 = '1'

Q_1 et Q_2 constituent un système isolé tel que :

$$Q_1(t) = -C_1V_2(t)$$

$$Q_2(t) = -C_2V_s(t)$$

La conservation de la charge $(Q_1 + Q_2)$ entre les deux phases implique :

$$-C_1V_1\left(nT+\frac{T}{2}\right)+0 = -C_1V_2(t) - C_2V_s(t)$$

Ainsi à l'instant $t = (nT + T)$, on obtient :

$$V_s(nT+T) = \frac{C_1}{C_2}\left[V_1(nT+T/2) - V_2(nT+T)\right]$$

La tension de sortie V_s, à chaque période de fonctionnement, correspond bien à la discrétisation de l'amplification par le facteur C_2/C_1 de la différence de tension $V_1 - V_2$. La fonction réalisée est un amplificateur de tension dont le gain correspond au rapport des capacités mises en jeu.

17.4.2 Comparateur

Un comparateur peut être vu comme un amplificateur différentiel à très fort gain qui provoque la « saturation » du signal en sortie. Vis-à-vis de l'amplificateur précédent, dans ce cas, en supprimant le condensateur C_2, on obtient alors la fonction désirée figure 17.17 :

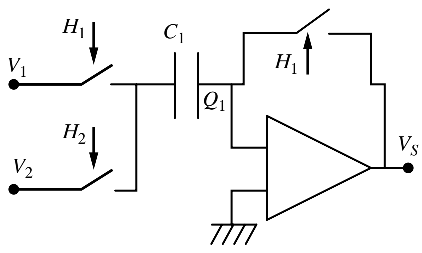


Figure 17.17 Comparateur à temps discret

Si l'on reprend les équations de fonctionnement, selon les états non-récouvrants de H1 et H2 :

► **Phase d'acquisition** : $t \in \left]nT ; nT + T/2\right[\rightarrow$ H1 = '1' et H2 = '0'

L'amplificateur linéaire intégré (ALI) est en mode linéaire par le rebouclage de la sortie sur l'entrée qui induit que les deux tensions d'entrée de l'ALI vérifient : $e^+ = e^- = 0$, soit : $Q_1 = C_1\left(e^- - V_1\right) = -C_1 V_1$.

De plus $V_s = 0$.

► **Phase de comparaison** : $t \in \left]nT + T/2 ; nT + T\right[\rightarrow$ H1 = '0' et H2 = '1'

L'ALI est en boucle ouverte et la tension de sortie est reliée à la tension différentielle $V_s = A_d\left(e^+ - e^-\right) = -A_d \cdot e^-$ avec A_d très grand (> 10^5).

De plus Q_1 est dans cette phase un système isolé, sa valeur est donc constante soit :

$$Q_1(t) = C_1\left(e^- - V_2\right) = -C_1 V_1 (nT + T/2)$$

Ce qui donne dans cette phase : $e^- = \left(V_2 - V_1\right)$. Ainsi à l'instant $(n+1)T$, si :

$$V_2((n+1)T) > V_1(nT + T/2) \Rightarrow e^- > 0 \Rightarrow V_s = +V_{sat}$$

$$V_2((n+1)T) < V_1(nT + T/2) \Rightarrow e^- < 0 \Rightarrow V_s = -V_{sat}$$

C'est un fonctionnement en mode comparateur où la tension de sortie prend une valeur image du signe de la différence entre deux potentiels.

17.4.3 Filtre

La réalisation d'un filtre à temps discret peut se mettre en œuvre selon deux principes. Le premier principe consiste à remplacer tous les éléments « résistifs » du filtre par leur équivalent en capacité commutée. Le deuxième principe consiste à exprimer la fonction de transfert à l'aide d'intégrateurs, via un graphe de fluence, qui sont tous synthétisés à l'aide de leur architecture à temps discret vue précédemment.

Réalisation de structure de filtre à capacités commutées

En partant de la structure d'un filtre analogique, sa structure à temps discret s'appuie sur l'insertion de capacités et de leur topologie d'interrupteurs. Ainsi pour le cas d'un filtre passe bas du premier ordre, on obtient le circuit figure 17.18.

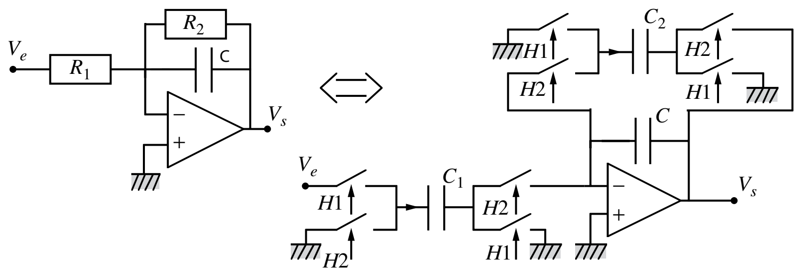


Figure 17.18 Mise en œuvre d'un filtre à capacités commutées, cas d'un filtre du premier ordre

On notera dans le circuit ci-dessus que les horloges H1 et H2 sont non recouvrantes. H1 est active sur la phase d'acquisition, H2 est l'horloge qui met en commun les charges entre C_1 et C_2 au sein d'un système isolé, ce qui modifie la tension de sortie *Vs*.

L'équation de récurrence est telle que :

$$Vs(n+1)=\frac{C}{C+C_2}Vs(n)+\frac{C_1}{C+C_2}Ve\left(n+\frac{1}{2}\right)$$

Analyse en fréquence : validité de l'équivalence

La fonction de transfert du filtre analogique est :

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)}=-\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{1+R_2Cp}$$

avec p variable de Laplace ($p=jw$).

Si l'on calcule la fonction de transfert en temps discret à utilisant la transformation de l'équation de récurrence on obtient :

$$V_s(p)*e^{pTe}=\frac{C}{C+C_2}Vs(p)+\frac{C_1}{C+C_2}V_e(p)*e^{pTe/2}$$

Soit la fonction de transfert du filtre à temps discret :

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)}=\frac{C_1}{C_2}\cdot\frac{e^{pTe/2}}{\frac{C}{C_2}(e^{pTe}-1)+e^{pTe}}$$

En prenant l'hypothèse $pT_e \ll 1$ soit ($f \ll fe$ et $e^{pTe} \sim 1+pT_e$), on obtient :

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)}=\frac{C_1}{C_2}\cdot\frac{1}{1+\left(1+\frac{C}{C_2}\right)pT_e}$$

On retrouve un filtre passe-bas, de gain statique C_1/C_2 et de pulsation de coupure $w_c=\frac{C_2}{(C_2+C)Te}\sim\frac{C_2}{T_e}\frac{1}{C}$ si $C_2 \ll C$.

Il y a donc un comportement équivalent pour les fréquences plus petites que *fe*. En considérant C_2 négligeable devant *C*, on retrouve une synthèse de résistance telle que vue précédemment :

$$R_2=\frac{T}{C_2}\ et\ R_1=-\frac{T}{C_1}$$

Synthèse de filtre à temps discret : structure générique

La fonction de transfert d'un filtre à temps continu peut s'exprimer à l'aide d'intégrateur. Si l'on prend le cas simple du filtre passe bas à gain unitaire :

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{1}{1+\tau p} \Leftrightarrow V_s(p) = \frac{1}{\tau p}\left(V_e(p) - V_s(p)\right)$$

On retrouve pour la sortie $V_s(t)$, la fonction intégrale de la différence $V_e(t) - V_s(t)$.

$$V_s(t) = \frac{1}{\tau}\int_0^t \left(V_e(t) - V_s(t)\right)\mathrm{d}t$$

Ce qui peut se mettre sous la forme d'un schéma bloc utilisant un soustracteur, un gain ($1/\tau$) et un intégrateur qui pourra être réalisé à l'aide de capacités commutées.

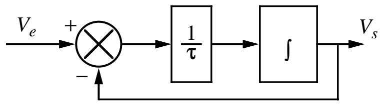


Figure 17.19 Schéma bloc d'un filtre passe-bas du premier utilisant un intégrateur

On peut généraliser cette représentation à un filtre d'ordre 'n' à l'aide du diagramme de fluence qui exprime la fonction de transfert du filtre à l'aide d'intégrateur.

$$H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{a_0 + a_1 p + \ldots + a_n p^n}{b_0 + b_1 p + \ldots + b_{n-1} p^{n-1} + p^n}$$

On utilise pour cela un vecteur d'état $X(p)$ afin de faire apparaître les intégrateurs successifs et leur sommation :

$$V_s(p) = \left(a_n + \frac{a_{n-1}}{p} + \ldots + \frac{a_0}{p^n}\right)X(p)$$

$$\text{d'où } X(p) = V_e(p) - X(p)\left[\frac{b_{n-1}}{p} + \ldots + \frac{b_0}{p^n}\right]$$

Ce qui donne la représentation suivante de tout type de filtre analogique sous la forme d'un graphe de fluence (figure 17.20).

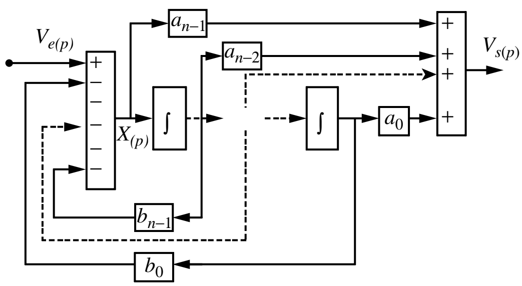


Figure 17.20 Graphe de fluence d'un filtre universel

Cette représentation fait apparaître 'n' intégrateurs à capacités commutées et deux sommateurs à '$n + 1$' entrées.

On peut ainsi réaliser tous les types de filtre à l'aide de cette structure, aussi appelée filtre universel ou encore filtre à variables d'état. Pour l'implémentation, on décompose en élément simple du second ordre qui constitue alors une cellule élémentaire que l'on va dupliquer afin d'obtenir l'ordre désiré.

Le circuit intégré MF10 de chez Texas Instruments possède une double structure de ce type pour obtenir un filtre passe-bande, passe-bas ou encore coupe bande jusqu'à l'ordre 4. Chaque cellule contient un sommateur et deux intégrateurs.

On règle le gain et facteur de qualité (Q) des filtres à l'aide de trois résistances (R_1, R_2 et R_3) externes au circuit intégré.

La pulsation propre (w_0) est définie par la pulsation d'horloge (w_H) utilisée pour faire fonctionner les intégrateurs à capacités commutées.

Selon la sortie utilisée sur le circuit, on obtient le filtre désiré.

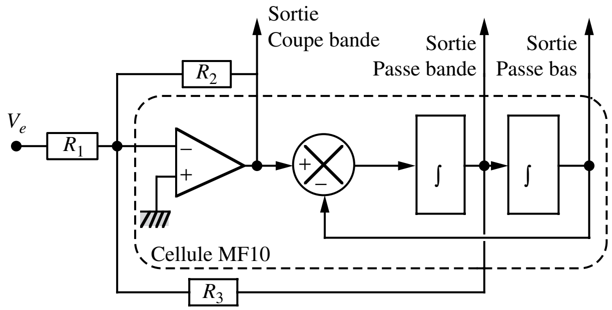


Figure 17.21 Schéma d'une cellule mise en œuvre au sein du circuit MF10

On a : $Q = \frac{R_3}{R_2}$ et $w_0 = \frac{w_H}{100}$ ou $w_0 = \frac{w_H}{50}$ selon le choix de l'utilisateur.

Les fonctions de transfert du second ordre synthétisées par la structure sont :

- Filtre passe-bas (*Low Pass*).

$$H_{LP}(p) = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{p}{Qw_0} + \frac{p^2}{w_0^2}}$$

- Filtre passe-bande (*Band Pass*).

$$H_{BP}(p) = \frac{-\frac{R_3}{R_1}\frac{p}{Qw_0}}{1 + \frac{p}{Qw_0} + \frac{p^2}{w_0^2}}$$

- Filtre coupe bande (*Cut Band*).

$$H_{CB}(p) = \frac{-\frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{p^2}{w_0^2}\right)}{1 + \frac{p}{Qw_0} + \frac{p^2}{w_0^2}}$$

17.4.4 Acquisition et restitution de données numérique

Convertisseur analogique numérique à temps discret

La conversion en un code binaire d'une tension analogique consiste à trouver la valeur numérique qui sur une gamme de 0 à 2^{n-1} valeurs code une tension qui évolue de 0 à V_{max}. La technique de la conversion par approximations successives s'adapte bien à l'emploi de capacité de valeurs multiples de 2. En comparant du bit de poids fort vers le bit de poids faible la valeur de la tension d'entrée à la valeur numérique du code binaire, on encadre progressivement la valeur du code binaire associé.

L'architecture utilisée à l'aide des capacités commutées est la suivante :

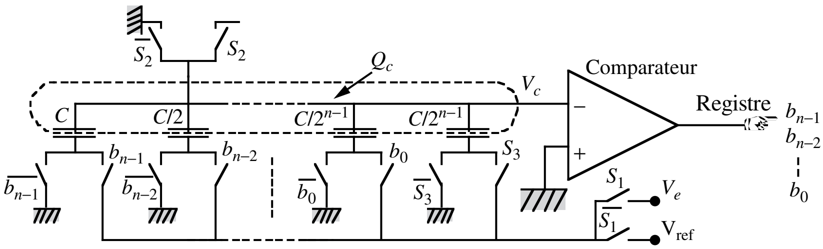


Figure 17.22 Convertisseur analogique numérique par approximation successives à capacités commutées

Son fonctionnement se déroule en trois étapes décrites ci-après.

Étape de précharge

On connecte V_e sur l'ensemble des condensateurs en mettant tous les bits à '1' (b_i = '1') ainsi que l'ensemble des sélecteurs $S_1 = S_2 = S_3$ = '1'. La charge Q_c qui est stockée sur la totalité des condensateurs est telle que : $Q_c = -2CV_e$ avec un potentiel $V_c = 0$.

Étape de mémorisation des charges

On crée un système isolé en mettant le sélecteur S_2 = '0'. La charge Q_c est figée à $Q_c = -2CV_e$. On met alors tous les bits à zéro (b_i = '0') ainsi que S_3 (S_3 = '0') de manière à relier les condensateurs à la masse, ce qui force alors le potentiel V_c à $V_c = -V_e$ pour maintenir la charge Q_c constante.

Étape d'évaluation progressive des bits

On positionne S_1 à '0' de manière à imposer V_{ref} sur le bit qui va être testé. On teste les bits un à un du poids forts (MSB) vers le poids faible (LSB).

Test du MSB : seul le bit testé est mis à un, b_{n-1} = '1'

La charge Q_c étant isolée et donc constante, la tension V_c évolue à la valeur :

$$Q_c = -V_e + \frac{V_{ref}}{2}$$

En fonction du signe de Vc, le comparateur va basculer. Il passera à '1' si $V_e > V_{ref}/2$ et à '0' si $V_e < V_{ref}/2$. Cet état est alors mémorisé dans un registre. Il correspond à la valeur du bit testé.

Test du bit suivant

On garde la valeur du bit testé précédemment. On met à '1' le bit suivant et on effectue le même protocole. Ainsi la tension V_c évolue selon les tests effectués au niveau du comparateur par un encadrement progressif autour du code binaire s'approchant au mieux de la tension V_e :

$$V_c = -V_{in} + \frac{V_{ref}}{2}\left(b_{n-1} + b_{n-2}\frac{V_{ref}}{2} + \ldots + b_0\frac{V_{ref}}{2^{n-1}}\right)$$

Une fois tous les bits testés et mémorisés, on obtient le code binaire. C'est un convertisseur analogique numérique à approximations successives. La tension V_c est l'image de l'erreur de conversion aussi appelée résidu de conversion.

Convertisseur numérique analogique à temps discret

Le convertisseur à réseau de capacités est un moyen simple d'élaborer une tension analogique à partir d'un code binaire. Il suffit de charger n condensateurs de valeurs multiples de 2 entre elles pour ensuite transférer ces charges vers un condensateur principal, au sein d'un système isolé, qui permettra de délivrer alors une tension proportionnelle au code.

L'architecture du réseau est équivalente à un amplificateur sommateur de tension. Les charges n'étant collectées sur les condensateurs que si le bit associé est à '1'.

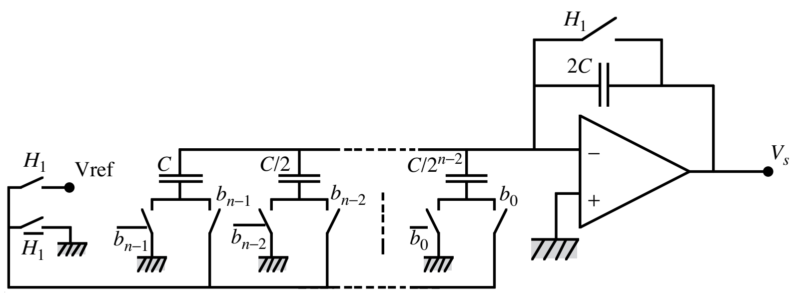


Figure 17.23 Convertisseur numérique analogique à réseau de capacités

Son fonctionnement est similaire à l'amplificateur de tension à temps discret avec une première phase (H1 = '1') où l'on précharge les condensateurs sous V_{ref}, puis une deuxième phase (H1 = '0') où l'ensemble de ces charges est transféré vers la sortie aux bornes de la capacité de valeur 2C. La tension obtenue est telle que :

$$V_s = \left(\frac{b_{n-1}}{2} + \frac{b_{n-2}}{4} + \ldots + \frac{b_0}{2^n}\right) * V_{\text{ref}}$$

La tension de sortie est directement proportionnelle à la valeur du code binaire. C'est un convertisseur numérique analogique à réseau de capacités. La tension de sortie est obtenue en un cycle de fonctionnement, à l'image d'un réseau R-2R que l'on peut retrouver dans les CNA.

Convertisseur numérique analogique série à redistribution de charges

Le convertisseur précédent présente l'avantage d'une conversion quasi-instantanée mais demande une surface de silicium importante afin de réaliser les n capacités. Le convertisseur série présente l'avantage d'une réduction en surface conséquente au détriment d'un temps de conversion plus long ($n + 1$ cycles).

L'architecture du CAN série n'utilise que deux condensateurs de même valeur ($C_1 = C_2 = C$) pour effectuer la conversion. Le premier sert à venir stocker une charge électrique Q_1 selon l'état du bit (cas où H1 = '1' et H2 = '0') dans C_1, puis cette charge est isolée (H1 = '0' et H2 = '0') et mise en commun avec le deuxième condensateur C_2 afin de faire évoluer la tension de sortie (H1 = '0' et H2 = '1'). Comme $C_1 = C_2$, la charge se voit répartie pour moitié sur C_1 et C_2.

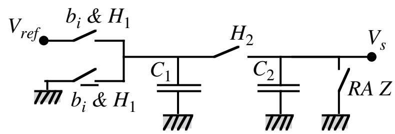


Figure 17.24 Convertisseur série à capacités commutées.

Les bits sont traités de manière successive, on commence par le bit de poids faible (b_o), puis on vient rajouter des charges en allant vers le bit de poids fort (b_{n-1}). À chaque transfert, les charges précédentes sont redistribuées équitablement sur C_1 et C_2. La tension de sortie $V_s(b_i)$ évolue en divisant par deux la tension précédente $V_s(b_{i-1})$ et rajoutant celle due au bit en cours qui vaut $b_i * \frac{V_{\text{ref}}}{2}$:

$$V_s(b_i) = V_s(b_{i-1}) + b_i * \frac{V_{\text{ref}}}{2}$$

Avec une tension initiale nulle obtenue avec RAZ = '1' puis RAZ = '0', la tension finale après n cycles correspond au n bits vaut donc :

$$V_s = \frac{V_{\text{ref}}}{2} * \left(b_{n-1} + \frac{b_{n-2}}{2} + \ldots + \frac{b_0}{2^{n-1}} \right)$$

Index

P

Q

R

S

T